１次関数とみなす指導前の生徒の実態とその指導提案

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

１　研究のねらい

学習指導要領で「ある関数とみなす」という視点が示されているが，本委員会の指導計画の見直しにあたり，関数の利用場面で「ある関数とみなす」活動を設定し，その指導研究を進めている．

今回は，第２学年関数の利用の「１次関数とみなす」指導前の生徒の実態を把握し，結果を踏まえた指導提案を行うことをねらいとし，研究を進めた．

２　研究の内容

(1)「ある関数とみなす」活動について

最近，いくつかの書物や研究発表から，「見なす」「みなす」という言葉を目にする．学習指導要領で「関数とみなす」という視点が示されたのは，平成 20 年告示の学習指導要領が初出である．この学習指導要領では「見なす」と「みなす」の混在はあるが，「指導の概観」および「各学年の内容」の関数単元に各学年ともこれらを目にする．今夏の日数教全国(大阪)大会の中学校関数分科会でも，「ある関数とみなす活動」について多くの研究発表[1]があった．本委員会も指導計画第 14 時の「関数の利用」で「１次関数とみなす」活動を設定し，その指導研究を進めている．

平成 29 年告示の学習指導要領でも，「指導の概観」および「各学年の内容」に同じような内容の文言が見られるが，「みなす」という表現に統一され，中２においては次のようにさらに詳しい文章となっている．

（指導内容の概観）

「１次関数の活用については，１次関数を用いて具体的な事象を捉え説明することが重要になる．そのために，具体的な事象を式で表現することによって，それが１次関数であると考えられるかどうかを判断したり，具体的な事象に関する観察や実験の結果を１次関数とみなすことによって，未知の状況を予測したりできるようにする．その際，判断の根拠や予測が可能である理由を他者に説明することができるようにする．」[2]

（各学年の内容）

「具体的な事象の中から観察や操作，実験などによって取り出した二つの数量について，事象を理想化したり単純化したりすることによって，それらの関係を１次関数とみなし，そのことを根拠として変化や対応の様子を考察したり予測したりすることができる．例えば，水を熱した時間と水温の関係を調べる際，実験を基にグラフを作成して考察する．ここで，実験によるデータの点がグラフでほぼ一直線上に並んでいることを基にして，一定の熱量で加熱しているなどと理想化したり，熱した時間だけで水

温が決まると事象を単純化したりすることによって，二つの数量の関係を１次関数とみなす．その上で，１次関数を式に表し，それを基にして水がある温度になるまでの時間を予測し，その根拠を説明する．また，実験の結果と予測を比較・検討し，伝え合う活動を通して，結果と予測に違いがある原因について考えたり，よりよい予測のための手立てを工夫したりすることもできる．」[3)]

これらの内容は，平成 20 年学習指導要領に比べ，全体に文章上大きな変更があった．

この「二つの数量の関係を１次関数とみなす」学習は，過去の教科書等にあった「実験式」を思い出す．そこでも同じような活動を想定していたが，一般的には教師の指導の取り組みは消極的であった．ここで再度，上記の学習に光をあて，関数の利用の指導として実践することは意味があろう．上記の内容を整理すると「実際に操作，実験から得られた測定値を座標平面上でグラフにし，それがひとつの直線上の点列と判断できれば１次関数とみなし，予測することができることにより問題解決が図れる」という流れであろう．であるが，「測定値により直線上の点と判断できない」場合もあり得る．他に誤差の丸め方等，多様な判断場合が想定され，それらの判断基準をどうするのかなど指導の問題点が想定される．

実験測定誤差なども含め，実際に測定した値から得られる式をどう導くかが，生徒の活動として重要となる．「みなせる」「みなすことができない」の両者を考察させる学習場面として，次の流れが考えられる．

① 操作，実験から得られた値の組を座標とする点を座標平面上に表す．
② 表された点が直線上にあるかどうかを話し合わせ，意見交換する．
③ 「もし点が直線上にあるとみなせた場合」の判断理由の意見交換をする．その際，変域を明らかにする．
④ 予測は変域の範囲内かを吟味させ，１次関数の式から予測値を求める．

現行の中１理科の教科書[4)]では，フックの法則の学習場面で，実験の結果をグラフに表す方法について取り上げている（図１）．測定値から点をとり，なるべく近くを通る直線が引けるので１次関数（図１では比例）とみなす，という流れを踏襲している．

「みなせる」「みなせない」ことを生徒が個々に判断するのではなく，意見交換が重要な「学びあい」の場面となる．「予測は測定していない数値を求めること」になるが，指導者は検証できる数値や場面を準備することが望まれる．

