第 106 回　全国算数・数学教育研究（大阪）大会

主体的・対話的で深い学びを追究した授業づくり

東京都中学校数学教育研究会　研究部　教育課程委員会

１　はじめに

本委員会では，学習指導要領で示されている「主体的・対話的で深い学び」の実現を目指して，令和３年度から研究を進めている。そもそも,「主体的・対話的で深い学び」の実現を目指す背景には，変化する社会の中で，生徒が自ら課題をみつけ，自ら学び，自ら考え，判断して行動する力を身に付けてほしいという願いがある。この願いを数学の授業で実現するためには，生徒が知識を身に付けるだけではなく，その知識を活用し，新しいことを生み出すような活動が必要である。

中学校学習指導要領解説数学編（以下「解説」）では，「生涯にわたって能動的に学び続けることができるようにするためには,（中略）学習の質を一層高める授業改善の取組を活性化していくことが必要であり,（中略）『主体的・対話的で深い学び』の実現に向けた授業改善（アクティブ・ラーニングの視点に立った授業改善）を推進することが求められる」（p. 3）とある。「主体的」や「対話的」という視点から，数学の授業において生徒同士の対話を取り入れた試みはあるが，単にグループでの話し合いや発表活動を目的とした授業になりかねないことが指摘できる。そこで本委員会では，授業で「主体的な学び」「対話的な学び」「深い学び」を実現するための問いを，以下のように設定した。

「主体的な学び」・・・問題解決の見通しを立てたり学習したことを振り返り，よりよく解決する方法を考えようとしたりするなど，自身の学びや変容を自覚できる機会をどのように設定するか。また生徒自身が，学んだことから新たな問いを見出す機会をどのように設定するか

「対話的な学び」・・・自分の考えと他者の考えを比較することで，違いや共通点を見出して分類・整理し，自らの考えを広げ深める機会をどこに設定するか。そして対話は，生徒同士，生徒と教師，生徒と教科書，どの間での対話なのかを明確にすること

「深い学び」・・・主体的な学びや対話的な学びを通して広がった考えを，どのようにして統合し，新しい概念として定着させ，そしてさらなる探究活動に繋げるか

上記の問いは，学習指導要領で求められている数学的活動と密接に関連している。「主体的な学び」を実現するための問いは，数学的活動を生徒が遂行するための動力になる部分である。また,「対話的な学び」を実現するための問いは，他者とともに数学的活動を行うという，いわば学校教育の本質ともいえる部分である。そして，数学的活動が単なる活動とならないように，その過程で，数学的な見方や考え方，数学的概念，数学的な知識や技能を育成したり身に付けたりしていくことが重要である。この部分が,「深い学び」を実現するための問いとなる。これらの問いを含む授業の実現を目標に，一昨年度までは図形領域において指導案を作成し，授業実践及び成果と課題の検証を行ってきた。他の領域においても授業改善を図ろうと考え，昨年度より数と式領域において，第２学年の「式の計算」の文字式の利用で，指導案を作成し授業を実践した。今年度は，昨年度の課題を元に指導案を修正し，再度授業実践を行い，その成果と課題を分析した。

２　研究の経緯

証明指導において解説では，「論理的に考察し表現する力を育成することにより，自分が納得できるとともに他人に説得できるようになると実感できるようにすることが重要である。」（p.47）としている。それを受け，中学校第２学年の図形領域より，本格的に図形の性質を演繹的に確かめ，論理的に考察し数学的表現を用いて説明することとなる。また図形領域に焦点が当てられる理由として解説（p.47）では，

- 図形に関する内容が数学的推論による考察とその過程の表現に適しており，その推論の過程が図で視覚的に捉えやすい
- 演繹には，図形の概念や性質が個々ばらばらにではなく，体系的に組み立て整理できるという利点もある

のように，図形領域において証明について学習するべき利点について述べられている。そしてその指導についての研究は盛んに行われている。それと比べると，数と式領域での文字式を利用した証明の指導についての研究は，十分になされていないものと考えている。ここで，この数年の全国学力・学習状況調査を見ると，「目的に応じ式を変形し，その意味を読み取ったりして，事柄が成り立つ理由を説明する」問題が出題されている。令和５年度の報告書には，「目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することに、引き続き課題がある。」(p.24)と記載されている。

