

第55回研究発表大会に寄せて

東京都中学校数学教育研究会

会長 久我 正次郎

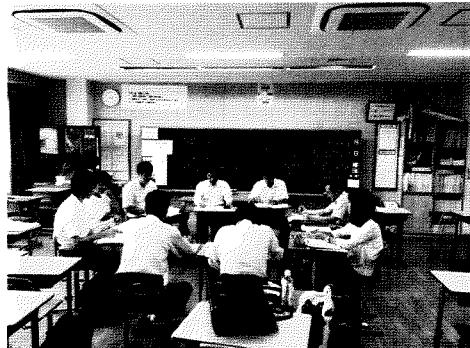
東京都中学校数学教育研究会（以下、都中数と記す）の研究発表大会も会員の皆様に支えられ55回目を迎えることができました。感謝申し上げます。研究の成果や課題の共有という点で、多くの先生方にご参加を願うため、昨年度より発表大会を2月中旬、土曜開催としました。また、各地区で進められている研究に関しても発表を募集し、昨年度に続き2年連続町田市から発表していただきました。

都中数には調査部があり、本研究発表集録の3ページからは調査部報告（調査1～調査12）が掲載されています。この調査は現場の中学校で授業改善を進めていく上でさまざまな課題等を都内公立中学校全校の数学科主任等の先生方に伺いました。主な設問は経年で調査をしており、調査の回答率が100%となり東京都全体の傾向を捉えていると思われます。多くの学校からご回答いただいた貴重な資料でありぜひ、都全体の傾向を参考にしていただければ何よりです。本集録は都内公立中学校全校に1冊送付しています。日々ご多用であり、校務などで研究発表大会に参加できなかった数学科の先生方にもぜひ一読していただき、授業に役立てていただければ幸いです。

数学科の先生方の中には都中数のことをご存じない先生方もおられます。先生方ご自身が都中数の会員です。都中数の会則で会員を「本会は東京都内公立中学校的教員をもって構成する」と定めています。さらに、都中数の目的は、「本会は会員相互の自主と協調のもとに、中学校数学教育全般にわたる研究及び活動をし、中学校教育の向上を図ることを目的とする。」としています。したがって研究を推進させる研究部には、表紙裏側に記載される8つの委員会があり、研究会を定期的に開き研究を続けています。研究委員会に興味をもたれた先生はお気軽に、各委員会の連絡先にご連絡ください。先生方のご参加を心待ちにしています。

さらに、都中数は東京都教職員研修センターが認定した研修団体として、8月に数学指導技術向上研修会を開催しています。研修は東京都教職員研修センターの認定研修となり、服務上の取扱は研修出張です。指導案の検討や模擬授業などを行なう実践的な研修を行っています。

今年度は改訂された学習指導要領の周知期間であり、文部科学省より中学校学習指導要領解説数学編が示されました。学習指導要領では、数学科の目標として「数学的な見方・考え方を働きさせ、数学的な活動を通して、数学的に考える資質・能力を次の通り育成することを目指す。」とあり、その後（1）知識及び技能、（2）思考力、判断力、表現力等、（3）学びに向かう力、人間性等の三本の柱に基づいた内容が示されています。また、解説数学編では「数学的活動を通して」「数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである。」とあります。新しい学習指導要領に則し、都中数は生徒が楽しく数学的活動に取り組み、主体的に学べる授業づくりを今後も研究して行こうと考えています。



（参加者が活発に意見交換する研修会）

第55回 東京都中学校数学教育研究発表大会

発表次第

第一分科会・・・・指導助言者 小宮 賢治 先生（都中数元会長）

会場：第1フォーラム（地下1階）

委員会名等	発表テーマ	発表者
1 関 数	関数における速さの指導 ～関数指導における負の速さの必然性に迫る指導化～	葛飾区立堀切中学校 桑原 宏一
2 指導法	主体的・対話的で深い学びを目指した指導法の工夫	杉並区立荻窪中学校 古庄 恵実
3 評 価	入試問題を活用した評価問題の作成 ～習熟度に合わせた問題へのアプローチ～	江東区立深川第二中学校 湯浅 浩

第二分科会・・・・指導助言者 元木 靖則 先生（都中数元会長）

会場：第2フォーラム（1階）

委員会名等	発表テーマ	発表者
1 教育課程	中学校における「割合」の指導について ～第二学年「確率」の学習における生徒の思考についての分析を通して考える～	豊島区立西池袋中学校 松本 健児
2 図形	図形の性質を意識した作図の指導 ～正方形を作図する活動を通して～	江東区立東陽中学校 新井 大地 荒川区立第三中学校 谷 竜己
3 導入法	「平面の決定条件」の実践例	世田谷区立上祖師谷中学校 石川 寛樹

第三分科会・・・・指導助言者 近藤 和夫 先生（都中数元会長）

会場：第1会議室（2階）

委員会名等	発表テーマ	発表者
1 確率統計	身近な問題を解決する学習を取り入れた指導 ～「箱ひげ図」を用いた指導にあたり～	世田谷区立砧南中学校 菅原 亮 世田谷区立用賀中学校 石綿 健一郎
2 数式	問題の視覚化を取り入れた指導 ～主体的・対話的で深い学びに向けて～	品川区立東海中学校 友部 三奈
3 町田市	図形の相似の活用に関する授業改善 ～校舎の高さを測定する活動を通して～	町田市立つくし野中学校 高木 圭樹 町田市立忠生中学校 宮島 謙二

平成 29 年度東京都中学校数学教育研究会調査部報告

数学教育推進にかかる実態調査

— 数学授業の改善のために —

◆ 調査の目的

中学校における数学教育推進上の諸課題等や、数学科教員の意識等について調査を行い、今後の数学授業の改善に役立てる。

◆ 調査項目作成の方針

過去の調査結果を参考に、主に授業力向上に関わる調査項目を作成し、都内公立中学校の実態を把握する。

◆ 調査対象

都内公立中学校 613 校の数学科教員（教科主任等）

◆ 調査期間

平成 29 年 8 月 18 日（金）～平成 29 年 9 月 13 日（水）

◆ 設問数

回答のしやすさを考慮し、設問数は毎年 8 問程度としている。

1 調査の概要

ア 調査の方法について

各地区連絡理事に全面的な協力を得ながら、メールを利用して都内全校に対して調査を実施した。回答校数は 613 校、回答率は調査期間後の集約分も含めて 100% となった。

イ 調査内容について

設問項目は、平成 26 年度の調査から経年比較をするものについては項目を変えず、選択肢を一部変えるに留めた。また、今回新たに次年度調査してほしい項目に関する設問を設定した。

ウ 分析と考察について

調査結果をもとに、特徴や傾向を明らかにした。見解については、調査部としての見解を主としている。

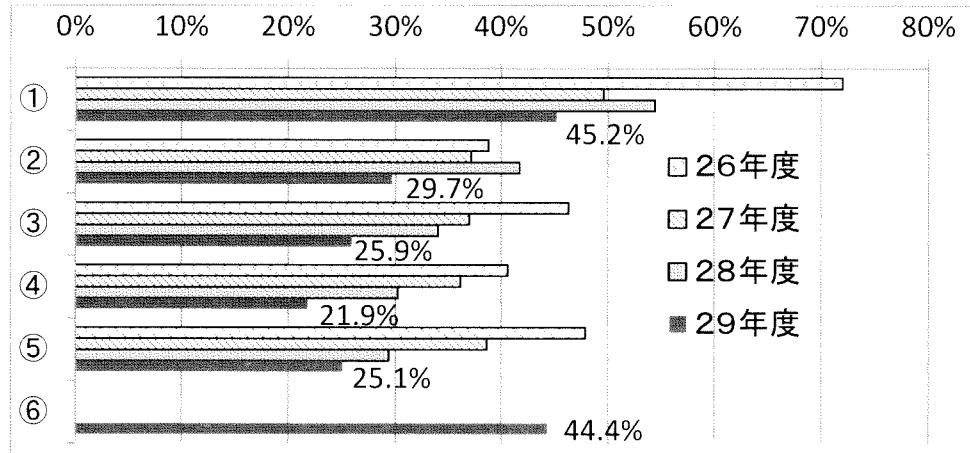
2 調査結果の分析・考察

Q1 昨年度の自校の数学科の課題として、どのようなものがありますか。

次の中から2つまで選んでください。

- ① ICTを活用した授業
- ② 数学的活動を取り入れた授業
- ③ 言語活動を充実させた授業
- ④ 習熟の程度に応じた指導
- ⑤ 基礎・基本を徹底させる指導
- ⑥ 数学的な見方・考え方を働かせる指導

Q1	①	②	③	④	⑤	⑥
校数	277	182	159	134	154	272
%	45.2%	29.7%	25.9%	21.9%	25.1%	44.4%



【分析・考察】

今年度新たに「⑥数学的な見方・考え方を働かせる指導」を選択肢に加えたところ、約4割の学校が課題としていることが分かった。①から⑤までは、昨年度より4.3ポイントから12.0ポイント減少しているが、減少分の合計は42ポイントであり、⑥を選択したと読み取ることができる。

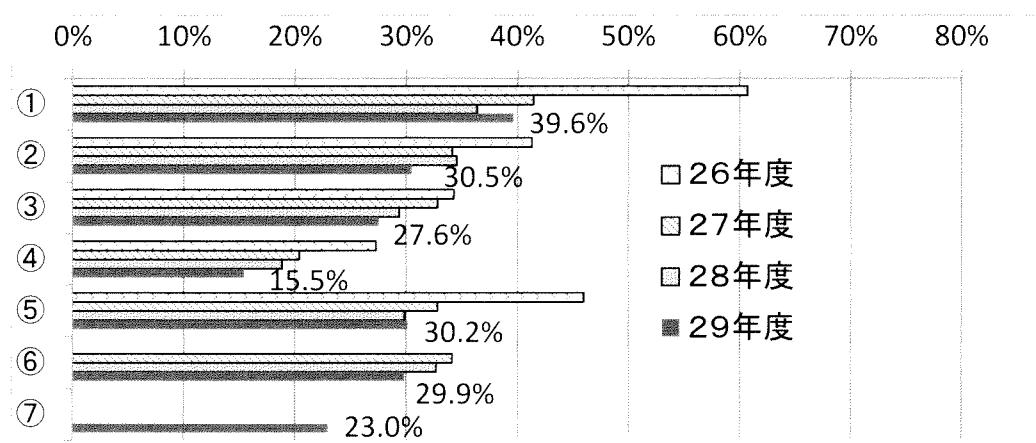
今年度の調査結果でみると、「①ICT機器を活用した授業」「⑥数学的な見方・考え方を働かせる指導」がそれぞれ約半数近くの学校が課題と捉えている。①は昨年度と同様、ICTの整備が都全体で毎年確実に進んでいる状況と、授業で具体的に活用する難しさを反映していると思われる。⑥については、全国学力調査のB問題、東京都学力調査の読み解く力に関する内容の問題の正答率が低いこと等からも、日頃の授業において多くの指導者が課題であると実感していることが分かる。①、⑥ともに、指導の効果を上げている実践例の共有が求められる。

Q2 授業力を高めるため、研修をしたい点はなんですか。

次の中から2つまで選んでください。

- ① 数学的な見方・考え方を引き出す発問
- ② 興味・関心を高めるＩＣＴの活用
- ③ 一斉指導における個への対応や特別な支援を必要とする生徒への対応
- ④ 説明や論証など数学的な記述力を高める指導
- ⑤ 多様な考えを引き出す教材の工夫
- ⑥ グループ学習を活用した指導方法
- ⑦ 新しい学習指導要領に沿った授業づくり

Q2	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
校数	243	187	169	95	185	183	141
%	39.6%	30.5%	27.6%	15.5%	30.2%	29.9%	23.0%



【分析・考察】

選択肢については、28年度に「⑦適切な評価・評定の仕方について」を加えて調査したが、13.2%と最も低かったため、「⑦新しい学習指導要領に沿った授業づくり」と入れ換えた。

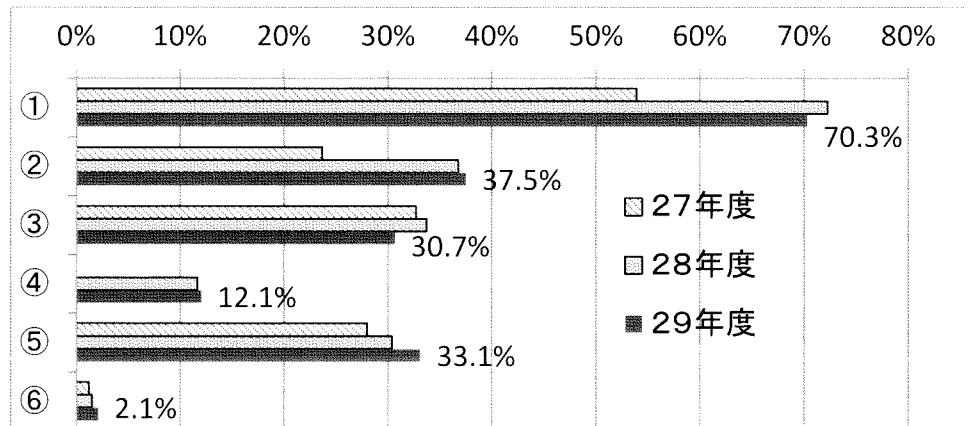
最も回答が多かったのは、「① 数学的な見方・考え方を引き出す発問」で39.6%であった。設問1の結果からも、数学的な見方・考え方を伸ばす指導の必要性を感じている指導者が多いことを表している。②③⑤⑥の4つの選択肢が、30%前後でほぼ同数となっている。⑦を選択した学校が23.0%であったが、来年度より新学習指導要領の移行期間が始まるところからも、移行措置の内容を正確に把握するとともに、新学習指導要領の目標である、「主体的、対話的で深い学び」を視野に入れた授業改善をすすめることが必要であると考える。指導者が求めている研修内容の傾向が明らかになっているが、時間割変更の難しい学校現場の実態もあり、研修の機会をつくることは容易ではない。そこで、各地区の教育研究会等において、研究テーマを検討する際の参考として頂ければ幸いである。

Q3 数学的活動を取り入れた授業は、主にどのように取り扱っていますか。

次のの中から2つまで選んでください。

- ① 教科書の各章の導入課題を利用する
- ② 教科書の章末課題や巻末課題を利用する
- ③ 教科書内の問や例題を利用する
- ④ 補助教材（問題集等）の問や例題を利用する
- ⑤ 独自に作成した資料や課題を利用する
- ⑥ ほとんど行っていない