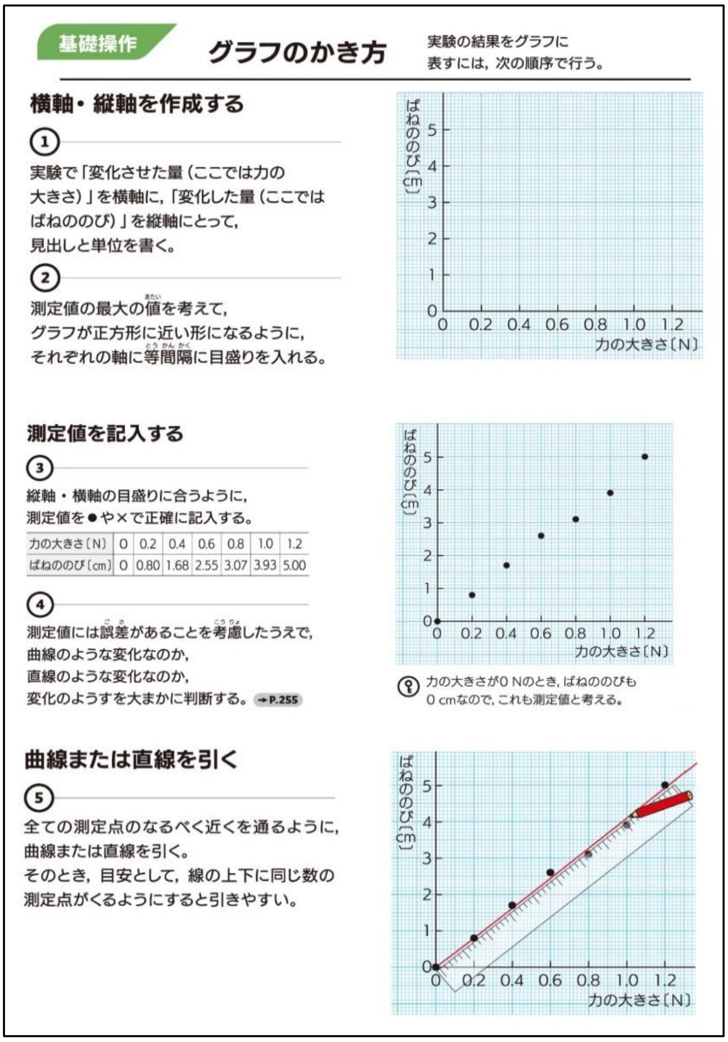


図１　中１理科教科書におけるグラフのかき方[4)]

(2) 全国学力・学習状況調査の「ある関数とみなす」活動に関する問題からの示唆

全国学力・学習状況調査(以後，全国調査と呼ぶ)でも，「ある関数とみなす」活動に関する問題を見ることができる．例えば，2022 年の全国調査では，次の問題(次頁　図２)が出題されている．

全国調査は児童生徒への教育指導の充実や学習状況の改善に役立てる等の調査目的からも，「ある関数

とみなす」指導への示唆を得る内容は多い．図２の問題の設問趣旨は，以下の通りである．

設問(1)：与えられた表やグラフから，必要な情報を適切に読み取ることができるかどうかをみる．

設問(2)：事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる．

設問(1)の正答率は 55.0%，無答率 7.0%，設問(2) の正答率は 39.0%，無答率 24.0%であった．特に，設問(2)はどう考えて解いたかの分析結果が詳細に示されており，大変参考になった．しかしながら，設問には「原点Oから点Gまで一直線上にあるとし･･･」や「二酸化炭素削減量の合計が一定の割合で増加すると仮定し･･･」などの文言が挿入され，答えを出すことに力点がおかれている傾向があった．このような実際の具体的な問題解決では，表やグラフから「点列が一直線上にある」ことや「関数の値の変化の割合が一定である」ことについての視点をもち，ある関数とみなすことを見いだす生徒の気づきや意識が大切である．こうした考えを引き出す機会（授業）を通して，その意識等を高める指導を考えていくことが重要であると考えた．

8 愛理さんは，総合的な学習の時間に環境問題について調べています。調べたところ，世界が目指す持続可能な開発目標（SDGs）として，17の目標の中に「気候変動に具体的な対策を」という目標があることを知りました。

愛理さんの学級では，この目標に対してできることがないかを話し合い，二酸化炭素の削減に取り組むことにしました。取り組みの参考にするために，ほかの学校の取り組みを調べたところ，となり町の中学校のホームページをみつけました。

となり町の中学校のホームページにあった情報

私たちの取り組みの成果
参加した生徒数　86 人
取り組み期間　　14 日間
家庭での二酸化炭素削減量の合計　300 kg
（二酸化炭素 300 kg）＝（杉の木約 20 本が 1 年間に吸収する二酸化炭素の量）

13 気候変動に具体的な対策を

そこで，愛理さんの学級では生徒 30 人で，「二酸化炭素 300 kg の削減」を目標とすることにしました。この学級の目標を達成するために，家庭でできる二酸化炭素削減の取り組みと削減量について調べました。

家庭でできる二酸化炭素削減の取り組み

取り組み	二酸化炭素削減量
冷房をつけている時間を 1 時間短くする。	25 g
シャワーを浴びている時間を 1 分間短くする。	79 g
部屋の電気をつけている時間を 1 時間短くする。	23 g
テレビを見ている時間を 1 時間短くする。	23 g
⋮	⋮

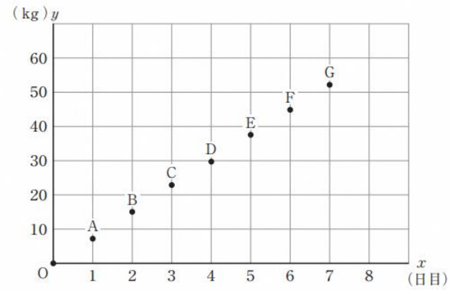
そして，**家庭でできる二酸化炭素削減の取り組み**の中から，生徒それぞれの家庭でできることを選んで取り組むことにしました。その取り組みの成果について，1 日ごとの学級 30 人分の削減量をもとに，その日までの二酸化炭素削減量の合計を記録することにしました。

取り組みを始めた日の前日を 0 日目とし，x 日目までの二酸化炭素削減量の合計を y kg として，次のように表にまとめ，表の x と y の値の組を下のグラフに表しました。