問題番号	問題の概要	正答率
H19B$\boxed{2}$(2)	連続する５つの自然数の和が５の倍数になることを説明する	42.5%
H22B$\boxed{2}$(2)	連続する３つの奇数の和が３の倍数になることを説明する	26.4%
H24B$\boxed{2}$(1)	連続する３つの自然数の和が３の倍数になることを説明する	38.8%
H27B$\boxed{2}$(2)	連続する３つの整数の和が中央の整数の３倍になることの説明を完成する	44.2%
H31$\boxed{9}$(2)	連続する５つの奇数の和が中央の整数の５倍になることの説明を完成する	60.3%
R３$\boxed{6}$(2)	四角で囲った４つの自然数の和が４の倍数になることの説明を完成する	62.3%
R４$\boxed{6}$(2)	差が４である２つの偶数の和が、４の倍数になることの説明を完成する	49.5%
R５$\boxed{6}$(2)	はじめの数を２倍した数と，はじめの数に３を加えた数の和が３の倍数になることの説明を完成する	59.5%

表１　　令和４年度全国学力・学習状況調査報告書より（Ｒ３，Ｒ５の行を本委員会で追記）

これらのことを受け本委員会では，文字式の利用場面で主体的・対話的で深い学びを促す授業展開を図ることで，生徒が文字式を利用して数の性質を説明したり，文字式を読み取ったりする力を身に付けることができないだろうかと考え，昨年度より研究を続けている。

３　今年度の研究

(1)昨年度の成果から改定指導案作成への経緯

文字式で「$3n$」と表しただけで，この文字式が３の倍数を表していると判断するのは早とちりである。３の倍数は，「３×(整数)」の形で表されるので，「$3n$」と表したときの n が整数を表していることを確認する必要がある。そこで，n が何を表しているのかによって文字式の見方が変わることを，生徒に

理解させるための指導案を作った。教材は，３つの続いた偶数の和について考える問題である。

『整数をn』とした場合

式は$2n+2(n+1)+2(n+2)=6n+6=6(n+1)$ となる

$n+1$ は整数だから，$6(n+1)$ は６の倍数といえる

『偶数をn』とした場合

式は$n+(n+2)+(n+4)=3n+6=3(n+2)$ となる

$n+2$ は偶数であるから，$3(n+2)$ は６の倍数といえる

両者の解法を比較すると，どちらも同じ結論を得ることができるのだが，後者は『３×（整数)』という形なので，３の倍数と判断してしまうことが有り得る。前者と異なる結論を得ることになり，生徒たちは違和感を覚えるが，文字が表しているものをきちんと把握していれば，同じ結論を得ていることを理解することができるものと考えた。この問題の次に，連続する４つ・５つ・・・の偶数の和について考える展開を図り，そこからどのようなことが分かり，統合的に考えさせ，深い学びに繋げるねらいのもと授業を実践した。しかし実践した後に，文字を整数とする場合と偶数とする場合の解法を比較させることに焦点を当てるべきではないかと考えた。解法を比較させる際，どちらの証明も正しいと認識する生徒がいる一方で，「(nを偶数とした場合）nが奇数だったら，nを偶数として扱う説明ができない」のように考える生徒がいた。この生徒は，nを偶数として扱っている際に，nが奇数の場合を考えてしまい，nの意味を読み違えていることが分かる。この生徒に限らず多くの生徒は，数の性質を文字式を利用して証明する際，まず初めに何を文字で表すのかを考えること，そしてその文字を利用して様々なことを表すところに難しさを感じるのだろう。そこで，文字を整数とした場合と偶数とした場合の２つの解法を比較し，どちらの説明の方が分かりやすいかを議論させることは，生徒の数学的な見方・考え方を育み，深い学びに繋がるものと考えた。証明指導において，理解のしやすさ，相手への伝わりやすさについても追及することは，その先に続く証明の学習の素地指導にもなる。これらのことを受け今年度は，指導案を再構成し，都内公立中学校３校にて授業を実践した。