Q3	①	②	③	④	⑤	⑥
校数	431	230	188	74	203	13
%	70.3%	37.5%	30.7%	12.1%	33.1%	2.1%



【分析・考察】

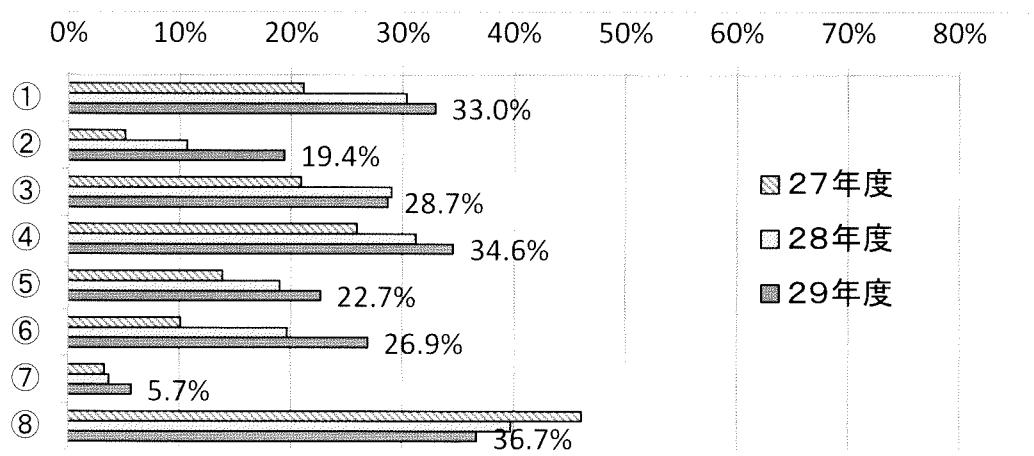
最も多かった回答は、「①教科書の各章の導入課題を利用する」の70.3%で、「②教科書の章末課題や巻末課題を利用する」が37.5%、「⑤独自に作成した資料や課題を利用する」が33.1%、「③教科書内の問や例題を利用する」が30.7%となっている。昨年度と傾向に変化はない。①が回答の7割であるのは、教科書の改訂により各章の導入課題が更に工夫され、数学的活動が扱いやすいことも理由と考えられる。また、⑤は毎年増加傾向にあり、数学的活動を大切にする指導者の意欲が伝わってくる。

新学習指導要領の教科の目標として「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成することを目指す」とあるように、数学的活動の充実を図る必要がある。そのためにも、導入課題の指導事例や独自教材について、各地区等で共有する必要があると考える。

Q4 授業中に活用するＩＣＴについて、よく用いるものを次の中から3つまで選んでください。

- ① ノートパソコン（指導者用）
- ② タブレット端末（指導者用）
- ③ 教材提示装置、書画カメラ、実物投影機等
- ④ 大型テレビ、プロジェクター
- ⑤ 電子黒板
- ⑥ デジタル教科書
- ⑦ パソコンやタブレット端末（生徒用）
- ⑧ ＩＣＴを活用したいが機材が不十分で活用できない

Q4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
校数	202	119	176	212	139	165	35	225
%	33.0%	19.4%	28.7%	34.6%	22.7%	26.9%	5.7%	36.7%



【分析・考察】

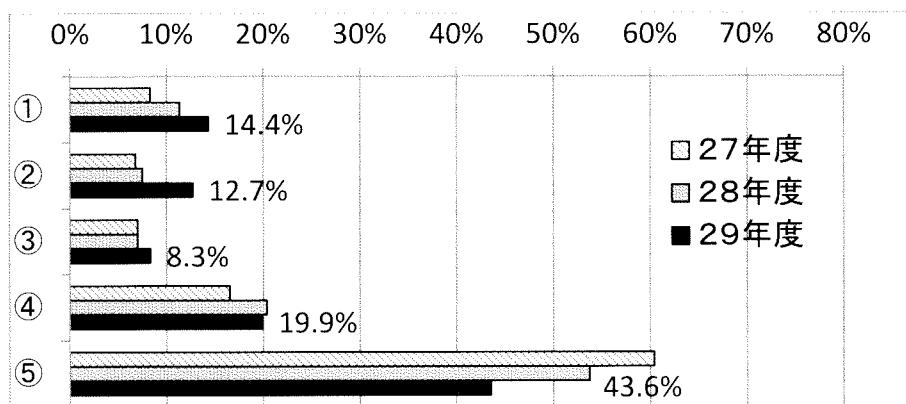
平成27年度から継続して調査を行っている。活用されている機器の順位を見たときには、「①ノートパソコン(指導者用)」、「④大型テレビ、プロジェクター」が30%を超えており、教室等に設置された大型テレビに、ノートパソコンを接続して使用していることが推察される。経年変化に着目すると、「②タブレット端末」、「⑥デジタル教科書」の伸びが大きい。この結果からも、都内全域において、指導者用のタブレットやデジタル教科書の整備が引き続き進んでいることが分かる。また、「③教材提示装置、書画カメラ、実物投影機等」の回答が減少したのは、コンピューター機器の利用が増加しているためと分析出来る。このような中で、「⑧機材が不十分で活用できない」は減少しているとはいうものの、最も高い回答となっており、区市町村による整備状況の差が依然として大きいことが推察されるが、現在の勤務校に備えているＩＣＴ機器を、積極的に授業に活用していただくことを願う。

Q5 ICTを活用した授業をどれくらいの割合で行っていますか。

次のの中から1つ選んでください。

- ① 毎時間
- ② 教科書の各項に1回程度（約2～3時間ごと）
- ③ 教科書の各節に1回程度
- ④ 教科書の各章ごとに1回以上
- ⑤ ほとんど行っていない

Q5	①	②	③	④	⑤
校数	88	78	51	122	267
%	14.4%	12.7%	8.3%	19.9%	43.6%



【分析・考察】

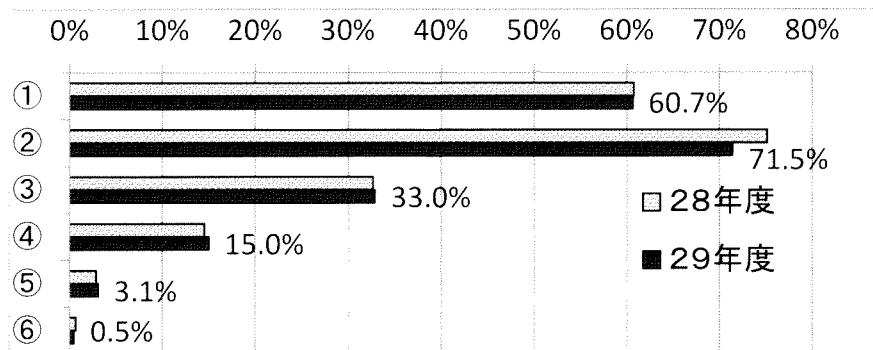
ICTの活用頻度についての調査である。「⑤ほとんど行っていない」が43.6%と、依然として高い結果であったが、2年間で17ポイント減少している。ICTを活用した授業を行う学校が着実に増加していることが分かる。また、「①毎時間」、「②教科書の各項に1回程度（約2～3時間ごと）」ともに6ポイントそれぞれ増加しており、全体として使用頻度が上がっている状況がはっきりと表れている。最初は少ない頻度であっても、操作に慣れてくることによって、使用頻度が増加する傾向があることが、調査結果からも読み取れる。また、利用を続ける中で、頻度に加えて授業の質の向上に結びつくことも想定できる。設問4でも述べたが、ICTの普及は地区による差が大きい現状ではあるが、ICTの活用が授業改善に結びつくことからも、各校においては、整備されている機器を積極的に授業に活用していただくことを願う。

Q6 学習内容の定着や学習習慣の確立のためには、家庭学習の充実が重要です。家庭学習の充実のために実践されているものを、次の中から2つまで選んでください。

- ① 教科書から課題（宿題）を出す
- ② 補助教材（問題集等）から課題を出す
- ③ 独自に作成した家庭学習用課題を利用する
- ④ 家庭学習専用の問題集を購入させ、利用する
- ⑤ その他…設問6-2に具体的に記述してください
- ⑥ 特に行っていない

※効果的な活用方法がありましたら、6-3に具体的に記述してください

Q6	①	②	③	④	⑤	⑥
校数	372	438	202	92	19	3
%	60.7%	71.5%	33.0%	15.0%	3.1%	0.5%



【分析・考察】

昨年度より調査を始めた項目である。主体的な学びを深めていくという視点や、学習習慣を定着させていく上で、家庭学習の充実は重要な課題である。「②補助教材（問題集等）から課題を出す」が71.5%、「①教科書から課題（宿題）を出す」が60.7%と半数以上を占めている。「③独自に作成した家庭学習用課題を利用する」が33.0%あり、校務多忙な中で、3分の1の学校で生徒の学力向上を目指した家庭学習の充実のために、多大な労力をかけている姿が見えてくる。

この設問については、回答の傾向が昨年度と同様の傾向になることは想定されていたが、自由記述に記載されている実践例を、他校でも参考にして頂くことをねらいとして今年度も調査を行った。以下に自由記述をまとめたので、これらの実践例を、各校における家庭学習の更なる充実のために役立てていただければ幸いである。

＜その他＞

教材の工夫	大田区独自で採用しているステップ学習のプリントを利用する。（2）			
	教科書に添付されたCDから作成し出題	ワークを家庭で計画的に行うように意識付けする。		
	eライブラリの活用（タブレットPCにて）	東京ベーシックトリル	作成したプリント（2）	
	家庭学習ノートを個々に作成し、1日1ページ（最低）学習し、提出させている			
	自作のプリント（ハズルや迷路、問題作り、調べ学習）を行っている。			
定期的に取り組む	毎週の課題提出や習熟度に合わせて、週末に宿題を出している。			
	週末課題を作り、毎週取り組ませている	1日1ページずつノートに自習をさせる。		
授業の工夫	宿題を提示し、授業内でランダムに生徒をあてて発問することによって、緊張感をもたらせる。			
	毎回授業の復習をノートにやらせている。			

テストとリンクさせる	単元テストを毎月最低1回は実施し、80%に達しない生徒には、繰り返し再テストをする。補習を行い自宅で復習させて再テストに臨ませる。
	数日後に行う小テストの範囲などを明記したプリントを配布し、家庭学習を促す。小テストで満点だった生徒については各学年の学年通信に名前を載せるなどして生徒の学習意欲を高める工夫をしている。
	計算コンテストの実施 テストの再テストを繰り返し行う。
学校・学年全体での取組	家庭学習週間を年間で5回実施し、各自で学習内容を考え、計画を立てて勉強させるようにしている。
	定期考査前に家庭学習強化月間を作り、家庭学習用に購入させた問題集に取り組ませる
	学校全体で1日1ページ自主学習に取り組むよう指導している。
	毎日の家庭学習は行わせていますが、教科別として特に課題は出していない。
	学校全体の取組として、家庭学習ノートを用意し、毎日学級で提出させている。
その他	各学年に協力していただき、保護者会、三者面談等で家庭学習の重要性を伝える ①、②、③、④すべてやってます。

<効果的な活用方法>

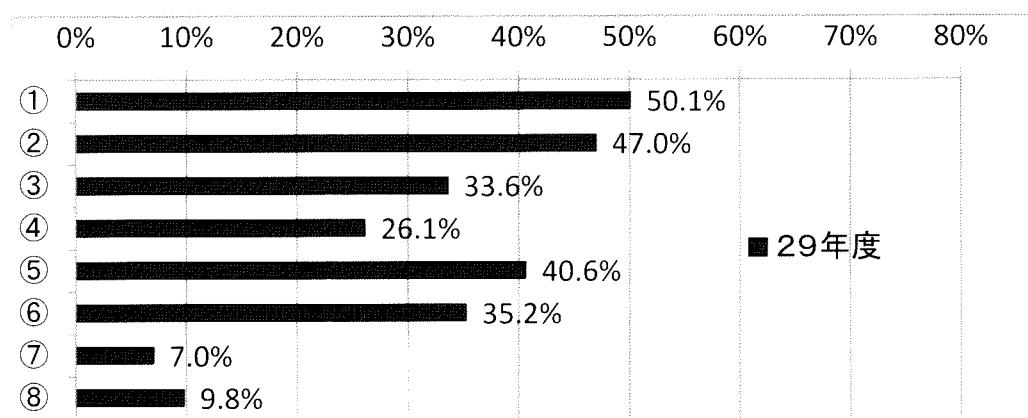
課題の内容	授業で学習したことの復習を家庭で行う	独自で作成したプリントを宿題として毎時間出している。
	予習として次の授業の学習内容の教科書の問題を取り組む。	
	習熟度別コースの授業毎に、そのコースの学力にあつた課題を出題することを意識的に行っている。(4)	
課題の頻度	毎週金曜などに「週末課題」として出している。	とにかく毎時間必ず課題を出す。生徒も習慣付く。(3)
	問題集で課題を出す頻度を高くし、1回の量を減らすことにより、具体的な問題点を捜すことができた。	
	年度当初に問題集を購入。毎回の授業時に1ページを宿題とし、授業の最初に確認する。また、授業中に課題が早く終わった生徒は、自分のベースでどんどん取り組ませることもできる。	
	授業内容を復習する課題を毎回出し、次の授業で確認を必ず行う。	
	週一冊、小単元の学力向上プリント集(A410ページ程度で解答解説付き)を配布して、家庭学習で行う。	
	問題集の見開き1ページ分ずつ2~3日置きに提出日を設けてチェックを行う。	
	補助教材を各授業で毎回チェックしている。	その日に習ったことに確認。基礎・基本の定着。
	教科書の問題が解けたら、問題集の問題を自ら解くよう指示を徹底している。	
	毎授業後、その日に扱った内容の宿題を出している。宿題プリント専用の表紙を作り、そこに貼らせていく。	
	ワークブックを定期考査時に提出させている。	同じ問題を繰り返し練習する。
課題の出し方の工夫	毎時間、1,2問の宿題を出すように心がけている。苦手な生徒にはヒントプリントなどを配布して、行っている。	
	週に2回、小テストとして問題集から5問ほど出題している。出題ページを指定することによって、生徒は小テストに向けて問題集を用いて家庭学習を行なうようになった。	
	希望者のみやってくる課題を用意することができます。	
	予習は基本せず、授業の内容を教科書の問題や問題集から出題し、類題を解かせている。	
	課題プリントをスマールステップで用意し、チェックすることで家庭学習の意識を高めています。	
	補助教材(問題集)を2回解くことを推奨している。1回目はノート。2回目は直接書き込み。	
	定期テスト等で出題し、できたことで自信を付けさせる。	
	家庭学習の中から確認テストを実施する。生徒の意欲が増し、個々の生徒の理解度やつまずきを把握できる。	
	テスト(定期・単元)の範囲にして取り組ませ、提出させる。	定期テスト等のやり直し課題を出す。
	宿題の範囲のテストを行う。それを定期考査でも出題し、何度も解かせる。	
テストとリンク	全校共通問題、学年独自問題を出題し、平均点等を比較して定着度を把握するとともに生徒の励みになっている。	
	前日に家庭学習で課題を出し、翌日の朝学習でミニテスト形式で行う。1~2サイクルで確認テストを行う。	
	週末の宿題から毎週テストをする。また、毎回の宿題の提出状況を本人が理解し、向上を目指すために、スタンプカードを作り、評価とリンクさせています。	
点検の工夫	問題作りや調べ学習の作品は、必ず掲示し、投票によるコンテストを行う。	
	補助教材の点検となるべくこまめにチェックし、後でまとめてやらないようにする。	
授業内での工夫	授業内容に沿った課題を問題集から出し、次時冒頭に生徒自身が説明することを前提として取り組ませる。	
	授業の振り返りに家庭学習でやることも書くよう促し、見通しをもたせる。	
	授業の中で考えたことを活用して解けるような問題を提示する。能動的に問題に取り組めるように工夫している。	
学校体制	授業内で取扱った問題が間違えてしまった場合、必ずその日の家庭学習ノートにやるよう全学年で指示している。点検や評価はせず、やったかやってないかのチェックは家庭学習用ノートをチェックする学級担任にゆだねている。家庭学習の定着ともリンクでき、校内で共通理解を図れば3年間を通して家庭学習の習慣付けにもつながる。	
	毎日提出させて担任が必ずチェックする。	