二酸化炭素削減量の合計の記録

x（日目）	0	1	2	3	4	5	6	7
y（kg）	0	7.2	15.2	22.8	29.7	37.8	44.9	52.4

※ y の値は小数第 2 位を四捨五入



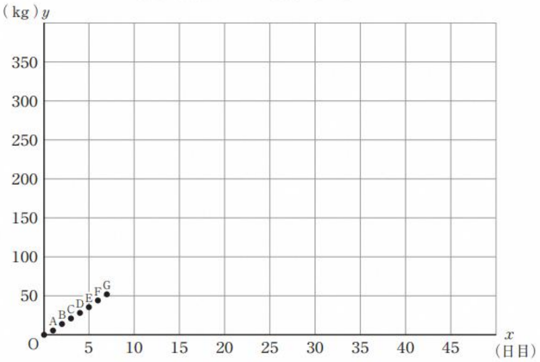
次の（1），（2）の各問いに答えなさい。

（1）**二酸化炭素削減量の合計の記録**のグラフにおいて，点Eの座標を書きなさい。

（2）愛理さんは，7 日目までの取り組みの結果から，目標を達成できるのがおよそ何日目になるかを予測することにしました。

そこで，下の**二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフ**において，原点Oから点Gまでの点が一直線上にあるとし，このまま同じように取り組みを続け，二酸化炭素削減量の合計が一定の割合で増加すると仮定して考えることにしました。

二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフ



このとき，目標の 300 kg 削減を達成できるのがおよそ何日目になるかを求める方法を説明しなさい。ただし，実際に何日目になるかを求める必要はありません。

図２　令和４年度　全国学力・学習状況調査
中学校数学問題[5)]

(3) 「１次関数とみなす指導」前の生徒の実態調査[6]

① 調査のねらい

関数の値の変化の割合の指導後および関数の利用の指導前において，その見方や考え方の定着の状況を把握し，変化の割合の利用の指導に活かす．

② 調査対象と調査問題

1) 調査対象　都内公立中学校２校　第２学年４クラス　111 名

2) 実施時期と調査時間　2023 年 10～11 月　10～20 分

3) 問題作成の観点

１次関数の値の変化の割合の指導の評価を行うために，何を評価するかを明確にする必要がある．具体的・分析的に指導前の生徒の実態を明らかにした．

4) 調査問題

１．下のアからエまでの表は，y が x の１次関数である関係を表しています．この中から，変化の割合が２であるものには○を，そうでないものには×をかきなさい．

ア．

x	…	−6	−4	−2	0	2	4	6	…
y	…	−11	−7	−3	1	5	9	13	…

イ．

x	…	−6	−4	−2	0	2	4	6	…
y	…	−5	−3	−1	1	3	5	7	…

ウ．

x	…	−6	−4	−2	0	2	4	6	…
y	…	−2	−1	0	1	2	3	4	…

エ．

x	…	−6	−4	−2	0	2	4	6	…
y	…	−7	−4	−1	2	5	8	11	…

２．次の表は，水槽の水の出し入れを始めてから x 分後の水の高さを y cm としたときの変化のようすを表しています．このことについて，次の(1)，(2)に答えなさい．

x(分後)	0	5	10	25
y(cm)	30	10	0	30

(1) この水槽の水の高さの変化のしかたがもっとも大きいのは何分後から何分後までかを次のＡ～Ｃの中から１つ選びなさい．

Ａ　０～５分後　　　Ｂ　５～10 分後　　　Ｃ　10～25 分後

(2) (1)でそれを選んだ理由は何ですか．ア～オの中から１つ選びなさい．

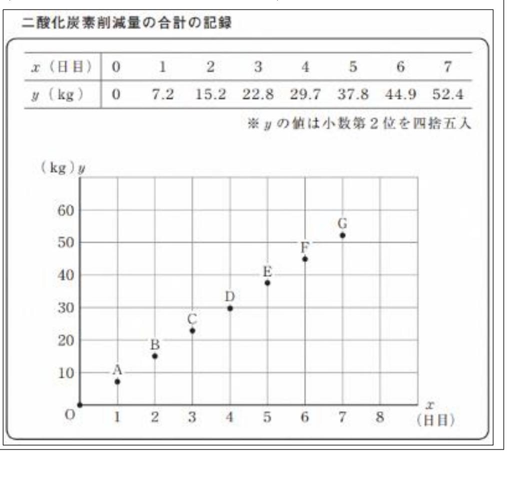
ア．５分間で 10cm 変化するから　　イ．５分間で 20cm 変化するから

ウ．15 分間で 30cm 変化するから　　エ．１分間あたり２cm 変化するから

オ．１分間あたり４cm 変化するから

３．地球温暖化対策として，二酸化炭素（CO_2）の削減が叫ばれています．あるクラスでその話し合いをし，二酸化炭素削減の努力をすることになりました．例えば，照明をこまめに消す，スーパーのレジ袋を使わないなどがあげられました．そして，クラス全体で二酸化炭素削減量の合計の記録を取ることにしました．

次の表やグラフは，そのクラスの取り組み始めた日の前日を０日目とし，x 日目までの二酸化炭素削減量の合計を y kg として，x と y の関係を調べたものです．このことについて，次の(1)，(2)に答えなさい．



(1) ７日目までの取組結果から，二酸化炭素削減量の合計が 300kg になるのはおよそ何日目かを予測することができますか．次のどちらかを○で囲みなさい．

予測できる　・　予測できない

(2) (1)の判断理由を書きなさい．

③結果とその考察

【問題１】

問題１は令和４(2022)年度全国学力・学習状況調査（数学）（以後，全国調査と呼ぶ）を改定した問題である．全国調査は設問が１つであったのに対し，本問はア～エのそれぞれで変化の割合が２であるか否かを問う設問形式にし，それぞれの表に対する反応を見ることにした．