(2)改定学習指導案

① 単元名　　式の計算「文字式の利用」

② 対象　　　都内公立中学校２年生

③ 本時のねらい

- 数の性質について，文字を用いて説明できることのよさを理解する
- 文字のおき方により，文字式の読み取りやすさが変わることを理解する
- 読み取りやすく，相手に伝わりやすい説明の良さを理解する

④ 本時の展開

	学習活動	指導上の留意点
導入	問題　３つの続いた偶数の和はどのような数になるだろうか。 S「偶数しか足さないのだから，和は偶数に決まっている。」 T「他に何か性質や特徴はないですか。」 S「３つの続いた整数の和は３の倍数でした。だから今回も３の倍数ではないだろうか。」	連続する整数の和，偶数・奇数の表し方は既習済である。

導入	Ｓ「実際，$2+4+6=12=3\times4$，$8+10+12=30=3\times10$となり，３の倍数になっています。」 Ｓ「しかし，$12=6\times2$も$30=6\times5$のようになるから，今回は６の倍数になるといえるのではないでしょうか。」 Ｔ「具体的なものを確認しても，それは予想で終わってしまいます。いつでも成り立つことを説明するにはどうすれば良いですか。」 Ｓ「文字を使って説明すれば良いです。」	数の性質がいつでも成り立つことを説明するために，文字の利用が有効であることを想起させる。
展開	**問題１**　３つ続いた偶数の和は６の倍数となることを説明しよう。 Ｔ「まず，何を文字で表すかを考えなければなりません。」 ＜予想される回答＞ ① nを整数とした場合 Ｓ「３つの続いた偶数の和は， $2n+(2n+2)+(2n+4)=6n+6=6(n+1)$ $(n+1)$は整数なので，和は６の倍数である。」 ② nを整数とした場合 Ｓ「３つの続いた偶数の和は， $(2n-2)+2n+(2n+2)=6n$ nは整数なので，和は６の倍数である。」 ③ ３つ続いた偶数の中でもっとも小さい偶数をnとした場合 Ｓ「３つの続いた偶数の和は， $n+(n+2)+(n+4)=3n+6=3(n+2)$ $(n+2)$は偶数なので，和は６の倍数である。」 ④ ３つ続いた偶数の中で，真ん中の偶数をnとした場合 Ｓ「３つの続いた偶数の和は， $(n-2)+n+(n+2)=3n$ n は偶数なので，和は６の倍数である。」 Ｓ「どの説明も良いと思います。」 Ｔ「どの説明も，きちんと説明できていますね。しかし，③④文字nを偶数としているのに対し，①②では文字nを整数としています。どちらの方が分かりやすいでしょうか。」 **問題２**　nを偶数とする場合と整数とする場合，どちらの説明がより伝わりやすいでしょうか。 Ｓ「①②では６×(整数) の形で６の倍数とわかります。しかし③④は，『３×…』の形になっているので，６の倍数であることはすぐに分かりません。」 Ｓ「問題が，３つ続いた偶数について述べているのだから，nを偶数とするのが自然だと思う。そして和が$3n$（または$3(n+2)$）であり，３	文字による説明では，まず文字が表していることを明確にすることを確認する。 予想される回答が出ない場合，連続する３つの整数の問題や，偶数の表し方など，過去の学習内容を思い起こすよう促す。 個人で考えさせた後， Ｔ「周りの人の回答と比べてみましょう。」と共有場面を設ける。 **【対話場面】** **【深い学び】** それぞれの解法の良さを議論させる。 何をもって良いとするのか，生徒の判断に委ねる。