Q7 現在、都内の8割以上の学校で、習熟度別少人数指導が行われています。習熟度別少人数指導を進めていく上で、課題となっていることを3つまで選んでください。

- ①指導者の打ち合わせ時間の確保
- ②授業進度の調整
- ③グループ編成
- ④指導体制（授業者のローテーション等）
- ⑤習熟度に応じた教材の工夫
- ⑥評価について
- ⑦その他・・・設問7-2に具体的に記述してください
- ⑧少人数指導を実施していない

※上記の課題に対して、何か工夫している点があれば、設問7-3に記述してください

Q7	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
校数	307	288	206	160	249	216	43	60
%	50.1%	47.0%	33.6%	26.1%	40.6%	35.2%	7.0%	9.8%



昨年度は、習熟度別少人数指導の形態についての設問であったが、それをふまえて今年度は、習熟度別少人数指導の課題について調査した。まず、「⑧行っていない」が9.8%で、昨年度の12.5%から更に2.7ポイント減少し、約9割の学校で習熟度別少人数授業が行われていることが明らかになった。「①指導者の打ち合わせ時間の確保」が50.1%、「②授業進度の調整」が47.0%と約半数の学校で、チームを組んだ教員相互の調整を図ることに課題があると答えている。①に関しては、少人数加配を実施した場合、教員定数+加配1名に加えて時間講師が任用される場合が多いことと、専任教員が持ち時数の上限まで授業を担当することの両面で打ち合わせ時間の確保が困難になる。「③グループ編成」、「⑤習熟度に応じた教材の工夫」、「⑥評価について」が30%台の回答となったが、生徒にとって分かる授業、意欲が高まる授業を開拓していく上で、グループ編成や生徒の実態に応じた教材の開発、適正で信頼される評価の実施は、どれも強い関連性があり、このような結果になったものと推察される。習熟度別少人数指導の効果が更に上がるためにも、指導法の工夫については効果的な授業の展開例を共有し、活用することが重要であると考えるが、打ち合わせ時間の確保については、授業時間内に打ち合わせができるような制度が整備されることを切に願う。

なお、「⑦その他」には、①から⑥までの各項目について、各校でご苦労されている実態が詳細に記載されていた。特に多かった内容としては、

- ・打ち合わせ時間の確保や教材準備など、必要な時間が確保できること
- ・単級での指導が効果的な指導内容であっても、制度上柔軟に対応できないこと
- ・時間講師と組んで指導を行う際に、授業変更や土曜日の授業設定が困難になることが寄せられている。また、
- ・基礎クラスの授業を充実させること
- ・授業が3クラス同時に行われるために、教材やＩＣＴ機器が不足していることなどの記述もあった。

以下に、工夫している点についての自由記述をまとめた。困難な環境の中での実践例でもあることから、各校においても参考にしていただければ幸いである。

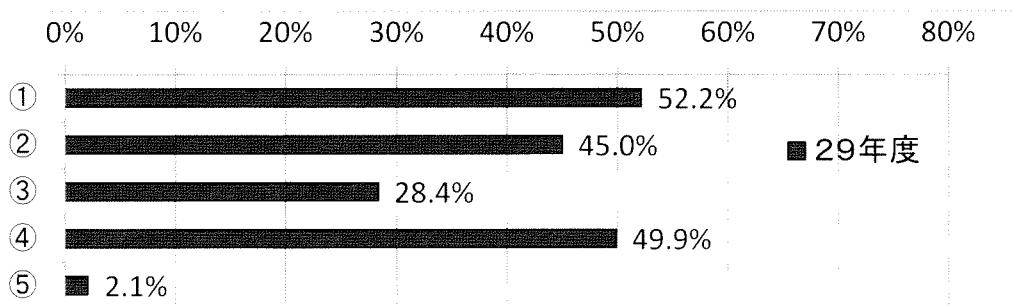
打ち合わせ時間の確保	週に1回、数学部会を開き、進度の調整や情報交換をしっかりと行っている。(4)
	適宜教科会を開き、授業進度、生徒の様子を打合せて調整している。
	基本的に週一でレジュメを用意して打ち合わせを行うが、授業カット等によりできない場合も多いので、レジュメを回覧している。
	学期ごとのローテーションを組み、1学期は「1クラス2展開」、2・3学期は「2クラス3展開」というふうに、生徒全員がほぼ平等になるよう実施している。それに伴い、(ほぼ毎週1回)15分程度の教科部会を開き、授業進度の報告・調整を行っている。
	連絡を密にして、打ち合わせをすることによって進度を調整している。毎週金曜日に打ち合わせをして、今週の課題、来週の目標などを話すことによって、連携を深めている。
	打ち合わせを有効に活用しているため、様々な課題は解決できている。
	指導方法は空き時間等に確認している。進度は、確認表で確認している。
	授業前に短時間で授業進度の打ち合わせをしている。
	授業前後の数分で、常に情報交換を行っている。また、月1回は、今の課題や今後の進度、取り組む内容について打ち合わせを行っている。
	各クラスの進捗状況は、授業が終わってすぐに担当教員間で共有している。
指導者の連携	時間確保は難しいので、メモ等を用いて情報交換をしている。
	各学年の代表者を決め、連絡・調整をなるべく密に行なうようにしています。
	数学科教員同士の連携を深める。
教材の工夫	教員の連携を密にし、授業における進度の調整、評価の基準などを統一し、行っている。
	メインの教員が、聞いて回り、調整する。
	出張で少人数授業ができないときは、事前に進度を調整して授業を進められるようにしている。
	生徒の学習段階に即して、適切な難易度の問題を設定している。
	共通の補助教材以外の教材は授業者が習熟度に合わせて作成している。
コース編成	学年ごとに同じプリントを授業で使用して、打ち合わせや進度の調整をしやすくしている。(2)
	授業で使う教材(プリント類)は、担当者ごとに用意しているが、提出する課題(補助教材やプリント等)については、すべてのコースで統一し、各学年担当教師を決め、同じ基準で評価をつけている。
	複数課題(レベル別)の準備
	習熟度の低いクラスで考える時間を増やすためのプリント学習を取り入れている。
	発展クラスの生徒については、入試問題を意識した教科書の発展的な問題を解かせている。
指導計画	授業者どうしの教材の共有
	進度や取り扱う問題の難易度などの調整をしやすくするために、各学年ごとに、プリント等は共通のものを使用。
	発展コースでは問題演習を多く、または日常に結び付け深める授業。
	定期考査以外に単元テストを実施し、習熟度別コースの変更を行っている。(生徒の希望も考慮して)
	試験ごとに生徒の入れかえを行っている。

ローテーション	基本的には教員は学期ごと、単元ごとにローテーションするのがよいが、学校事情によってはあるコースは固定したり、ローテーションを行わない方がいい場合もある。教員と生徒の相性なども考慮すべき。 学年の生徒を知るために学期ごとにローテーションしているが進度を合わせるのに苦労しています。
評価	習熟度に応じて進め方も異なるため、授業内での生徒の活動における評価がなかなか行えず、統一の課題や提出物のみで評価している。 評価はテスト・提出物を主としてつけ、授業の様子等はその後、討議して加えています。
その他	足立区の教科指導専門委員の先生に指導を仰いでいる。 生徒がつまづいている場面があれば、授業外の時間に個別指導の時間の確保(補習等)をし学力定着および理解度の向上に取り組んでいる。 励まし等の個別対応 苦手意識を持つ生徒に対するメンタルサポート的アプローチ(励まし・向上心) アクティブラーニングの導入 習熟度を分解し、一斉授業にして単元確認テストを行う。 島嶼地区で生徒数が少ないため、上記①～④のような課題はないが、規模の大きな学校では難しいと思う。

Q8 次年度の実態調査で取り上げて欲しい設問は何ですか。次の中から2つまで選んでください。

- ①新学習指導要領に関する設問
- ②授業力向上のための指導法に関する設問
- ③ICT等をはじめとする授業環境に関する設問
- ④習熟度別少人数指導の工夫に関する設問
- ⑤その他…設問8-2に具体的に記述してください

Q8	①	②	③	④	⑤
校数	320	276	174	306	13
%	52.2%	45.0%	28.4%	49.9%	2.1%



実態調査の設問については、調査結果の周知によって各校の授業改善に結びつけていくことをねらいとしながら、これまで主として調査部で検討してきた。今回初めて、次年度以降に取り上げてほしい設問を調査した。

約半数の学校が「①新学習指導要領」、「②授業力向上のための指導法」、「④習熟度別少人数指導の工夫」に関する設問を希望している。平成33年度の完全実施に向けて、①に関しては、来年度から3年間は移行期間となることから、各校がどのような取組を行っているのか調査し、報告することが求められていると捉えている。②については、これまでも様々な形で調査をしてきたが、引き続き調査項目としての希望が高いことから、各校の授業改善に結びつくような調査項目を考えていきたい。④に関しては、設問7にもあるように、各校で様々な課題を抱えている実態がある。そのような中で、

全ての生徒にとって分かる授業を目指した授業改善を目指すために、効果的な指導法に関する情報を求めていることが伝わってくる。この点については、各地区の教育研究会等で、研究テーマとして実践研究をする等、顔の見える関係の中で、課題解決に向けての取組をすることも有効であると考える。その他少数の自由記述についても、学校現場からの声として、来年度の調査項目を検討する上での参考にしていきたいと考える。

領域	「データの活用」分野について。
評価	評価方法の工夫に関する設問。 新学習指導要領では3観点となり、ひとつの観点の重みが大きくなる。特に、興味・関心・意欲の評価をこれまで以上に研究することが求められる。そこで、興味・関心・意欲の評価については他校の工夫を知りたい。 習熟度別少人数指導の工夫に関連して、評価材料の充実に苦慮しております。特に「数学に関する関心・意欲・態度」の評価について各校の取り組みを聞きたい。(2)
少人数指導	少人数授業における成果について。 少人数指導することで、全学年を指導する際に、授業準備の時間確保をどのようにしているか。
校務改善	授業の持ち時間と教材研究を行う時間について。(2) 数学科教員の負担が大きすぎる点の改善について。
その他	調査実施のタイミングで、タイムリーな話題を取り上げて頂きたい。 実態調査は不要である。

3 まとめ

新学習指導要領が公示されて約1年、今回の改訂では、「何ができるようになるか」「何を学ぶか」「どのように学ぶか」という柱を立て、全ての教科、校種が目指す方向を、これまで以上に一致させることを重視したものとなっている。そのような中で、中学校数学科における教科の目標を、「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的な活動を通して、数学的に考える資質・能力を次の通り育成することを目指す」としている。この目標に向かって授業改善を進める上で、現状を明らかにし、課題の改善に結びつけるための実態調査を行い、資料化することは重要であると考える。このような意味において、各校における実態を明らかにすることことができたと考える。

毎回の調査で強く感じることは、現状維持ではなく、環境や制度の変化に対応しながら、より良い授業づくりを目指す先生方の努力の姿が映し出されていることである。今後も授業改善のための実態調査となるよう心がけていくとともに、調査結果を基に、都中教研として先生方の希望に沿った、研修や講演会を企画し、調査結果の還元に努めていきたいと考える。

なお、自由記述については、回答された記述を全文載せたかったが、紙面の都合上、内容が変わらない範囲で表現に修正を加えたことと、問題点の指摘となるような意見については、効果的な活用という調査の主旨と異なるため、割愛させて頂いたことをご了承いただきたい。特に設問7の習熟度別少人数指導の課題については、選択肢に挙げられている項目に該当する内容を、「その他」に各校の実態を自由記述として記述された学校が50校以上ある中で、5項目に整理したことについては、重ねてご容赦いただきたい。

最後になりましたが、調査の実施にあたり、多用な中、ご回答いただいた各校の先生方、調査用紙の配付・回収及び集計等、煩雑な作業を快くお引き受けいただいた各地区連絡理事の皆様に深く感謝を申し上げます。特に、今年度は回収率を100%にすることができたのも、各校のご協力と各地区連絡理事の皆様のご協力のおかげであります。誠にありがとうございました。

(文責 調査部長 秋野 宏之)

関数における速さの指導

～ 関数指導における負の速さの必然性に迫る指導～

研究部 関数委員会

1. 研究のねらい

本委員会のこれまでの研究で、速度を「向きをもつ速さ」として捉えることや、関数における速度の理解に課題があることがわかった。そこで昨年度は、速さの概念と関数の密接な関係、例えば「同一平面上の速さに関する $y = ax$ のグラフ (x : 時間, y : 距離) は、 a の絶対値が等しく符号が反対ならば、反対の向きをもつ等しい速さを表すこと」を、生徒に理解させることをねらいとして、授業研究を通して考察をしてきた。¹⁾

本年度は、そのねらいをさらに深めるために、中1において、次の2点を研究のねらいとして研究授業を通して実証的に研究を行うこととした。

- I 昨年度の「グラフをかく指導における、正負の数の指導との繋がりをつける速さの理解」についての研究授業・研究協議から見いだした指導課題を踏まえ、改訂指導案を作成した。その改訂指導案での研究授業を実施し、指導の妥当性を明らかにする。
- II 「関数の利用」における速さの概念と関数の理解を深める指導について、指導前の生徒の実態の把握、指導案の作成、研究授業・研究協議を経て、指導の妥当性を明らかにする。

2. 関数学習における「負の速さ」の捉え方

(1) 小・中の算数・数学における「速さ」に関する学習の繋がり

- ① 小5：単位量あたりの大きさと意味についての指導

- ア. 同種の2量で割合を表す値
 - イ. 異種の2量で割合を表す値

(例) ひなさんの家の 60m^2 の畑からは 315 g 、はるさんの家の 90m^2 の畑からは 468 g の大根が穫れました。どちらの畑の方が取れ高がよいといえるのでしょうか。