1）調査結果・・・表１，表２

表１　問題１の表別の生徒の反応　　　　　（●は正答）

	問題ア	問題イ	問題ウ	問題エ
回答	人数(人)〈割合〉	人数(人)〈割合〉	人数(人)〈割合〉	人数(人)〈割合〉
○	●59〈53.2%〉	36〈32.4%〉	30〈27.0%〉	21〈18.9%〉
×	47〈42.3%〉	●71〈64.0%〉	●76〈68.5%〉	●85〈76.6%〉
立式	1〈0.9%〉	1〈0.9%〉	1〈0.9%〉	1〈0.9%〉
無答	4〈3.6%〉	3〈2.7%〉	4〈3.6%〉	4〈3.6%〉
合計	111〈100%〉	111〈100%〉	111〈100%〉	111〈100%〉

表２　問題１のア～エの生徒の反応　　　　回答はアイウエの順

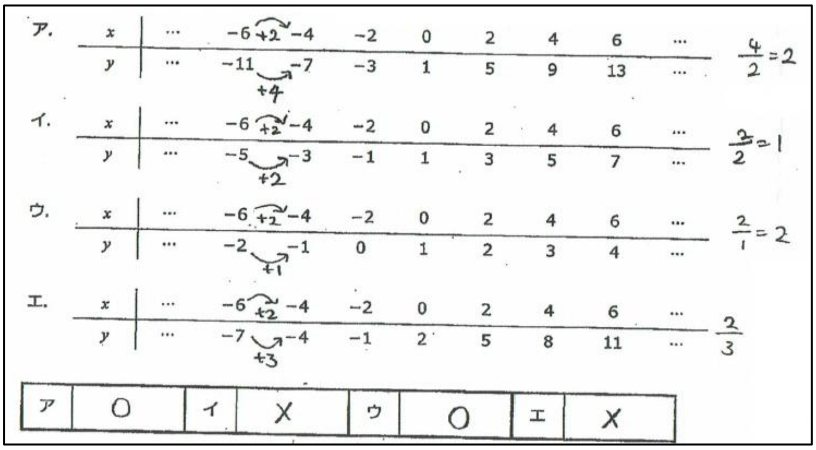
回答	人数(人)	回答	人数(人)	回答	人数(人)
○×××	40〈36.0%〉	×○××	16〈14.4%〉	××○○	4〈3.6%〉
○○××	4〈3.6%〉	××○×	9〈8.1%〉	××××	1〈0.9%〉
○×○×	8〈7.2%〉	×××○	4〈3.6%〉	８８８８	1〈0.9%〉
○××○	5〈4.5%〉	×○○×	7〈6.3%〉	９○９９	1〈0.9%〉
○○×○	1〈0.9%〉	×○×○	5〈4.5%〉	９９９９	3〈2.7%〉
○○○○	1〈0.9%〉	×○○○	1〈0.9%〉		

[注]8888 は問題ア～エのすべて関係式を記入．9○99 は問題イのみ○を選び，他は無答．9999 はすべて無答．

2）結果の考察

イを○と判断した中には，表のそれぞれの y の増加量２だけ着目し判断したと考えられる．ウを○と判断した中には，変化の割合を(x の増加量)／(y の増加量)と捉えて判断したと考えられる．オを○と判断した中には，表の x＝０のときの y＝２であることから○と判断したと考えられる．・・・※

最も正答率の低い問題はアである．アを○と回答した 59 名のうち，他の３問もすべて正答×とした生徒は 40 名（36.0%）である．また，表のアイウエの順に判断が×○××，××○×，×××○のように○が１つだけの回答（反応率 計 26.1%）は，その判断理由が１次関数の値の変化の割合２の意味を上記※として誤理解したと考えられる．さらに表のアイウエの順の判断が○×○×のような回答(反応率 7.2%)は，その判断理由が変化の割合の求め方が(y の増加量）／(x の増加量)と(x の増加量)／(y の増加量)が錯綜するなど，分数の定着が不安定な理解の段階に留まっている生徒の反応とも考えられる（図３）．また，表から x や y の増加量を読み取る意識が薄く，表の中の値の数値のみで反応したとも考えられる．



ア，イでは，$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ と計算しているが，

ウ，エでは，$\dfrac{(x\text{の増加量})}{(y\text{の増加量})}$ と分子・分母を逆にして計算し，混乱がみられた．

図３　生徒の記述例

【問題２】

問題作成の観点は「Ａウ　１次関数の変化の割合は，x の値が１ずつ増加するときの y の増加量であることを理解する」である．１次関数の値の変化の割合に限定せず，「表の x と y の関係を関数と考え，そこに存在する x や y の増加量，１あたり量(y の増加量／x の増加量)をどのように捉えようとしているかについて，生徒の思考の様相をみるために設問した．

1) 調査結果・・・表３

表３　問題２の生徒の反応

(1) \ (2)	ア	イ★	ウ	エ	オ★	無答	合計
Ａ★	2(1.8%)	45(40.5%)	0	0	18(16.2%)	1(0.9%)	66(59.5%)
Ｂ	0	4 (3.6%)	0	1(0.9%)	0	0	5 (4.5%)
Ｃ	0	3 (2.7%)	30(27%)	5(4.5%)	0	0	38(34.2%)
無答	0	0	0	0	0	2(1.8%)	2 (1.8%)
合計	0	52(46.8%)	30(27%)	6(5.4%)	18(16.2%)	3(2.7%)	111 (100%)