展開	のかける相手は偶数で２の倍数だから，和は６の倍数であることはわかります。」 S「でも③④は，和の文字式に出る値（係数）が３だったので，すぐに６の倍数になると判断するのが難しいと思う。」 T「それはどういうことですか」 S「式の形が『６×…』となっていれば６の倍数とすぐにわかりますが，今回は『３×…』となっていたので，この形からすぐに６の倍数になると判断するのは難しいと思いました。」 S「そうすると，式の形が『６×…』なり，６の倍数であるとすぐに判断できる①②の説明が良いと思います。」 T「なるほど。どちらも正しい説明であっても，そのわかりやすさに差があるようですね。」 **問題３**　③④の説明を，より分かりやすい説明に変えてみよう。 T「③④で書いた説明を修正しましょう。どのように修正したら良いでしょうか。」 S「nを偶数にしたから分かりづらくなったのだと思います。」 S「和が，『３×…』という式になったから分かりづらいのだと思います。『６×…』の形にすることができれば良いと思います。」 S「偶数は２の倍数なのだから，mを整数とすれば，$2m$は偶数を表すことになります。だから偶数nを，mを整数として$2m$としてみると良いです。 ③　であれば，$3(n+2)=3(2m+2)=6(m+1)$ $(m+1)$は整数なので，$6(m+1)$は６の倍数とわかります。 ④　であれば，$3n=3\times 2m=6m$ mは整数なので，$6m$は６の倍数とわかります。 このようにすれば，式を読み取りやすくなると思います。」 S「nを偶数としたから，読み取りづらくなったのですね。」 S「３の倍数は３×（整数），４の倍数は４×（整数）・・・と表せるのだから，文字は整数として考えた方が，文字式を読み取りやすくなると思います。」 **T「数の性質を説明するということは，そのことを相手に伝えなければなりません。そして，なるべく伝わりやすくするべきです。説明者だけがわかっていても仕方ありません。」**	ここまでの議論が難しい場合，適宜補助発問をする。 Ex)「$3n$が６の倍数であると判断できそうですか」 生徒は$n=2m$のように，文字を別の文字に置き換える発想をなかなかもてないかもしれない。その際は，教師の誘導も考えられる。 整数を文字で表した方が，式を読み取りやすくなる傾向が強い印象を与える。
まとめ	T「今回の授業を通して，整数を文字で表すことの良さを理解することができましたね。」 T「文字を使って説明する際には，その意味が理解しやすい形にするようにするべきです。」	本時の感想・学んだことをまとめる。

(3)授業の様子，課題と分析

今回の授業は，文字式を利用して説明する学習をしたばかりの状態で臨むことになる。よって事前の授業で，文字について説明する流れを丁寧に指導する必要がある。場合によっては，「何を文字で表せば良いか」「３つ続いた偶数をどのように表すか」と補助発問を与えたり，個人思考の時間を短くして早めに教え合いの時間へ移行したりするなど，実態に応じ柔軟に対応する必要がある。

生徒に解答を考えさせる際，多くの生徒はnを整数とした場合で解答していた。というのも，偶数（２の倍数）は「２×(整数)」，５の倍数は「５×(整数)」と表すことが生徒の考えの中にあったものといえる。一方，文字を偶数として考える生徒もいた。指導案のように，「nは偶数で２の倍数だから」と言及する生徒，式を$3n+6=6(\frac{1}{2}n+1)$として$\frac{1}{2}n+1$は整数になるから６の倍数であると示す生徒，「６×…」の形にできずに手が止まる生徒がいるなど様々であった。中にはまったく手が動かない生徒もいたが，対話を経ることで，全生徒がどちらの解法も正しいということを理解することができた。

問題２を取り組ませる際，それぞれの解法のメリット，デメリットを挙げさせた（表 2)。

	メリット	デメリット
文字を整数とした場合	$6n$や$6(n+1)$ とまとめたとき，６の倍数であることが分かりやすい	偶数や奇数などの表現の仕方が少し複雑になり，計算の式も長い
	簡単にたくさん試すことができる，nにいろいろな数が入れられる（nが偶数だと，偶数しか入れられない)	
	初めに$2n$とすることで，偶数と表していることが分かりやすい	
	「文字は整数である」という固定概念があるため，一目見て分かりやすい	
	どの問題でも文字を整数として考えることで，混乱が少なくなる	
文字を偶数とした場合	元々が偶数として考えている（問題だ）から，文字を偶数として考えた方が良い	$3(n+2)$としたときの，$n+2$ が偶数であることが認識しづらい
	１つの文字で偶数を表せ，文字の置き方・計算も簡単で扱いやすい	「文字は整数である」という固定概念に反するので、一目見て分かりづらい
	計算（の形）が簡単，面倒なところがない	$3n$ が６の倍数であると伝わりにくい
	文字に入るのが偶数だから	奇数は試すことができない
	整数のときは，文字の前に「２」を書かなければならないが，その手間が省ける	