- ② 小6：小5の異種の2量の割合の学習を受けて、速さが「時間」と「道のり」の2つの量に関係していること、どちらが速いかを比べるにはどのようにすればよいかを考えること、について学習する。そして、単位量あたりに進む道のりを速さとし、速さの定義を知る。
- ③ 中1：「正負の数」では、時速○kmで東の方向に進み、1時間後、2時間後の位置などを問う。「文字と式」では、(速さ) × (時間)の言葉の式を利用して、文字を使い、道のりや速さを文字式で表す。

「1次方程式」では、1次方程式を使い、速さに関する問題を扱う。

※平成29年度告示学習指導要領では、②は小5に移行

以上の流れで学習が展開され、「正負の数」の単元では、数の範囲を負の数まで拡張することにより、

- (a) 反対の方向や性質をもった数量を、基準を定めて+や-を用いた数で表すこと
- (b) 反対の向きの量を統一してみること
- (c) 四則計算

ができるようになる。中1の関数学習に至るまでは、次の流れをとる。

正負の数 → 文字と式 → 1次方程式 → 関数

つまり「正負の数」の単元では数の範囲の拡張を、関数学習では座標平面を第I象限から全象限への拡張を行う。

(2) 「正負の数」と「速さ」の指導上の課題

- ① 教科書に関して

昨年度実施した教科書調査²⁾では、正負の数の乗法における、道のり・時間・速さに関することは、次のように大別された。

ア 小6の速さの定義に反対の方向という意味だけを添え、図等で示し、マイナスの速さを表している。

(例) 東に向かって走る自動車を小6の道のり・時間・速さの関係を使って説明する。その後、自動車が西へ向かって時速80kmで走ることを課題に設定した後、時速-80kmという速さが、数直線上に唐突に与えられている。

イ 小6の速さの定義にマイナスの位置や距離、時間を与え、マイナスの速さが表されている。

(例) 東に向かって走る自動車を小6の道のり・時間・速さの関係を使って説明する。その後、自動車が西へ向かって時速80kmで走ることを、東の方向に対する意識が弱いままであることを表す。

ウ 小6の速さの定義にマイナスの位置や距離、時間を与え、反対の向きの速さを1つの言葉で表現している。

(例) 東に向かって走る自動車を小6の道のり・時間・速さの関係を使って説明する。その後、東の方向を正の方向とし、西へ向かって時速80kmで走ることを、東へ向かって時速-80kmで走るといい表す。

このように、現行の教科書では、向きをもつ速さについて、その背景となる学習や概念を十分に考察しないまま、正負の数や1次関数などにおいて、突然「マイナスの速さ」を与えていた傾向にあり、学習の混乱をまねいている。正負の数において、時間や位置・道のりなどを表すことについて学習してきたが、速さについては、その道のり・時間の異種の2つの量の割合であり、向きをもつことも加えれば、単純な概念ではない。小6の定義に従って、「正負の数」の単元で簡単にマイナスの速さを定義してよいのだろうか。

また、本研究に関わる先行研究として、大西康太・中西正治³⁾の研究があげられる。大西らは教科書には正負の数の見方が次のような3通りあることを指摘している。

- ・500円の収入を+500円と表すとき、400円の支出は-400円のように、2つの相反する要素に対して正負の数を用いる場合。
- ・基準、得点10点に対して、どれだけ多いか少ないか、7得点は-3得点。
- ・「3個少ない」ことを、-3を使い「-3個多い」と表す。多い、少ないの一方の言葉「多い」を使い状態を表す。

関数指導においては、「中2の変化の割合で、一方の言葉「増加量」と正負の数+、-を使用し、一方の言葉「yの増加量-3」など増減を表現し、1つの言葉で表現している。」など、「正負の数」との関連の学習の困難性を生じさせていることを指摘している。

②「正負の数」と「関数」との繋がり

本委員会は、①の課題に焦点をあて、関数における速さに関する学習については、次の3点を中心と研究を進めてきた。

- ・速さの意味を変化の割合を通して理解し、グラフのよみで、速さの概念を捉え直そうすること。
- ・関数 $y = ax + b$ のaの値が変化の割合を表すとともに、向きをもつ速さ(速度)として正負の両方の値を取ること、それらが反対の向きの量を表すということを理解すること。
- ・関数 $y = ax + b$ のbの値が基準の時間における位置を表すことを理解すること。

この研究を進める中で、「正負の数」と「速さ」を関連づける指導において、次の課題を見いだした。

- ・グラフをかく初期の指導で、座標平面上の第I象限から全象限の拡張の際に、正負の数の意味との繋がりをつけること。
- ・正負の数では、例えば、東西の移動のみで、直線上での動きの扱いであるが、関数では座標平面上での扱いとなることに理解の困難性が上がる。
- ・関数 $y = ax$ のグラフは、aの符号が変わると、グラフの傾き方が変わる。それとともに、例えば「Oを基準に、東の方向を正の方向とすると、西へ向かって時速80kmで進むことは、東へ向かって時速-80kmで進むことを表す」のようにその変化量も反対の向きになる。このような事例において、グラフと実際との関連づけが意識しづらい。
- ・座標平面や変数x, y, 比例定数aを負の数まで拡げているにもかかわらず、利用や活用の場面では比例定数は $a > 0$ のみで、グラフも第I象限のみで問題解決をしており、比例定数が $a < 0$ であるような課題場面が設定されておらず、具体的な場面での問題解決に活かされていない。

(3) 関数指導における「速さ」の定義

向きをもつ速さについては、生徒に無理のない指導過程を踏み、その定義をすることが重要である。向きをもつ速さは、正負の数、数の拡張、関数学習の変域の拡張、グラフの第I象限から全象限への拡張などの学習内容を十分に踏まえ、生徒の理解の立場に立った指導を考えなければならない。以上のことから、本委員会では、中学校の符号のついた速さについて、

$$\boxed{\text{（速さ）} = (\text{正負の数を使って方向を表した道のり}) \div (\text{時間})}$$

と定義する。

ここでいう速さは、変化の割合、すなわち

$$(y \text{ の増加量}) / (x \text{ の増加量})$$

を求めるときの指導のように、 x の増加量は正の増加量として捉え、 y の増加量は正負のどちらかの増加量として捉えさせる。（右図参照）

(4) 「速さ」に関する指導方針

① 表現・よみ取りに関する指導方針

これまで、全学年を通して、右の図のような表・グラフ・式を一体化した指導が必要であり、その指導を通して、【表現】【よみ取り】に「変化の割合」の見方や考え方を考察の道具として利用していくことが重要であることを述べてきた。速さに関する関数学習においても、速さと変化の割合を関連させ、その考察を通して学習を深めることを重点としてきた。「向きをもつ速さ」は、変化の割合そのものである。つまり、速さに関する学習場面でも右の図の関係を意識した展開の指導方針をとる。

② 「正負の数」と「速さ」に関する指導方針

中学校関数指導において「向きをもつ速さ」を導入するにあたり、本委員会が提案する「速さ」を基本的な学習の中で定義する。表・グラフ・式などを関連させながら、必然性のある場面で、負の速さを使う。また、「関数の利用」でも、負の速さが使われるような必然性に迫る課題を設定し、問題解決を図るような指導計画を立てることとする。

例えば、負の速さのグラフ指導の課題として、時速5kmで北の方向に行くことを時速5kmとする場面を考えさせると、時速5kmで南の方向に行くことは、北へ時速-5kmと表すことができる。同一座標平面上でその2つの速さをグラフに表すと、一方は右上がりの直線、もう一方は右下がりの直線になる。また、その2つのグラフは a の絶対値が等しく符号が反対なので、反対の向きをもつ等しい速さを表すことを理解させることができる。これによって、正負の数を使って統合的に捉えた向きをもつ速さの概念が深まっていく。

また、「関数の利用」でも同様に、日常生活の場面で負の速さが使われる課題を扱う。その際、通常では、 x から y を求める指導であるが、ここでは、 y から条件に合う x を探すような課題を設定し、問題解決力を養う。

(5) 中1関数指導計画⁴⁾

時数	項目
1・2	ともなって変わる量
3・4	関数 $y = ax$
5	関数 $y = ax$ のグラフ(座標とグラフ)
6	関数 $y = ax$ の a の意味とグラフ(向きがある速さ)
7	練習問題
8	式の決定
9・10	反比例とそのグラフ
11	式の決定
12・13	関数の利用
14	関数の利用(向きをもつ速さに関する問題)
15	練習問題

4. 関数指導における負の速さの必然性に迫る指導

(1) 関数の利用の指導

「関数指導における負の速さの必然性に迫る指導Ⅰ」では、グラフをかく指導における、負の速さの指導について述べた。本研究のⅡでは、「関数の利用」における速さの概念と関数の理解を深める指導について、指導前の生徒の実態の把握、指導案の作成、研究授業・研究協議を経て、指導の妥当性を明らかにする。関数の利用の指導のねらいは、課題に適度な困難性をもたせ、既習事項を発展させ、生徒が考える力を伸ばすことである。

(2) 指導前の生徒の実態(略)

(3) 指導案作成にあたって

① 生徒の実態から指導への示唆

(2) から次のような生徒の実態があることが判明した。

- ・正負の数の単元で学習する、反対の向きをもつ量の意味については、概ね理解している。
- ・式と表から比例定数が速さであるという認識は十分ではなく、 $y = ax$ の表やグラフをかくなどの形式的な理解までにとどまっている。
- ・グラフから比例定数やその符号の意味を捉えることについては、関数として捉えるのではなく、幾何的な意味で理解している傾向にある。日常事象に踏み込んだ考察と表現までには至っていない。

このような実態から、関数の利用において既習事項を発展させ、生徒が考える力を伸ばす指導にあたることにする。

② 教材開発の視点

日常的な場面では、様々な選択を迫られることがある。より現実的な課題となることを意識し、課題に適度な困難性をもたせ、既習事項を発展させ、生徒が考える力を伸ばすために、次のことを視点として、教材開発を行った。

(ア) 座標平面の目盛りの大きさを工夫する

(イ) 初めは x から y を求めさせ、次に y から x を求めさせる

(ウ) 具体的で必然性のある条件を設定し、それを満たす計画を考えさせる

(エ) 求める答えが必ずしも1つではないようにする

(ア) (イ)については、具体的場面に用いられるグラフの多くが、1目盛が1とは異なる値であることに着目した。さらに、縦軸と横軸の1目盛りの値が違う値であることも少なくない。そのグラフから格子点を見つけて、 x や y の値を正しくよみ取ったり、グラフがかけたりすることができるようとした。特に、課題に適度な困難性をもたせるために、課題場面のコンビニと駅との距離を1050mとし、格子点でグラフが終わらないようにした。ただし、時間は目盛りからよみ取れるようにし、その距離も目盛りと目盛りの中央の値にするなど、適切な難易度で目盛りをよみ取ることができるよう設定した。また、通常の授業で扱う利用の問題では、 x (時間)から y (道のり)を求めさせることが多いが、生活している中で y (道のり)から条件に合う x (時間)を求めさせるように工夫した。グラフを利用して視覚化することで、求めたい値について見通しがもてると考えた。

(ウ)については、課題の前提となる条件(仮定)を意識させ、計画を立てるためのグラフを考えさせ、判断させる課題を設定した。それは、先に提示されている兄の動きをもとに弟の動きをグラフで表すというものである。兄と弟の出発点は異なり、それぞれ道のりの両端である。その出発点から2人は反対の方向に進むことから、「すれ違うこと」や、「歩く道のりを、一方は正の数で表せば、他方は負の数になること」などの視点が必然的に出てくるようにした。このように、相対的な条件で考えさせ、俯瞰して考え、グラフに表すことができる教材とした。

(エ)については、例えば「8時集合」という場面に対して、「5分前には到着しておこう」と考えることがマナーであると、中学生に指導することに着目したことから考えた視点である。8時ちょうどに到着するという考えではなく、その時間よりも早めに到着しように心がけるであろう。つまり、各生徒が到着時間を選択することになる。数学の問題は答えが1つであると考える生徒が多いが、必ずしも1つではない場面設定を行った。課題場面においては、家からコンビニまでの距離を600mという約数の個数が多い値に設定した。このことから、後半の課題である弟の歩く速さは想定しやすい整数値で複数あげられるようにした。

- (4) 指導案(略)
 (5) 研究協議(略)
 (6) 改訂指導案

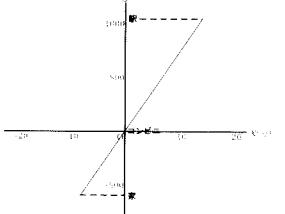
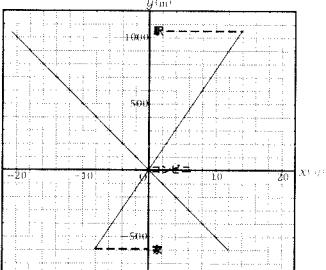
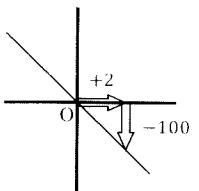
教材開発の優れた部分の妥当性が立証されたため、大きな改訂の部分はない。したがって、発問の文言や、留意点をさらに細かく記載したにとどまる。

◎本時のねらい

- ・座標平面上の第I～IV象限に表れる関数 $y = ax$ のグラフの意味を、具体的な場面で見いだすことができる。
- ・関数 $y = ax$ で $a > 0$ の場合、 $a < 0$ の場合の a の意味を、具体的な場面で見いだし、利用することができる。
- ・表、グラフ、式を用いて、問題を解決することができる。

◎本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する	<p>課題場面</p> <p>兄は家から駅までの間にコンビニがある道路上を歩きます。ある時刻のコンビニの地点を基準のOとします。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・課題場面と課題1を黒板に提示する。 ・座標平面上に x、y 軸のマイナスの数値が記入されていないものを配付する。(指導案では示している。) ・座標平面上に数値を書きこませながら +、 - の意味をおさえる。 ・家 --- コンビニ --- 駅の位置関係をおさえる。 ・グラフの第II象限から第IV象限にかけてグラフがかけるように空けておく。
グラフを読み取る	<p>課題1</p> <p>兄はいつも家からコンビニを通り駅に行きます。下のグラフは、コンビニを通過してから x 分後に駅へ ym の地点を通過したとして、その進行のようすを表したものです。</p> <p>(1) 兄が進む速さを求めなさい。また、家から駅までの道のりを求めなさい。</p> <p><速さ></p> <p>ア </p> <p>イ 時間 -8 -4 0 4 8 12 道のり -600 -300 0 300 600 900</p> <p style="text-align: center;">4分間で 300m 進むから $300 \div 4 = 75$</p> <p style="text-align: right;">分速 75m</p> <p><道のり></p> <p>ア </p> <p>コンビニから駅まで 1050m</p> <p>家からコンビニまで 600m</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・何をしたらよいか考えつかない生徒には、格子点の座標を読み取らせ、座標平面上にかかる。 ・例 ・コンビニから駅までの道のりの求め方が考えつかない生徒が多い。そのような生徒には表をつくらせてから、空欄や基準から 14 分後の時の道のりを考えさせ