2) 結果の考察

（１)と(２)の生徒の判断理由は，大きく分けて次の２つの視点が考えられる．

ｉ) x の増加量(分)あたりの y の増加量(cm)の関数の値の変化の割合の視点で判断した．

ii) y の増加量(cm)の大きさのみの視点で判断した．

ｉ)の視点：[(１)，(２)]を[Ａ，イ]40.5%，[Ａ，オ]16.2%と回答した生徒が計 56.7%いた．回答の中で，１分あたりの水の高さにまで着目する視点の方が少なかった．[Ｃ，エ]は，変化の割合＋２である．その変化の割合が算出でき，Ａ：0～5 分後，Ｂ：5～10 の区間の変化の割合はそれぞれ－４，－２であることに対し，正の値の変化の割合＋２が大きいと判断したと考えられた．

ii)の視点：誤答[Ｃ，ウ]は 27.0%であった．ウの「15 分間」に意味を見いだせず「30 cmの変化」の方に反応したと考えられる．

【問題３】

本問３は令和４(2022)年全国調査を改定した問題である．全国調査は表・グラフのデータから CO_2 削減量 300kg の日を予想させるものであった．それに対し，本問は削減量を予想できるかどうかを問う設問形式にし，増加量や変化の割合について生徒がどう判断しているか，その視点を見ることにした．

1) 調査結果・・・表４

表４　問題３の生徒の反応

類型	（１）	（２）		人数(人)	割合(%)(111 人中)
		判断材料	判断		
11	予測できる	表	１日あたりの削減量(変化の割合)	17	15.3
12	予測できる	表	増減一定	5	4.5
13	予測できる	表	１組の割合	3	2.7
14	予測できる	表	倍々関係	5	4.5
21	予測できる	グラフ	倍々関係	16	14.4
22	予測できる	グラフ	増減一定	4	3.6
25	予測できる	グラフ	グラフをかき判断（あいまい）	4	3.6
29	予測できる	グラフ	直線をかくのみ	2	1.8
31	予測できる	微妙	変化量（割合）に着目	5	4.5
32	予測できる	微妙	y の増減一定	1	0.9
33	予測できる	微妙	比例の言葉で説明	4	3.6
35	予測できる	微妙	増加量あいまい	1	0.9
39	予測できる	微妙	意味不明	3	2.7

41	予測できる	式	$y=7.2x$ などと立式	5	4.5
51	予測できない	表	減り方が一定ではない	14	12.6
54	予測できない	表	倍々関係ではない	3	2.7
59	予測できない	表	意味不明	1	0.9
71	予測できない	微妙	日によって異なる	3	2.7
79	予測できない	微妙	意味不明	1	0.9
99			無答	23	20.7
合計				120	

（注）理由について２つ記述している生徒が 9 名いたため，合計は 111 人ではない．

2）生徒の理由（２）の記述例

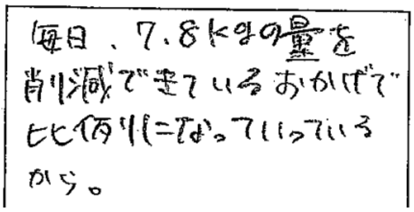


図4：表５の類型 11 の記述例

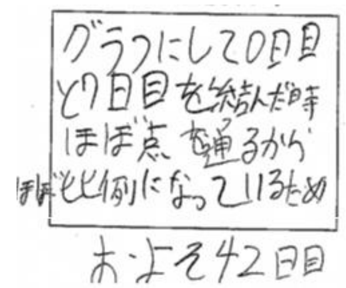


図５：表５の類型 21 の記述例

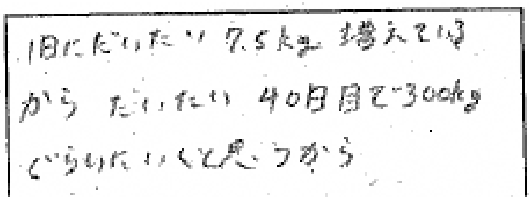


図６：表５の類型 31 の記述例

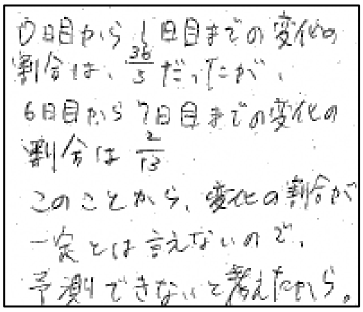


図７：表５の類型 51 の記述例

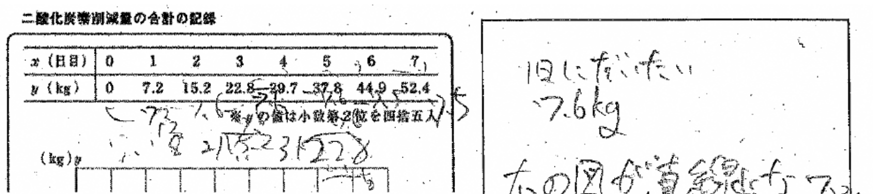


図８：表５の類型 12 の記述例

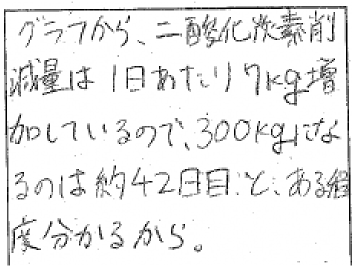


図９：表５の類型 22 の記述例

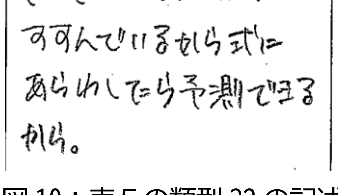


図 10：表５の類型 32 の記述

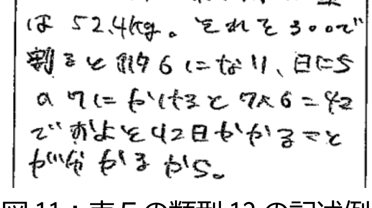


図 11：表５の類型 13 の記述例

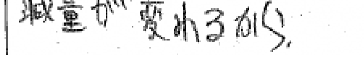


図 12：表５の類型 71 の記述例

3）結果の考察

問題３の設問のねらいは，与えられた情報を読み取り解釈し，生徒が問題解決の視点を見いだす可能性を考えることにある．

予測できる生徒もできない生徒も，１日ごとの CO_2 削減量を求め，その平均をとったり，およそ 7～7.5kg と見積もったりする記述が多かった．「点を結ぶと直線になる」,「グラフが直線になる」という記述があり，幾何的にとらえている生徒も一定数いる．