表２　２つの解法を比較したとき，生徒が挙げたメリットとデメリット

表２を示し，生徒に「どちらの説明の方がより伝わりやすいですか」と問うこととした。生徒の中に，「文字を整数とした場合のデメリットがほとんどない」という発言を受けて，周囲の生徒も何となく文字を整数とした方が良さそうだと判断した。そして，なぜ文字を整数とした説明の方が良いのかを確認

することとなった。するとほとんどの生徒は，nを整数として，$6n$（または$6(n+1)$）とした方が，６の倍数と捉えやすいという考えに至った。

問題３に取り組ませる際，生徒はどのように修正すれば良いのかわからない様子が見られた。補助発問として，「偶数は２の倍数とも言えます。そしてnを偶数としてしまったところが分かりづらくする点でした。」という発言をするなどして，「mを整数としたら，$n=2m$ と表せる。」という発想が得られた。しかし現段階では，文字を２種類利用する発想を生徒から出させることは難しいと思える。授業を行った際も，生徒から発想は得られず教師から示した場合もあったため，実態に応じて教師から誘導する必要があるだろう。そしてnのところに$2m$を代入し計算することで，$6m$という形となり，誰もが６の倍数であることが分かりやすい形にすることができた。生徒はこの問題を経ることで一層，文字を整数とした方が分かりやすい説明となると実感することができた。以下生徒の感想である。

（ア） nを整数として，偶数を$2n$とおくことで説明の幅が広がるとわかった
（イ） 証明として，偶数は２の倍数だから，$2n$とおいて，より分かりやすくする必要があると思う
（ウ） 証明によって$3n$も$6n$も６の倍数になったが，追加の説明がないとわかりづらくなった。だから，整数をnとして表現する方が応用性が高く，結論がわかりやすいため，こっち（nを整数）を使っていきたい
（エ） nとおいてしまうと奇数になってしまうかもしれないため，（nを整数として偶数を）$2n$とおいた方が確実
（オ） 文字を偶数にするというルールを設けることでメリットがあるとわかったが、最後の式で再度ルールが何だったか確認しなければいけないので，自分は文字を整数とおいた方が良い
（カ） 文字を何にするかによって，数の表し方や，説明が違ってくることがわかった
（キ） 問題によって表し方を変えると，よりわかりやすく誰かに伝えることができると思った
（ク） どんな人でも１回でわかる方法がよいと思ったので，そのような証明ができるようになりたい
（ケ） なるべく読み手にとってわかりやすく証明できるようにしていきたい
（コ） どうしたらもっと相手に伝わりやすいか考えた方がよい

感想（ア）～（オ）からは，文字を整数とした方が良い理由を，生徒自身の言葉で表現している。（イ）（ウ）のように，例えば「６の倍数だから$6n$」 のように表現の仕方で理解しやすい点を挙げている。また（エ）のように，nを偶数としても，間違えて奇数として考えてしまう恐れを懸念することを挙げる生徒もいた。（キ）～（コ）では，相手に伝わりやすい証明を追究する意欲が見られる感想である。このような生徒の考えを共有することで，各生徒の深い学びに繋がったものと考える。

また感想の中には，

- 一つの問題に対し，色々な考え方や解答の仕方があるということに対して面白さを感じる
- 文字を整数だけでなく偶数にすることもできることを知ったので，証明で説明や式が長くなったときに使ってみたい
- n は整数にするものだと思っていたので，そうでない設定の仕方が新鮮だった

と考える生徒がいた。このように考えることは，様々な考え方を追究する点において生徒の深い学びに繋がるものである。しかし本授業は，読み取りやすく，相手に伝わりやすい説明の良さを理解することをねらいとした授業であるため，教師からは「どちらの説明が伝わりやすいですか」という発問を強調する必要がある。授業者としては，その授業でのねらいを明確にして進めていくことが重要である。