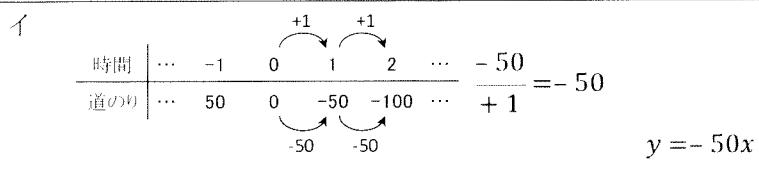
	<p style="text-align: right;">$600 + 1050 = \underline{1650} \text{ (m)}$</p> <p>イ $1050 - (-600) = 1050 + 600$ $= 1650$ <u>1650 (m)</u></p> <p>ウ 兄の進むようすを表すグラフを式に表すと $y = 75x$ となる。 コンビニから駅までかかる時間が 14 分であるため $y = 75 \times 14$ $= 1050$ 同様に、家からコンビニまでは $y = 75 \times (-8)$ $= -600$ $1050 - (-600) = 1050 + 600$ $= 1650$ <u>1650 (m)</u></p> <p>エ 家から駅までにかかる時間が $8 + 14 = 22$(分)で、 分速 75m で進むから $75 \times 22 = 1650$ <u>1650 (m)</u></p> <p>オ グラフを見て、1000m と 1100m の真ん中を通る用に見えるから、コンビニから駅まで 1050m と判断する。 家からコンビニまでは 600m とわかるため、 $1050 + 600 = 1650$ <u>1650 (m)</u></p>	<p>るよう助言する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • y 軸上で家、コンビニ、駅の位置を確認する。  <p>• (2)の説明の中で △コンビニを通るときが基準の時間 0 である △速さが一定 △$y = 75x$ と表せる △比例定数 75 は家から駅まで分速 75m で進む速度を表す △家からコンビニまで、コンビニから駅までの道のりをおさえる。 ・生徒の考える解決の糸口は様々であるため、それぞれの視点を活かすように支援し、解決させていく。</p> <p>・グラフをかいたら、式を求めるよう促す。 ・弟の速さ分速 50m は、方向をもった 毎分 $-50m$ であることにふれる。 ※もし、生徒から意見が出ない場合は、教師から提示してもよい。</p>
説明する	(2) (1)の理由を説明しなさい。 (1)の<速さ>ア、イと<道のり>ア～エの考えを説明する。	
課題 2 を把握する	<p>課題 2</p> <p>兄の行動を知っている弟は、駅を出発して家へ向かう計画を立てました。それは、コンビニで兄とすれ違って、一定の速さ分速 50m で進む計画です。弟の計画を課題 1 の座標平面上に工夫してグラフで表しましょう。</p>	
グラフをかく	(3) 弟の計画をグラフに表しましょう。	<p>$x(\text{分})$ -21 ⋯ -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 ⋯ 12</p> <p>$y(\text{m})$ 1050 ⋯ 200 150 100 50 0 -50 -100 -150 -200 ⋯ -600</p>  <p>ア</p>  $\frac{-100}{+2} = -50$ $y = -50x$
グラフを式で表す		<p>- 関数 6 -</p>

課題3を把握する

問題を解決する

発表する

まとめ

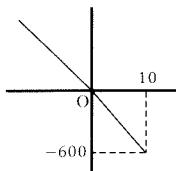


課題3

弟は計画を実行しました。兄とコンビニですれ違ったときに、兄から「お母さんは今から10分後に家を出かけるので、あなたに鍵を預けたいから急いで家に帰ってほしい」と言われました。弟はどのように計画を変更すればよいですか。

(4) 弟はどのように計画を変更すればよいか考えよう。

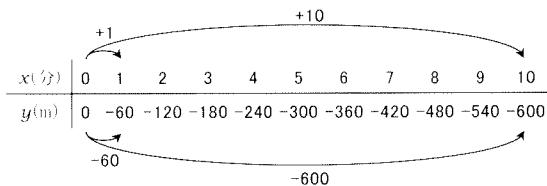
ア



10分までに着けばよいと考え,
 $-600 \div 10 = -60$
 分速60mでいけばよい。

イ 分速50mで進むと、 $600 \div 50 = 12$ (分)で間に合わない。
 速く進む必要があるため、分速60mで進むことにしたら、 $600 \div 60 = 10$ (分)で間に合う。
 つまり、分速60mより速く進めばよい。

ウ



エ 弟の進む式は $y = -50x$ で、コンビニから10分後には $y = -50 \times 10 = -500$ となり、家は-600mの場所だから母親が家を出る時間には間に合わない。
 つまり、 $-600 = a \times 10$
 $a = -60$

したがって、家に向かって分速60mより速く進まなければならない。

※ 上記の例はコンビニから10分後の家に着く場合を載せているが、5分前行動の場合や、母親と話をする時間等を考えて8分前に到着する場合においても、同様な解き方で考えられる。

(5) (4)の $y = ax$ の a の値について、気づいたことを発表しましょう。

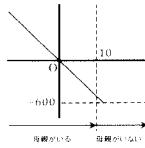
ア グラフの傾き具合が緩やかだと、速さはゆっくりで、グラフの傾き具合が急だと、速さは速い。

イ グラフの傾き具合が緩やかだと、 a の絶対値が小さく、グラフの傾き具合が急だと、 a の絶対値が大きい。

(6) グラフ上で兄と弟の進むようすが同時に読み取れることを確認する。

- ・計画変更のグラフが $y = -50x$ の $a = -50$ より a の値が小さくなるいくつかが出れば正解とする。

- ・このまま計画通りに進んだ場合、コンビニから10分で家に着くことができるかを問い合わせ、グラフ上で確認をする。



- ・計画変更によって速さを変えることを理解させ、その内容を△グラフで知る
 $\nabla y = ax$ の a で知る
 以上の2点がポイントとなる。

- ・何をしてよいかわからない生徒には、コンビニから何分後に家に着ければよいのかを考えさせ、グラフをかかせる。

全日本中学校陸上記録800m走
男子 1分53秒15
女子 2分07秒51
600mに換算すると、
男子 1分24秒75
女子 1分35秒25
コンビニから家までは約1分30秒かかると考へ、分速400m以下が現実的な数値であることを触れてよい。

- ・(4)で何種類かの解答を出させ、それぞれのグラフをOHPシートなどにかかせる。それを重ね合わせて、グラフの傾き具合や速さと、 a の絶対値の変化との関係性を気づかせていく。

a の絶対値	小さい	大きい
グラフの傾き具合	ゆるやか	急
速さ	ゆっくり	速い

5. まとめと今後の課題

「向きをもつ速さ」をグラフの指導において扱うことで、関数の利用でも「向きをもつ速さ」の理解の定着が進んだ。今後は、次の①～⑤を課題として、研究を進めていく。

- ① これまでの研究をもとに、中1の指導計画をよりよいものに改善する。
- ② ポストテストを実施し、指導後の生徒の変容を検証する。
- ③ 中2においても「向きをもつ速さ」についてこれまで研究を行ってきたが、中1の研究をもとに、指導案の見直しと指導計画の改善を行う。
- ④ 小・中・高の算数・数学における速さの指導に関する教材を分析し、系統的な指導のあり方について研究を行う。
- ⑤ 他教科における速さの指導に関する教材を分析し、数学教育との繋がりを考察する。

[引用・参考文献]

- 1) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
日数教(岐阜)大会発表資料(2016)
「関数における速さの指導～関数 $y = ax$ の a の意味と第I象限から全象限への拡張～」
 - 2) 学校図書(2016)「中学校数学1」, pp. 12-257
大日本図書(2016)「新版数学の世界1」, pp. 9-260
啓林館(2016)「未来へひろがる数学1」, pp. 12-222
教育出版(2016)「中学数学1」, pp. 9-260
日本文教出版(2016)「中学数学1」, pp. 10-246
数研出版(2016)「改訂版中学校数学1」, pp. 12-223
東京書籍(2016)「新編新しい数学1」, pp. 8-226
 - 3) 大西康太・中西正治(2012)「正負の数の指導に関する実践的考察－一元の立場に立った加法・減法の指導－」,
第45回数学教育論文発表会論文集(第1巻), 日本数学教育学会, pp. 491-496
 - 4) 東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会(2012)
「中学校数学科 関数指導を極める」, 明治図書, pp. 136-139
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
- ・日数教(福岡)大会発表資料(2012)
「『変化の割合』の指導について～第1学年 関数の利用におけるグラフのよみと関数 $y = ax$ の a の意味～」
 - ・日数教(山梨)大会発表資料(2013)
「『変化の割合』の指導について～第1学年 関数の利用場面における関数 $y = ax$ の a の意味～」
 - ・日数教(鳥取)大会発表資料(2014)
「『変化の割合』の指導について～速さに関する課題を、変域を拡げて考察する～」
 - ・日数教(北海道)大会発表資料(2015)
「速さに関する関数の利用について(第2学年)～変化の割合を視点として～」
 - ・日数教(岐阜)大会発表資料(2016)
「関数における速さの指導～関数 $y = ax$ の a の意味と第I象限から全象限への拡張～」

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

小高 洋平 (豊島区立千川中学校)	橋爪 昭男 (渋谷区立渋谷本町学園)
桑原 宏一 (葛飾区立堀切中学校)	稗田 浩士 (新宿区立新宿西戸山中学校)
菅田 圭一 (足立区立第十中学校)	堀 孝浩 (東京都立富士高等学校附属中学校)
齋藤 圭祐 (墨田区教育委員会)	待山 貴彦 (足立区立新田中学校)
関 富美雄 (渋谷区立上原中学校)	山本 恵悟 (足立区立千寿青葉中学校)
高村 真彦 (板橋区立高島第二中学校)	吉田 直樹 (元中野区立中野中学校)
高山 琢磨 (大田区立志茂田中学校)	吉田 裕行 (世田谷区立駒沢中学校)
塚本 桂子 (世田谷区立砧中学校)	

共同研究者

風間喜美江 (福井大学)

半田 進 (元東北福祉大学)

「主体的・対話的で深い学び」を目指した指導法

東京都中学校数学教育研究会 指導法委員会

1 研究の動機と目的

指導法委員会では、新学習指導要領において示された「新しい時代に求められる資質能力」がバランスよく“身に付いた状態”を、「説明する力（他の人に説明する姿）」すなわち「数学的な知識・技能を用いて、課題に対する自分の考えを他の人に伝えることができる状態」ととらえた。その姿を目指し、以下のような実践を行うことにより、「主体的・対話的な学び」の実現につながると考えた。

- ・説明し合う活動のための全学年分の発問一覧表の作成
- ・音声言語トレーニングや説明し合う活動を取り入れた日々のアクティブ・ラーニング型授業モデルの検討と実践
- ・問題解決型授業の検討と実践
- ・「説明し合う活動」、「問題解決型の授業」を取り入れた第2学年「平行と合同」の単元のカリキュラム・マネジメント

本委員会では、これらの方針により、「主体的・対話的な学びの実現」に近づけることができたと考えたが、新たに次の3点を課題とした。

- ① 「主体的な学び」のための「発問」の吟味と「生徒の問い合わせ」から授業を行う工夫
- ② 「対話的な学びの実現」のための「共有の仕方の工夫」
- ③ 「深い学び」となっているか、そもそも「深い学び」とは何か。「深い学び」の実現のために必要な方法、何をもって「深い学び」ができた状態ととらえられるのか。

これらの課題のうち、今年度は ③「深い学び」を中心に研究を進めることとした。

2 「深い学び」をどうとらえるか

「深い学び」は、新学習指導要領では以下のように示されている。

「深い学びの鍵として、『見方・考え方』を働かせることが重要になること。各教科等の『見方・考え方』は、『どのような視点で物事を捉え、どのような考え方で思考していくのか』というその教科等ならではの物事を捉える視点や考え方である。(pp4)

主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善の具体的な内容については、中央教育審議会答申において、以下の三つの視点に立った授業改善を行うことが示されている。

(①②は略)
③習得・活用・探求という学びの過程の中で、各教科の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたり、思いや考えを基に創造したりすることに向かう「深い学び」が実現できているかという視点。(pp77)

「『数学的な見方・考え方』については、『事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること』であると考えられる。」(pp7)

「『数学的な見方・考え方』のうち、・・・(中略)・・・。そのため、今回の改訂では、統合的・発展的に考えることを重視している。」(pp21)

「中学校学習指導要領解説 数学編」(文部科学省 2017)

また、文部科学省初等中等教育局 視学官 長尾篤志氏は、「深い学び」について次のように述べている。

「『深い学び』とは、数学科では、知識や技能が整理（体系化）され、様々な場面で知識や技能を活用して問題を解決できること、問題を解決して得られた知識や技能を統合し、再整理して新たな問題を見いだすこと、そのような態度を身に付けることである。」

「『深い学び』で重要な役割を果たすのは、問題を解決した後の、批判的な振り返りである。問題を解決した後、何がポイントだったか、解が意味するものは何か、他の解法はないか、これまですでに得ていた知識や技能との関係はどうなるのかなどを振り返り、自分の言葉で再整理する。」

「数学教育」明治図書出版 2017年2月号

これらのことから、指導法委員会では、「深い学び」の実現を次のようにとらえた。

「数学的な見方・考え方」すなわち「論理的、統合的・発展的」に考えながら、問題を解決し、学んだことを自分の言葉で再整理し、新たな問いをもつなどの“次の学びに向かう主体的な態度に変容する”

そして「深い学び」を実現するための指導法として、以下の3つについて実践した。

- (1) 生徒に授業を振り返らせ、「学習感想」として、自分の言葉で再整理させる。
- (2) 生徒の学習感想から「深い学び」になっているか教師が自身の授業を評価し、授業を改善する。また、生徒が「論理的、統合的・発展的」に考えているか評価する。
- (3) 学習感想を繰り返し記入することにより、「自分の言葉で整理する力」が身に付いたか、検証する。