与えられた情報は表，グラフであるが，生徒のその解釈には次のいくつかの傾向が見られる．表，グラフのどちらか，または両方の違いはあるが，共通する次の３つの傾向が見いだせる．

ｉ）　１日あたりの増減量，変化の割合：$\dfrac{y(\text{CO}_2\text{削減量})\text{の増加量}}{x(\text{日間})\text{の増加量}}$ ……………類型 11，21，31，51　計 46.8％

ii）y(CO_2の削減量)の増加量 ……………………………………………類型 12，22，32　計 9.0％

iii）１組(x，y)の$\frac{y}{x}$割合 ……………………………………………類型 13　計 2.7％

ｉ)：類型の 11 と 51 は，設問(１)の CO_2 削減量を予測することができる(15.3％)，予測することができない(12.6％)の判断の違いであって，情報の読み取り方は同じようであると考えられる．数値のばらつきの解釈が異なると考えられた．数値を近似的に捉える場合，グラフが直線になると判断する場合と直線にならないと判断する場合のどちらかである．グラフは視覚的な要素が強いため，表に戻って大差はないか大差があるかという個々の判断によって，答が予想できるか否かが分かれたと考えられる．このような感覚的なものを含めた価値判断は，生徒同士や生徒と教師の意見交換により培われたり，修正されたりすることによるもので，日々のこのような具体的な場での指導の重要性を示している．

ii)：ｉ)を高次な段階とするとii)はそこに至らない段階である．表の x が１ずつ増加しているので，x に対応する y ということが説明の中に省かれているのかもしれない．その生徒の思考の詳細は明らかではないが，指導の過程では，x の増加量に対する y の増加量ということを常に意識させたい．

iii)：比例であると判断できた場合は１組(x，y)の$\frac{y}{x}$割合は意味をなすが，「比例」の判断をどのようにしたかが説明にはない．直感的に既習の比例が浮かんだとしても，情報を読み取り適切に解釈することが問われる．生徒に授業でその姿勢を養う指導が大切である．

(4) 指導提案

以上の調査結果等を踏まえ，「１次関数とみなす指導」についてどのような指導を行っていくかという指導上の課題が見えてきた．次の指導等を提案する．

１）表から変化の割合を読み取る指導場面をつくること

これまでの指導で，１次関数の式から変化の割合を求める問題はよく取り上げている反面，表から変化の割合を読み取る問題はあまり取り上げていなかった．関数の利用における「みなす活動」では，表から変化の割合を読み取り，「変化の割合が一定かどうか」を生徒が判断できる力が問われている．変化の割合の意味の理解を深めさせるために，以下の指導段階が必要である．

①表から，x が１ずつ増加するときの y の増加量を確認する．

右の（例１）$y=2x+3$ のように，表に y の増加量を書いて説明するが，x の増加量の＋１は，当たり前という感覚になってしまい，だんだん書かなくなってくる指導が見受けられる．１あたりということを当たり前とせず，x の増加量＋１も必ず書き続けていくことで，変化の割合の意味の理解を深めさせる必要がある．

（例１）$y=2x+3$

x	1	2	3
y	5	7	9

＋2　＋2

② xの増加量＋１だけではなく，xの増加量を変えて，それに対応するyの増加量も考えさせる．

①の指導だけでなく，右の（例２）のように，？の中に当てはまる数を答えさせる指導も計画的に取り入れたい．表でxが１増加したときの変化の割合は求められても，例えば式や表で，「xが４増加したときの変化の割合を求めなさい」という問題にも慣れていくことを試みたい．また，$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=a$を問う指導だけではなく，（ yの増加量 ）＝a×（ xの増加量 ）という視点をもった指導の改善も考えたい．

（例２）$y=3x+2$

		＋１		＋１		＋３		＋２	
x	1		2		3		6		8
y	5		8		11		20		26
		＋３		＋３		？		？	

③表を利用して，xの値の仮の区間を考えさせる指導場面をつくり，慣れさせる．

xの区間を与えず，１次関数の式から変化の割合を求める問題になる場面では，右の（例３）のような表をつくり，生徒自身が仮のxやyの区間を設定できるようにしていく．初めはxの区間を与えて，生徒自身がyの区間を設定する．慣れてきたところで，自分自身で設定させていく段階の指導を考えたい．問題を考えていく中で，どの区間においても変化の割合が一定であることに気付く場合もある．１次関数では，表がなくても１次関数の式から，変化の割合を読み取ることができるような指導も行いたい．

（例３）$y=3x+5$

x	？	…	？
y	？	…	？

２）１次関数とみなす指導を行うためのグラフの表し方と直線の式の決定・変域の確認に関して

「実際に操作，実験から得られた測定値を座標平面上でグラフにし，それがひとつの直線上の点列と判断できれば１次関数とみなし，予測することができることにより問題解決が図れる」という流れについては，実際に座標平面上に点を表させ，どういう点列かを吟味する指導が大切である．