４　まとめ

「主体的・対話的で深い学びを追究した授業づくり」という研究テーマのもと，授業の中に「主体的な学び」「対話的な学び」「深い学び」を実現する場面をどのように組み入れ授業改善を図るべきか議論・検討をしてきた。今回は，第２学年の文字式の利用の分野で，３つの続いた偶数の和について文字を利用して説明する場面を扱った。説明における前提条件として，nを整数とするのか，偶数とするのかで意見が割れたことから，どちらがより良い説明といえるのかを比較・検討した。その結果，多くの生徒が対話を通じて，どちらの説明も正しいと判断し，文字を用いた説明では，文字そのものが何を表しているかを把握することが大切であると理解した。またどちらの説明の方が分かりやすいのか考える過程から，物事を説明するにあたり，相手に伝わりやすい説明の良さを実感することができた。さらに生徒からは，「文字の設定が変わるだけで，式も説明も変わっているから面白い」「相手にわかりやすい説明をするためには，慎重に文字が表しているものを決めなければいけない」という振り返りが見られ，文字式を利用した説明に関して，自身の学びや変容を自覚できる機会ともなった。また，「連続する奇数の和ならどうなるだろう」「連続する偶数の数を増やしたらどうなるだろう」など，幅広く整数の性質について興味をもち，その課題に対して主体的に解決しようとする姿が見られた。これらのことから，今回の授業の過程が，深い学びに繋がっていくことが分かった。また数の性質を自ら文字式で表現したり，言葉で説明したりすることが苦手な生徒に対しても，適切な発問や支援を行うことで，主体的・対話的で深い学びを実感させられる授業になることが分かった。今後は他の領域において，どのような生徒に対しても，主体的・対話的で深い学びが実現できるような授業展開を図るために研究を続けていく。

【引用文献・参考文献】

- 文部科学省（2018）『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説　数学編』
- 文部科学省 国立教育政策研究所『令和５年度全国学力・学習状況調査報告書』
- 永田潤一郎（2018）『中学校教育課程実践講座　数学』ぎょうせい
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2021~2023)，東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2022,2023)，全国算数・数学教育研究大会 中学校「教育課程・評価」分科会 当日発表資料
- 柴田翔（2023）『文字式を用いた証明の理解を促す授業の設計』第 105 回 全国算数・数学教育研究(青森)大会 中学校「数と式②」分科会 当日発表資料

令和６年度　東京都中学校数学教育研究会　　研究部　教育課程委員会　（◎は代表者）

浅尾　博之（大田区教育委員会）	青木　花子（練馬区立田柄中）	板垣　陽介（大田区立羽田中）
宇陀　洋成（豊島区立駒込中）	宇田川裕規（武蔵野市立第一中）	大橋　千夏（調布市立神代中）
奥秋　直人（荒川区立第九中）	緒環　吾郎（荒川区立第七中）	角川　一喜（豊島区立巣鴨北中）
小林　将也（杉並区立松溪中）	◎諏佐　佳典（大田区立羽田中）	鈴木　明 （北区立田端中）
高井　洋美（板橋区立上板橋第三中）	戸﨑　大和（足立区立第五中）	長山　靖 （板橋区立桜川中）
延本　直子（府中市立浅間中）	計田　大稀（葛飾区立桜道中）	蓮沼　喜春（小金井市立緑中）
前田　利江（荒川区立第七中）	松本　健児（荒川区立第九中）	三ツ矢道弘（豊島区立駒込中）
山内　博人（都立小石川中等教育）	山根　浩孝（練馬区立豊渓中）	山本　周一（府中市立府中第一中）

＜研究協力者＞

倉次　秀夫（青山学院高等部）	鈴木　裕 （元東京学芸大附竹早中）	中逸　空 （北海道教育大学）
羽住　邦男（電気通信大学）	傍士　輝彦（東京学芸大附世田谷中）	三田　哲也（元豊島区立千川中）
三間　祥江（元世田谷区立玉川中）	元木　靖則（元武蔵野市教育委員会）	