3 研究の概要と実践例

(1) 「学習感想」を書かせる実践

第3学年「関数 $y=ax^2$ 」「相似な図形」「円」の単元で、問題解決型授業を行い、生徒に「学習感想」を書かせ、自分の言葉で再整理させるという実践を行った。

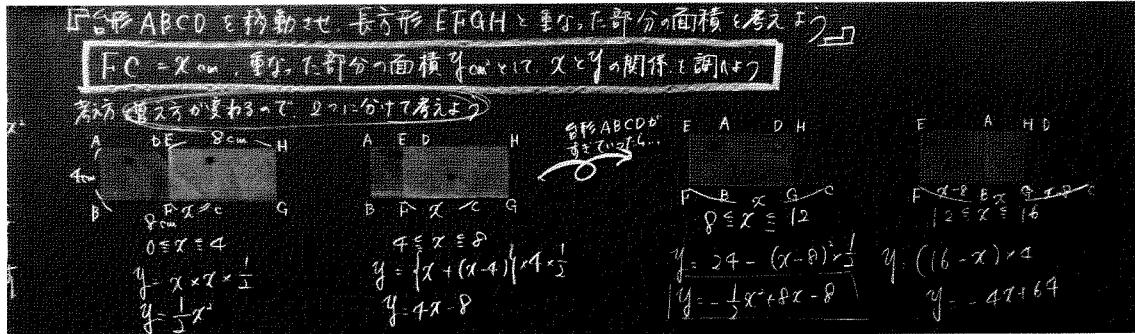
(世田谷区立東深沢中学校 習熟度別少人数・発展クラス (BC: 30名、A: 11名))

実践例①

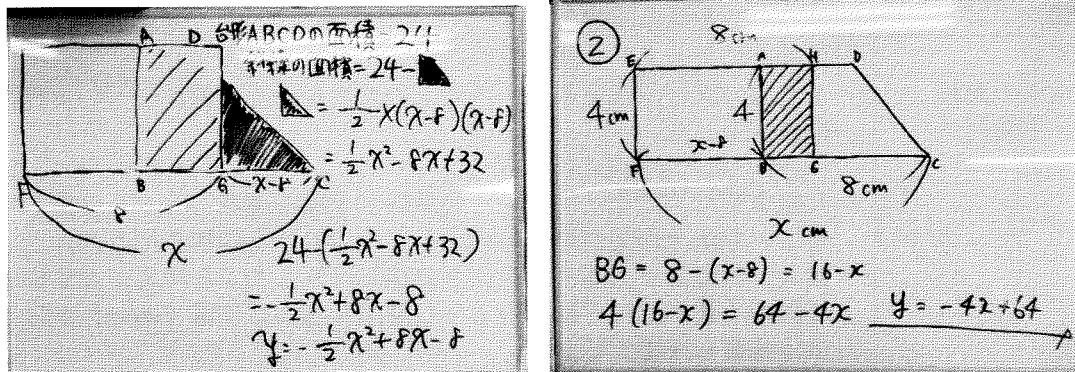
単元(授業日)	3年「関数 $y=ax^2$ 」(10月5日)
題材	台形ABCDを移動させ、長方形EFGHと重なった部分の面積を考える。(学校図書)
課題	$FC=x\text{ cm}$ 、重なった部分の面積を $y\text{ cm}^2$ として、 x と y の関係を調べよう。
指導の流れ ・工夫	<ul style="list-style-type: none">・2色クリアファイルを台形ABCD(赤)と長方形EFGH(透明色)に切り、それらを動かし重ね合わせることで着目する数量関係やその変化のようすを視覚的に捉えさせた。・授業後半は、この場面を発展させて、「このまま台形ABCDが行きすぎたらどうなるか」と發問し、$8 \leq x \leq 16$の場合も考えさせた。・後半は、グループで話し合せ、その考えを発表させた。・早く式ができる生徒や式にするのが難しい生徒には、「グラフはどうなるだろう」と發問し、グラフをかかせた。
生徒の反応	<ul style="list-style-type: none">・2つの図形が重なり合うまで($0 \leq x \leq 8$)発展クラスの生徒全員が、式とグラフでその関係を捉えることができていた。・$8 \leq x \leq 12$のときの面積の求め方で苦労している生徒が多かった。そこで、ある生徒が「台形ABCDの面積は24 cm^2だから、通り過ぎた三角形の面積だけを引けば重なった部分の面積が求められる。」という考え方を説明し、他の生徒の理解に役立っていた。

	<p>・生徒同士が伝え合う中で、$8 \leq x \leq 16$ のグラフのかき方について「増え方と減り方は同じだから。」というある生徒の言葉がヒントとなり、数量の変化を捉えグラフをかくことができた生徒もいた。</p>
--	--

<板書>



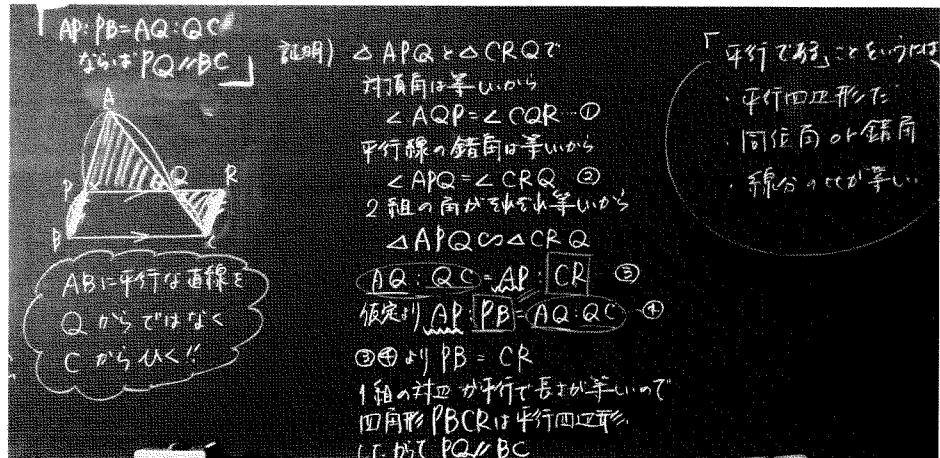
<グループの考えを書いたホワイトボード>



実践例②

単元(授業日)	3年「相似な図形」(10月26日)
題材	比と平行線
課題	「AP:PB=AQ:QC ならば PQ//BC」補助線を引いて証明しよう
指導の流れ ・工夫	<ul style="list-style-type: none"> 教科書(学校図書)では、「AP:PB=AQ:QC=3:2となるようにそれぞれ点P, Qをとるとき…」となっているが、数値を限定せず、「補助線の引き方を考え、既習事項を活用しながら証明する」という課題にした。 補助線の始点について、「平行線はQからしか引けないだろうか」というヒントを与える。 個人で考えたり、周りの生徒と対話したりしながら考えてもよいとする。 授業の最後に、「平行であるための条件」について、既習事項を確認し、本当に導いたことが新たに加わることを確認した。
生徒の反応	<ul style="list-style-type: none"> まず、「QからABに平行な線分」(前時で既習の引き方)が出たが、「三角形の相似がいえない」「結論にたどりつけない」という理由から、違う補助線を探す必要があることに生徒が気付いた。 ヒントや生徒の試行錯誤、対話などから「CからABに平行な直線を引き、PQを延長する」という引き方に気付いた。 この場合の既習事項である三角形の相似と平行四辺形になるための条件を活用し、PQ//BCを導くことができた。

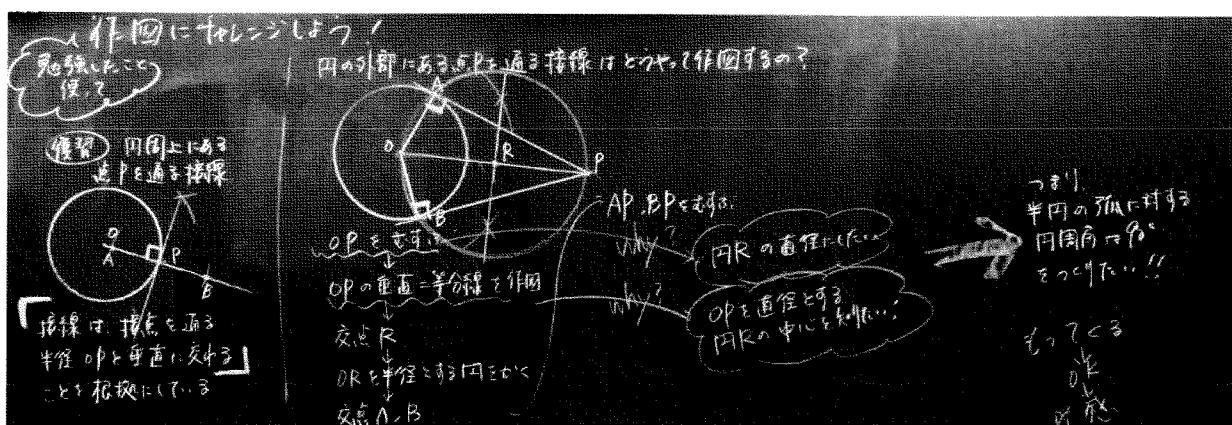
<板書>



実践例③

単元(授業日)	3年「円」(11月30日)
題材	円外の点Pを通る接線
課題	円の外部にある点Pを通る接線の作図の意味を考えよう
指導の流れ	<ul style="list-style-type: none"> 1年での既習事項である「円周上の点Pを通る接線」について作図と性質の確認をした。 「円外の点Pを通る接線の作図」について、2, 3分間だけの自力解決に取り組ませた。できた生徒または教師が手順を確認しながら作図した後、「なぜこの方法で作図ができるのか」と作図できる根拠を問う課題とした。 個人で考えたり、周りの生徒と対話したりしながら考えてもよいとする。 作図の手順がそれぞれどのような意図をもった作業であったかについて、全体共有し板書する。 適用問題(プリント問題)に個人で取り組む。
生徒の反応	理由がわからない生徒にはわかった生徒からヒントをもらい、そのヒントから「円周角の定理」「半円の弧に対する円周角は90度」という既習事項に結び付けて考えていた。

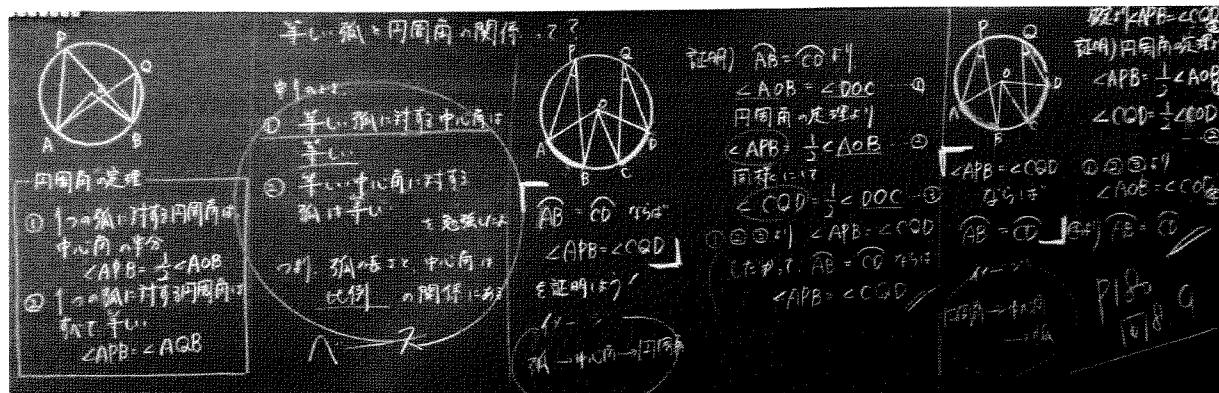
<板書>



実践例④

単元(授業日)	3年「円」(11月16日)
題材	等しい弧と円周角
課題	等しい弧と円周角の関係を証明しよう
指導の流れ ・工夫	<ul style="list-style-type: none"> ・円周角が等しければ、弧の長さは等しい」、②「弧の長さが等しければ円周角は等しい」という直感的に理解できる学習内容について、ペアで説明し伝え合う活動を取り入れた。 ・説明するための根拠となる事柄である「円周角の定理」「等しい弧と中心角（1年で学習）」を板書しておき、これらを説明に活用できるようにする。 ・思考の整理の仕方として、イメージを板書し、わかっていることから結論に結び付ける流れを全体で共有する。
生徒の反応	<ul style="list-style-type: none"> ・直感的には理解できていたり、わかっていることを基に、整理しながら順序よく説明することの難しさを感じている生徒が多くいた。特に、①の逆である②の説明で、根拠となる事柄を正しく活用できない生徒もいた。 ・説明した後の証明をかく際の表現の仕方（何を左辺にした式にするか）について戸惑う生徒が多かったので、板書で確認した。

<板書>



(2) 「学習感想」からの見取り

上記①～④の実践で生徒が書いた学習感想を次のア～オに分類した。

(※以下、例○の番号は上記の実践例の番号を表している。⑤は、①～④以外の実践)

ア 具体的な記述や次につながる態度に関する記述がないもの。

- ・いろいろな発見があった。
- ・よい勉強になった。
- ・自分で解くことができた。
- ・試行錯誤をしたが、わからなかった。

イ 感情のみの記述にとどまるもの

- ・楽しかった。解決できてうれしかった。
- ・理解できてよかった。達成感が湧いてきた。
- ・難しかった。気付けなかった。

ウ 「対話的な学び」は実現したとわかるもの

- ・友達に教えることができてよかったです。
- ・相手が理解してくれてうれしかった。
- ・1人ではわからなかつたが、友達から教えてもらって理解できた。
- ・他の人の考え方方がよかったです。いろいろな考え方があると分かった。
- 例①いつも大事なことに気付けないが、今日は自分から気付くことができうれしかつた。

それを人に説明して理解してもらえたのもうれしかった。でも、Aさんが気付いていたことには気付けなかった。教科書を超えた問題を解くのは楽しかった。

- ①自分でなく友達にも教えることができたので、今日は本当に良い勉強になりました。

エ 数学的な見方・考え方のよさに気付く記述があるもの

- ・場合分けをして考える

例①増え方が変わる時に分けて考えられました。台形が過ぎていったときのほうが難しかったですが、グラフや式などいろいろな視点で考えられました。

- ・既習事項を根拠にして考える

例②相似な図形だと気付いても、相似の位置が別の位置にある場合に気が付かなかった。
今まで学習してきたことをフルに使うことはとても難しいと思った。

- ・他の解法を考える

例① $1 \leq x \leq 16$ の BG の出し方は、先生の出し方以外にも、 $FB = x - 8$ 、 $FG = 8$ だから、 $8 - (x - 8) = 16 - x$ いうのがあります。(Bくんが見つけた)

⑤習ったことを活かして考えると理解しやすくなると思った。最初から難しく考えるのではなく、正方形を使った簡単なやり方もありだと思った。

- ・公式を使わずに面積を求めるという図形の見方に対するよさを実感する

例①面積の等式は、面積の求め方が大事だなと思った。台形の公式を使わなくても、いろいろな考え方で式を作れることがわかった。

- ・文字式は簡単に整理できるよさを実感する。

例①とてもよく考えれば単純な式になった。

- ・式で表すことのよさを実感する

例⑤物事の一定の規則を見つけることだけではなく、それを式で表すことができるかと考えることが数学なのだと思った。「規則を見つける=現実」「規則を式にする=数学」ということですかね。