実際のデータから，点をとるわけであるが，第一歩として多くの点が見た目に直線上にあるとみられるか，もしくは曲線上にあるとみられるかどうか吟味する．このことは理科の教科書（２ページ図１）や過去の数学の教科書でみることができる（図 13）．

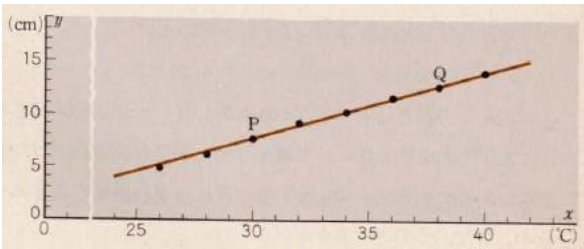
大型試験管の中に満たしたアルコールが，温度の上昇にともなって細いガラス管の中を上がっていく実験装置を作った．

実験の結果，温度とアルコールの高さを示す目盛りとの関係は，次の表のようになったという．

温度（x ℃）	26	28	30	32	34	36	38	40
高さを示す目盛り（y cm）	4.9	6.2	7.7	9.1	10.2	11.5	12.6	14.0

（中略）

上の表の，対応するx，yの値の組$(x,\ y)$を座標とする点をグラフ用紙にとると，これらの点はほぼ一直線上に並ぶ．図の直線ＰＱは，それらの点からのはずれがなるべく少ないようにひいたものである．この直線を１次関数のグラフと考えて，その式を求めよう．



この直線は，２点Ｐ(30，7.7)，Ｑ(38，12.6)の近くを通るから，直線の傾きはほぼ 0.61…

そこで，この値を 0.6 とすると，この直線は，傾きが 0.6 で，点(30，7.7)を通ると考えることができ，求める式は$y=0.6x-10.3$

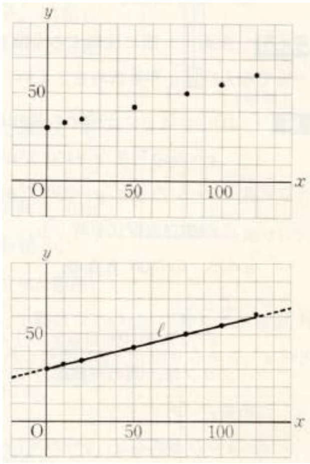
図 13　グラフの表し方と直線の式の決定における教科書の掲載例[7)]

次に，どういう直線であるかを判断するときに，理科では，なるべく近くの点を通る直線をひくように指導されていることを受け，直線をひかせる．そして，その直線がどの変域で決まったものかを確認したい（次頁　図 14）．

長さ30mmのつるまきばねの下端におもりをつるし，その長さを測ったら，次のようになった．

おもりの長さ（g）	0	10	20	50	80	100	120
ばねの長さ　（mm）	30	33	35	42	50	55	61

おもりの重さを x gとしたときの，ばねの長さを y mmとして，x と y の間に成り立つと考えられる式を求めよ．



考え方　表の値から対応する点をとる．

これらは，ほぼ一直線上にならんでいるので，y は x の１次関数とみることができる．

解　上の表をもとにして，対応する点をとり，それらのなるべく近くを通る直線 l をひくと，右のようになる．

l の切片は30，傾きは0.25とよみとれる．

このことから，$0 \leqq x \leqq 120$ の範囲では，y は次のような１次関数と考えられる．　$y = 0.25x + 30$　（$0 \leqq x \leqq 120$）

図14　グラフの表し方と直線の式の決定における教科書の掲載例[8)]

図13と図14とでは，１次関数とみなす根拠となる部分に差異がみられる．図13では，直線がひけるから１次関数とみているのに対し，図14では，点がほぼ一直線上に並んでいるので１次関数とみている．生徒同士が吟味する際は，１次関数とみなすことの判断基準に様々な考えが出てくるであろう．

１次関数とみなせたときには，必ずその１次関数が決められる変域をおさえたい．例えば，図13や図14では，その直線を決めた範囲は「どこからどこまでなのか」とか「(図14のように)ばねであれば，マイナスはないね．では，おもりは何ｇまでつるせるのかな？」など具体的な問いを通して，１次関数とみなせる x の変域もおさえる指導は重要である．

一方的な教師の指導ではなく，一連の作業を通して，生徒同士が吟味したりどんな直線であるかを話し合ったりすることで，１次関数とみなすことの理解が深められると考える．

なお，「測定値により直線上の点と判断できない」場合もあり得る．他に誤差の丸め方等，多様な判断場合が想定され，それらの判断基準をどうするのかなど指導の問題点が想定される．実験測定誤差なども含め，実際に測定した値から得られる式をどう導くかが，生徒の活動として重要となる．「みなせる」「みなすことができない」の両者を考察させる学習を指導計画に位置付け，１次関数とみなすことの理解を深めさせることが望まれる．

３）問題解決場面における１次関数とみなす指導の工夫

調査問題３では，７日目までの CO_2 削減量から，その先のことについて予測できるかどうかを問うた．生徒の反応では，問題解決につながる３つの段階が読み取れた．

ⅰ）１日あたりの増減量，変化の割合：$\dfrac{y(CO_2\text{削減量})\text{の増加量}}{x(\text{日間})\text{の増加量}}$ …………類型11，21，31，51　計46.8％

ⅱ）y(CO_2の削減量)の増加量 ………………………………………類型12，22，32　計 9.0％

ⅲ）１組(x，y)の $\frac{y}{x}$ 割合 ……………………………………………類型13　計 2.7％

この反応からも，ⅲ）→ⅱ）→ⅰ）の段階になるごとに高次な考え方がくみ取れる．この反応を指導に生かすために，次のことに取り組むことが重要であろう．

例えば，ⅲ）の段階にある生徒に対しては，y は増えているか，減っているかなどについて問う．ⅱ）の段階にある生徒には，表から変化の割合をいくつか調べてみよう，と示唆を与える．そして，同じようなことをグラフ上でも考えさせる．