- ・自分が解けなかつた場面での複数の解法の比較、原因分析

例①yの値が増えていく計算までは考えることができたが、減っていく式を考えることができなかつた。グラフと式の両方の選択肢をやってみることも大事だとわかつた。

例①グラフから考える方が難しいと思った。式のたて方が難しかつた。

例②まず、Qからの補助線ではできないと分かってから、Cから補助線をひくという考えが全く出てこなかつた。相似を証明するのは簡単だけれど（PQ//BCと思い込んでしまうこともあったが）その後平行四辺形を使うという考えが出てこなかつた。でも難しい問題をみんなで悩んで、みんなで「ああー！」と理解したのがとても楽しかつた。

- ・他の人の数学的見方に対してのよさを実感する。

例①通り過ぎる方の式を求めるのが難しかつた。A君の考え方が思い浮かばなかつたけれど、今は納得できたのよかつた。

①同じ増え方をするから同じ減り方をするという考えがよかつた。

オ 変容が見られる記述

例③今まで、作図は感覚というか、直感のような部分でやっていました。しかし、全て根拠があり、それに基づいて作図が完成することを知りました。いろいろな定理を使って作図の根拠を考えていくことは、本当に楽しかつた。

以上のア～オは、オに近づくほど「深い学び」であるといえると考える。5つ以外にも分類の視点があるかどうかについて、今後も検討していく必要がある。

また、学習感想は授業のねらいを達成したかどうか図ることができるため、授業評価そのものである。授業のねらい、生徒に身に付けさせたい力、考えさせたいことを明確にすることが大切である。

さらに、感想に書かれた生徒の「新たな問い」について、次時に全体にフィードバックし、学び方やポイントを共有した。学習感想の内容から授業を始める事もあった。これは、昨年度課題とした「生徒の問い合わせ」から授業を行う方法であり、「主体的な学び」につながる。

(3) 「自分の言葉で整理する力」の向上

学習感想を書く際に、本時のポイントや大切だと思う考えについて書くよう指示したり、「補助線のひき方について考えたことを書いてみよう」などと、書く内容を焦点化したりすることにより、生徒の書く内容が深まり、整理する力が向上していくことがわかった。

5 研究の成果

- ・以前、他校において、通年をとおして毎時間の「学習のまとめ」を書く活動を取り入れたが、時間の確保が難しく、生徒が書くことに対する“必要感”がもてず、負担となってしまった。今回は各単元3回程度の問題解決型授業の最後に学習感想を書かせることにより、時間を確保することもでき、生徒も問題解決学習を通して味わった達成感や対話的な学習のよさを感じ、その楽しさや学んだことを表現したいという主体的な態度で書いていた。
- ・学習感想を見る観点をもち、分類することができた。
- ・生徒の問い合わせから、次の授業を始めるという流れをもつことができた。
- ・教師がねらいを明確にして授業に臨まないと生徒は学習感想が書けないとわかった。
- ・授業の最後に知識の統合を意識し、全体で共有することにより、新たな知識が加わったことについて態度の変容が見て取れる学習感想を書いている生徒がいた。

6 今後の課題

今回の研究を通して得た課題は、次の3つである。

(1) 何を書かせ、どのようにつなげるか

今回は、学習感想には、「単に「楽しかった。」「難しかった。」だけでなく、「何がわかったか、わからなかったか」などについて書く」ように指示をした。今後は、「これからどのように考え、解決していくべきか」「どのような視点をもつとよいか」について書くよう指示をしていくべきか、学習指導要領で示された数学的に考える資質・能力の三つの柱の1つである「学びに向かう力、人間性」を育てられると考える。

(2) 指導と評価の一体化を図る

学習感想の評価を見ると、そのまま教科の評定につながることが明らかである。今後は学習感想から「深い学び」の実現ができているかを見取るための評価の観点、規準をさらに明確にして、評価材料として活かす方法を考えたい。今回は3年生の2学期、少人数制授業の発展コースという限定での実践であったが、少人数制の基礎コースでの実践についても教材や指導方法を考え、別のコースであっても同じ観点で評価できることを確認する必要がある。

(3) 「カリキュラム・マネジメント」を進める

昨年まで取り組んできた、日頃のアクティブ・ラーニング型授業と、今回の問題解決型授業を組み合わせ、単元ごと、年間を通してのカリキュラム・マネジメントを行い、生徒が総合的な力をもつことができるようにしていきたい。

[参考文献]

数学教育 2017年2月号 明治図書

小林昭文著(2015) 「アクティブラーニング入門」産業能率大学出版部

小林昭文著(2017) 「アクティブラーニングを支えるカウンセリング 24 の基本スキル」

ほんの森出版

岡林光司・土屋史人著(2014)「生徒の問い合わせを軸とした数学授業

－人間形成のための数学教育をめざして－」明治図書

東京都中学校数学研究会 研究部 指導法委員会

◎・・・代表者 ○…発表者

世田谷区東深沢中学校	藏田 佑	世田谷区立砧中学校	山地 美夏
渋谷区立広尾中学校	武村 恵美	荒川区立第三中学校	深沢 享史
町田市立南大谷中学校	北地 宏充	目黒区立第七中学校	木下 陽子
府中市立府中第六中学校	土井 康義	江東区立大島中学校	根本 正春
江東区立第二南砂中学校	峰岸 利一	杉並区立荻窪中学校	◎○古庄 恵実

入試問題を活用した評価問題の作成

～習熟度に合わせた問題へのアプローチ～

研究部 評価委員会

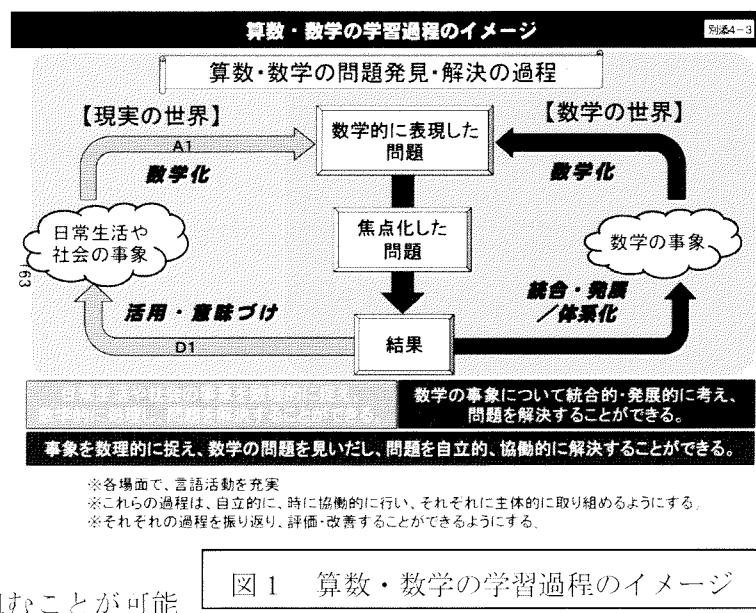
1. 研究主題設定の理由

平成29年2月18日に行われた「平成28年度 東京都中学校数学教育研究発表大会」の講演会で、「数学的活動の充実」という内容で話がありました。そのとき、「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ（報告）」という資料が提示され、数学的活動について「数学的活動は、『事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだし、問題を自主的、協働的に解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程』といった数学的に問題解決する過程が重要であり、この過程を遂行することを『数学的活動』と位置付ける」という話が出ました。また、算数・数学の学習過程のイメージ（図1）についての資料の解説がなされていました。今回の改訂で、数学的活動は生徒が課題意識をもって主体的に取り組む数学に関わるさまざまな営みを前提に具体的な活動として定義していると考えられ、数学ができる、わかるだけでなく、数学をつくりたり使ったりすることができるよう問題解決のプロセスにも焦点を当てて指導していくこうというふうにとらえて、授業では図1の過程を何回か回すことが理想であるが、どこか一部分に焦点を当てた活動を仕組むことが可能だということでした。

それを受け本委員会では、図1のサイクルに注目し、数学の事象について統合的・発展的に考え、問題を解決する課題をつくり、その課題への取り組みを見とて評価・改善へつなげていけるように考察していこうと考えました。

2. 研究を進めるにあたり

- (1) 東京都では数学科の授業で習熟度別授業を多くの学校で実施している。課題を設定する上では習熟度に合わせたものである必要があると考える。補充的・基礎的な学習に重点をおくコースでは、既習事項の確認を行なながら授業を行うことを意識した課題を設定する。また、発展的な学習に重点を置くコースでは、難易度の高い問題にも挑戦する機会を設けて、自ら考える時間を長



くとるなどの工夫をした課題を設定する。

(2) 普段の授業を展開したり問題演習をおこなったり定期考査等の問題を作成する上で参考にしているのは、高等学校の入学者選抜問題である。理由は、内容がよく練られていて、大問の中には基礎的な内容の問題もあつたり応用力が必要な問題もあつたり習熟度にあわせて授業で扱うのにアレンジがしやすいからである。今回の研究では、入試問題を活用した評価問題の作成ということで、実際に過去出題された入学者選抜問題の中から、習熟度に合わせた問題をアレンジして実際の授業でどのように扱うかを研究してみた。

3. 研究内容

今回の研究では、まずどの問題を採用するかを本委員会の会員で話し合って決めるにした。

難易度が易しすぎるとアレンジするのに難しく、かといって難しすぎると問題を易しくすることが難しくなり基礎的な学習に重点をおく生徒にとっては手も足も出ないようになってしまう。適度な難易度の問題選びをすることが本研究の第一歩であった。

入学者選抜問題の中から角に特化した問題を抽出して、どの問題が教材として良問であるかを検討してみることにした。

多くの問題の中から選んだのが、平成29年度の東京都立武蔵高等学校の作図問題であった。

【問題（あ）】

右の図1のように円Oの周上に3点A, B, Cがある。

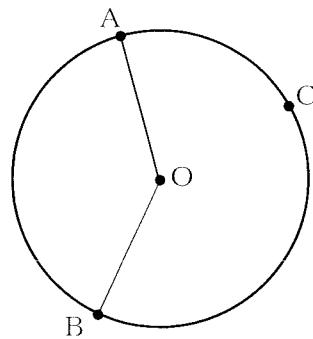
点Oと点A, 点Oと点Bをそれぞれ結ぶ。

図1

$\angle AOB = 140^\circ$ のとき、図1に、 $\angle ACP = 80^\circ$ となる点Pを、定規とコンパスを用いて求め、点Pの位置を示す文字Pも書きなさい。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

[2017 都立武蔵]



この問題を良問と判断した理由は以下の通りである。

1. この問題は3年生の内容の知識がないと作図できない

1年で作図の技術を指導し、2年では論証を中心で作図させる場面がなかなかない。

3年の高校入試で問題が出るので、作図の問題は復習しておく必要がある。

ところが3年の教科書に、作図をさせる場面があまりない。3年の内容（円周角の定理）をふまえた上で作図をさせるという点で良問であると考える。

2. 具体的な角の大きさを利用している

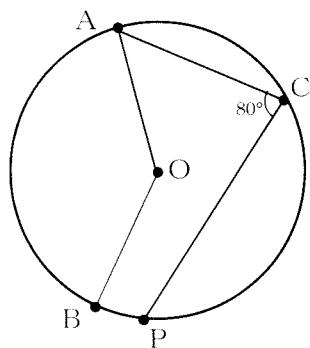
ここで出てきている角の大きさは 140° である。この大きさは授業等でよく扱う 90° や 60° 、 45° 、

30° ではない。具体的な角の大きさが与えられたときに、どのように別の角の大きさを作図するのか、そこに必要な図形の知識（円の性質や対称性、垂線、平行線の錯角など）は何なのか、知識や技能だけではない「見方」を問うという点で良問であると本委員会では考えた。

ただしこの問題は自校作成の問題なので、もとの問題のまま授業で取り扱うには全く手がつかない生徒が多くいることが予想される。そこで、習熟度（基礎・標準・発展）の3段階に応じた問題のアレンジが必要になると考える。どういった設問にすれば段階ごとにあった課題になるか考えてみることにする。

まずこの問題を解くためには、下の図aのようなイメージ図が考えられればよいのだが、このような点Pの場所は、同一弧における円周角と中心角の関係から、 $\angle AOP = 160^\circ$ であることがわかる。そのような場所を作図によって示せばよいことがわかる。ここまでならば、基礎的な学習に重点をおくコースでもわかるだろうと考えて、基礎的な学習に重点をおくコースの生徒向けの問題を次のように作ってみた。

図a



【問題（い）】（基礎コース向け）

右の図1のように円Oの周上に3点A, B, Cがある。

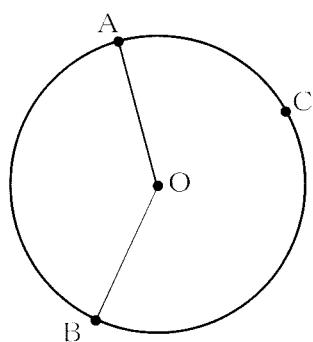
点Oと点A, 点Oと点Bをそれぞれ結ぶと、

$\angle AOB = 140^\circ$ である。

$\angle ACP = 80^\circ$ となる点Pを円周上にとるとき、

$\angle AOP$ の大きさを求めなさい。ただし、 180° 未満の角とします。

図1



これであれば、同一弧における円周角と中心角の関係から、 $\angle AOP = 160^\circ$ であることがわかる。

ただし、「 $\angle AOB = 140^\circ$ である」という一文があつて、勘違いして誤答する可能性がある点には注意しなければならないが。

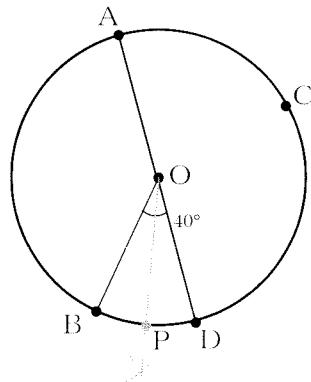
話を【問題（あ）】に戻させていただく。

この作図で重要なポイントは「 $\angle AOP = 160^\circ$ 」をどのように作図すればよいかである。そのため必要するのが「 $\angle AOB = 140^\circ$ 」である。このことから、「 $\angle POB = 20^\circ$ 」であることがわかる。

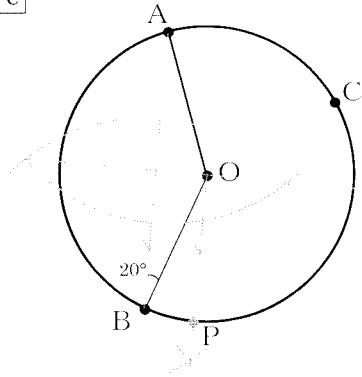
この「 $\angle POB = 20^\circ$ 」をどのように作図すればよいか、これは少し基礎コースの生徒には難しいと思われる所以、この【問題（あ）】は、標準コース向けの問題であろうと本委員会では考えた。