４）表，グラフ，式の関連で調べ，考えさせる．

１）②では，x の増加量を変えて，ということを述べたが，変化の割合について，表，グラフ，式の関連づけを深められるよう，道具を活用し，視覚に訴える指導を提案する．

例えば，（例２）の $y=3x+2$ の表では，x の増加量が１，２，３のときを提示しているが，１次関数の変化の割合はどの区間においても一定である（ $\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=3$ になる）ことは，計算により確かめたり，グラフに線を書き入れたりして示すことが多い．しかし，【問題１】の結果分析のように，分母と分子を混乱する誤答がみられたことから，形式的な指導だけではなく，視覚に訴えた指導として直角三角形の拡大図，縮図の考えを用いた指導が有効であると考えた．

（例２）$y=3x+2$

	＋１	＋１	＋３	＋２	
x	1	2	3	6	8
y	5	8	11	20	26
	＋３	＋３	＋９	＋６	

図 15 の直角三角形ア，イ，ウは，x の増加量がそれぞれ１，３，２のときを表したもので，三角形の大きさは異なる．３つの三角形からどんなことがいえるかを問い，平行移動して１つの角に集めると，ぴったり重なることを引き出させたい．重なることが関数としてどんな意味をもってるかを考えさせるとともに，重ならなかった場合の意味についても確認する．変化の割合と直線の傾きとの関連について視覚的に理解させたい．

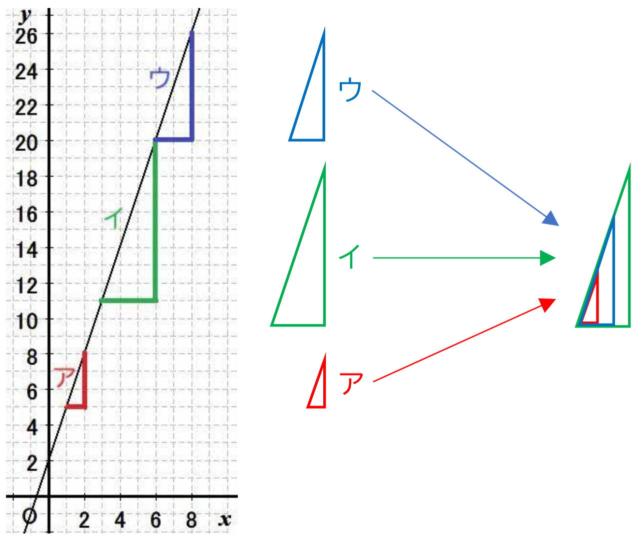


図 15　１次関数の変化の割合が一定で等しいことの説明

５）実験実測または具体的で生徒に身近な事象を取り上げる．

実験実測のデータは表やグラフで与えられていることが多い．そのため，調査問題でも表やグラフを判断材料として予測できるかについて判断していた．１次関数であることを判断できるようにするには，１次関数と明記されていない問題では，「図の形が直線であること」，「条件に直線と書かれていること」から，「直線→（ならば）→１次関数 $y=ax+b$」と判断し，「１次関数が決められる変域をおさえる」指導が重要である．

また，「２点のみが与えられていて，そこから１次関数の式を求めること」についての指導では，方眼を与え，２点を取らせ，グラフをかき，傾きを読み取る練習を随時心掛けたい．本委員会が行った別の調査では，方眼がある問題とない問題で正答率に差があったことから，方眼を利用して答を求めることから，方眼を利用しなくても答えが求められるような指導方法の検討も必要である．

３　今後の課題

①　中２の「１次関数とみなす」活動の提案を踏まえた教材開発および授業を行う.

②　３年間を見通した中学校関数指導計画をよりよいものにしていく.

③　小・中・高の関数に関する系統的な指導の在り方について検討する.

［引用・参考文献］

1）日本数学教育学会「第 106 回大会発表要旨集(大阪大会)」, pp. 305～320, 2024. 8
2）文部科学省「中学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説数学編」, p. 53, 2017. 4. 1　(下線は筆者が付記)
3）文部科学省「中学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説数学編」, p. 119, 2017. 4. 1 (下線は筆者が付記)
4）東京書籍「新しい科学１」, p. 179, 2021. 2
5）国立教育政策研究所「令和 4 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学」, 2022
6）東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会「1 次関数の値の変化の割合の指導と評価」
(日本数学教育学会全国（大阪）大会発表冊子, 2024. 8. 2)
7）大日本図書「中学校数学２」, pp. 152～153, 1980. 3. 31
8）啓林館「数学２年」, p. 60, 1992. 1. 31

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

逢坂　翔太（渋谷区立上原中学校）
小髙　洋平（豊島区立千登世橋中学校）
桑原　宏一（港区立高陵中学校）
齋藤　圭祐（東京都教育委員会）
酒井　翔　（北区立堀船中学校）
関　富美雄（渋谷区立上原中学校）
高村　真彦（練馬区立北町中学校）
塚本　桂子（新宿区立西早稲田中学校）
堀　　孝浩（中野区立緑野中学校）
待山　貴彦（新宿区立落合中学校）
山本　恵悟（足立区立千寿青葉中学校）
吉田　直樹（中野区立緑野中学校）
吉田　裕行（世田谷区立砧南中学校）

共同研究者
風間　喜美江（元香川大学）
高山　琢磨（大和大学）