以下に解答例を2つ示しておきます。

図b



図c



多くの生徒が導き出す解答は図bの書き方であろうと考える。半径AOを延長して直径ADを作成すれば、 $\angle DOB = 40^\circ$ となり、 $\angle DOB$ の二等分線を作図すれば $\angle AOP = 160^\circ$ になる。直径を作り出せばそんなに難しい問題ではないと考える。

また、図cのような作図方法でも、 $\angle AOP = 160^\circ$ が作図で導き出せる。

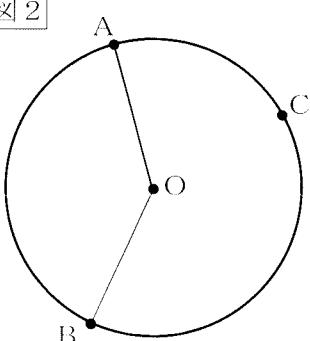
弦ABを書くと $\triangle OAB$ は二等辺三角形であり、 $\angle ABO = 20^\circ$ となる。また、弦ABの垂直二等分線を作図すると、点Oを通ることがわかる。そして、点Oを通りABの垂直二等分線に垂直な線を作図すれば、 $AB \parallel OP$ となり、平行線の錯角の関係から $\angle POB = 20^\circ$ がいえるので、 $\angle AOP = 160^\circ$ になる。つまり、作図の方法は一通りとは限らないので、発展コースの生徒に対しては、「作図方法を2つ以上示しなさい。」という一文を付け加えることによって、主体的に深い学びができるのではないかと考える。

さらに、発展コース向けに次のようなアレンジ問題を考えてみました。

【問題（う）】(発展コース向け)

図2に、点Aを含まない \widehat{BC} 上にあり、
 $\angle ABQ = 80^\circ$ となるような点Qを、定規とコンパスを用いて求め、点Qの位置を示す文字Qも書きなさい。
 ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



この問題は、【問題（あ）】の問題を応用している。 $\angle AOQ = 160^\circ$ となる点を作図すればよいのであるが、その点Qをどのように作図すればよいかが、少し難しいであろうと予想される。

$\angle ABQ = 200^\circ$ となる点を作図するという発想が出てくれば解答にたどり着きやすい。解答の一例としては、 $200^\circ = 140^\circ + 60^\circ$ という関係に気づけば、図dのように正三角形BOQを作図すればよい。時間が余った生徒に対しては、他に作図方法がないかを考えさせて、主体的に深い学びができるように指導することができる。

このように、入試問題をじっくりと考えてみることによって、数学をつくり使ったりすることができるよう問題解決のプロセスに焦点を当てる問題をつくることができた。

円周角の定理に関する問題では、角の大きさを求める問題ばかりが多く、このような作図と組み合わせる問題はなかなか多くない。

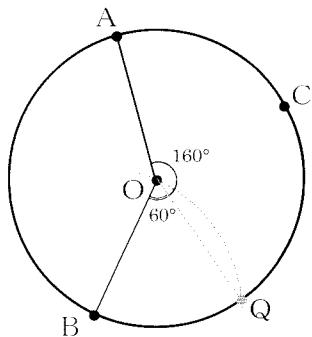
しかし、数学科としては、数学の事象について統合的・発展的に考え、問題を解決することが、問題発見・解決の過程で大切である。

そういった点でいうと、今回作成した問題は知識獲得の面でいうと系統立てられている問題であると考える。

- (1) 円周角の定理を知っていて角の大きさを求めることができるか
- (2) 角の二等分線などの基本的な作図を利用して、新たな角をつくることができるか
- (3) 図形を多角的に捉えて、問題の条件にあう図を作図することができるか

生徒の発達段階を以上の3段階で考え、それに応じて問題を扱うことによって、生徒の知識獲得の手助けになればよいと考える。

図d



4. 研究のまとめと今後の課題

今の段階では、授業で扱う問題をつくることが研究テーマだったので、実際に生徒に対しての授業を実施できていない。この研究集録用の原稿を作成している段階では授業で扱うのに間に合わなかつたので、発表時までには検証授業を行って、生徒の反応や感想をまとめて、今後の研究に活かしていきたい。

この作成問題については、本委員会に参加している教員がこのくらいの内容は生徒が理解してほしいという思いでつくっているので、生徒の実態をきちんと把握しきれていない部分がある。生徒にとっては、文章題は難しいと感じたり、問題文の長さに拒絶反応を示したりすることも予想できる。逆に、簡単すぎてすぐに解答にたどり着くことができる生徒もいることも予想される。学力が二極分化しやすい教科なので、習熟度に合わせた教材研究は非常に難しい。生徒集団の学力に応じてさらなる問題の研究を進める必要があると思われる。

また、今回のように問題をアレンジしてつくるということは、他の単元でもできると思う。日頃から教材を研究して、算数・数学の学習過程のサイクルを意識した課題設定をしていき、その課題への取り組みを見取ってそれぞれの観点における評価へつなげていけるように工夫していきたい。

少人数で習熟度別の授業を展開する上で、評価についての課題は多い。進み具合や問題への理解度はコースによってまちまちである。今回の課題での評価基準については、引き続き研究していく必要

がある。この課題であれば、どのレベルまでできたらよいのか、少人数授業を指導する上ですれがな
いようにするためのある程度の目安を今後研究していきたい。

参考・引用文献

- ・中央教育審議会教育課程部会「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ（報告）」
(2016)
- ・都中教研会報 第134号 「平成28年度 都中教研発表会 講演要旨」(2017)
- ・東京都立武蔵高等学校 入学者選抜自校作成問題 (2017)

東京都中学校数学教育研究会 研究部 評価委員会

江東区立深川第二中学校	湯浅 浩	【共同研究者】
八王子市立第五中学校	中塚 晃	正田 清明
江東区立有明中学校	後藤 宣孝	里見 友二
八王子市立元八王子中学校	久保寺 進	安藤 汎子
江戸川区立南葛西第二中学校	福沢 俊之	磯崎 正顯

中学校における「割合」の指導について

～第 2 学年「確率」の学習における生徒の思考についての分析を通して考える～

研究部 教育課程委員会

1 はじめに

(1) 本研究の動機とねらい

割合の概念は、小学校算数で重要な指導内容の一つであるが、教師が最も教えづらいと考えている指導内容でもある。これは割合の意味する内容が複雑で多岐にわたっているという概念固有の難しさによるものが大きい。算数で学習する割合の概念は、数の見方、計算の意味、数量関係の把握など、さまざまな指導内容との関わりが深く、さらに、他教科の学習や日常生活においても割合の表現がしばしば使われ、身近な生活場面で広く活用されているものである。一方、中学校で扱う割合は、どちらかというと抽象的なものであり、日常生活や社会とつながりをもった基本的な割合はほとんど扱われていないのが現状である。つまり割合の素地的な指導は小学校でひととおり完結されていると見なされ、中学校では抽象的な割合の立場での指導が中心に行われているような実態がうかがわれる。

そこで、本研究のねらいは、「割合とは見比べるところから生まれる概念である」ことを重視し、

- 算数とのつながりを前提に、中学校でのどちらかというと抽象的な割合の指導ができるだけ具体性のある教材を用いて、適切でスムーズな理解を図れるものにすること
- 算数教育で割合の概念の理解が不十分な生徒に、中学校の数学教育で再度、基礎的な割合の意味や求め方を学ぶ機会を適宜与えられること
- 割合のよさや利用価値を知ることの学習経験を積むことによって、割合についての理解の深化や、日常生活や社会の中において割合で表現したり考えたりする必要性を実感し得ることなどを、中学校数学のさまざまな学習場面において取り上げることの提案である。

(2) これまでの研究

本委員会では、中学校の割合指導として、ここで目指すべきものは、

主たる学習内容の指導があり、その理解促進を図るために割合の見方・考え方を効果的に活用することで、主たる学習内容の学びが深まると同時に、割合の再学習が可能となり、割合の見方・考え方のよさを感得できる

授業の構築であると考えた。そこで、授業の構成を練るにあたり、数学的活動を位置付ける上では、「方法」「内容」「目的」の 3 つの側面があることを踏まえて、本委員会では、平成 24 年度より、割合指導の場面に限定し、その活動を「内容」面で次の 4 つに分類し、研究を進めている。

- ① 割合の意味を知る活動
- ② 割合を求める、割合で求める活動
- ③ 割合を読みとる活動
- ④ 割合を利用する活動

平成 25 年度～26 年度

関数領域から、割合を読みとる学習として 1 次関数の利用について授業実践を行い、ワークシートの分析を行う。

平成 26 年度～27 年度

図形領域から、割合を直接的に用いる学習場面として「おうぎ形の弧の長さや面積を求めること」を取り上げ、 $\alpha/360$ の割合としての意味を考えさせる授業実践を行い、円をもとに割合の考え方を利用して、おうぎ形の計量が可能となることの理解を図る。

平成 27 年度～28 年度

「おうぎ形」の学習について、7 社の教科書の構成がどのようにになっているか、教科書紙面の比較・分析を行う。

平成 28 年度

資料の活用領域から、割合の意味を知る学習、割合を利用して説明する学習として確率導入時の指導案を作成し検討する。

2 本年度の研究

(1) 研究の動機と方法

昨年度より①割合の意味を知る活動と④割合を利用する活動の指導場面として、割合の考え方そのものが概念ともいえる「確率」を研究の対象としている。

「確率」とは、あることがらが起こると期待される程度を表した「割合」であり、「どのくらい起こるか」「どれほど頻繁に起こるか」を示すものである。確率の学習は、まさに割合を日常生活や社会で利用する場面であり、割合の考え方を用いる必要性を実感できる学習内容と言える。

昨年度は、この導入に先立ち、割合で比べなければならない状況、割合を用いれば的確に表現できる状況を意図的に設ける授業場面を検討した。そこでは、生徒が問題解決のために割合の考え方を利用して、思考・判断・表現できる能力を身に付けさせる授業を構築することを目指し、確率の意味の理解へつなげる。なお、指導案作成に当たっては、身の回りにある具体的な場面を題材として、割合の概念が不十分な生徒でも、できる限りスムーズに学習に取り組むことができるよう配慮した。具体的には、次のような授業を行った。

合計本数の異なる 2 種類のくじについて、どちらが得かを考えさせる。合計本数が異なることから、単純に当たりくじの本数だけでは比べることができない。比べるためにどうすればよいかを考えさせることを通して、割合で比べる視点に気付かせる。

今年度は、昨年度作成した指導案を改定して授業実践を行った。また、授業後にワークシートを回収し、その記述から、生徒の着眼点や割合の考え方の活用状況、授業を通しての考え方の変容等を分析した。

(2) 学習指導案

① 本時のねらい

- ・ことがらの起こりやすさを比較するためには、割合の概念が必要であることに気付かせる。
- ・あることがらの起こりやすさを、割合の考え方を利用して比べられるようにするとともに、割合の考え方を利用することのよさを感じられるようにする。

② 割合との関連

この授業では、比べる基準が多岐にわたる商店の景品としてのくじ引きという場面を設定し、様々な視点から比べることを通して、割合の考え方につどり着くように展開していく。比べる対象となる、もとにする量が異なれば、同じ数量でも比べる量のもつ意味は変わってくる。そのよ

うな場面では割合で比べなければならないことに気付き、生徒の損得についての議論は割合を用いてすすめる。後日、その値がくじを引くときの当たりの確率となることを学習するが、本時は不確定な事象についての起こりやすさの程度を、割合を用いて数学的に表現できることに気付かせることをねらっているので、「導入のための導入」として位置付け、「確率」という用語は使わない。

③ 指導案改定のポイント

昨年度の指導案では、個人の初めの考え方として、「どちらの店を選ぶか」「その理由は」の2点を記入させていた。この結果、生徒たちの考え方の傾向に、「確率」という言葉を多用しているが、実際には確率の計算をしていない可能性のある意見や、当選本数のみで比較しているのか、当選の「割合」を計算して判断しているのか、ワークシートの記述では判断できないものが多く見られた。生徒のワークシートを集計していく中で、生徒は「当選本数」や「賞金額」という1つの要素のみで比較しているのか、「割合」を計算して比較しているのかを調査することをねらいとして指導案の改定を試みた。

④ 本時の展開

	学習活動			指導上の留意点																														
導入	T 知っている「くじ」をあげてみましょう。 S 「宝くじ」「スピードくじ」 S 「掃除当番を決めるときのくじ」「あみだくじ」			・「確率」という言葉はあって取り上げない。後日、日常でも使う言葉であることを確認する。																														
展開	<p>【課題】 2つの商店 X, Y が、それぞれの店で使える商品券を景品として、はずれくじなしの次のようにくじ引きをしています。どちらかの店で1回くじを引くことができるとき、あなたなら、どちらの店でくじを引きますか。</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>X 店</td> <td>等級</td> <td>1等</td> <td>2等</td> <td>3等</td> </tr> <tr> <td></td> <td>景品</td> <td>1000 円券</td> <td>500 円券</td> <td>200 円券</td> </tr> <tr> <td></td> <td>本数</td> <td>20 本</td> <td>180 本</td> <td>600 本</td> </tr> <tr> <td>Y 店</td> <td>等級</td> <td>1等</td> <td>2等</td> <td>3等</td> </tr> <tr> <td></td> <td>景品</td> <td>2000 円券</td> <td>1000 円券</td> <td>150 円券</td> </tr> <tr> <td></td> <td>本数</td> <td>10 本</td> <td>90 本</td> <td>500 本</td> </tr> </tbody> </table>				X 店	等級	1等	2等	3等		景品	1000 円券	500 円券	200 円券		本数	20 本	180 本	600 本	Y 店	等級	1等	2等	3等		景品	2000 円券	1000 円券	150 円券		本数	10 本	90 本	500 本
X 店	等級	1等	2等	3等																														
	景品	1000 円券	500 円券	200 円券																														
	本数	20 本	180 本	600 本																														
Y 店	等級	1等	2等	3等																														
	景品	2000 円券	1000 円券	150 円券																														
	本数	10 本	90 本	500 本																														
	1, 2分自分で考えさせ、最初の意見を挙手で意思表示させる。 Sx X店にする。(以下、X店支持生徒をSxと表す) Sy Y店にする。(以下、Y店支持生徒をSyと表す) 自分の考え方と、その理由をワークシートに記入する。 「選んだ理由を数字を使って説明してください」 4人グループになり、グループ内で自分の意見と理由を発表し、理由を一つ一つ確認する。			・X店かY店かのみで、およその人数を記録する。																														

	<p>Sx 1等の本数が多いから。・3等でも200円券がもらえるから。</p> <p>Sy 1等が2000円券だから。・1000円以上が100本もあるから。</p> <p>S 合計の本数がわかっていないから入れたほうがいい。</p> <p>S X店は800本。Y店は1200本。</p> <p>Sx Y店は1200本のうち600本も100円券になてしまふ。</p> <p>Sx Y店は3等でも150円券だから、200円以下が1100本もある。</p> <p>Sy 1000円以上が当たるのは、X店では$20 \div 800 = 1/40$。一方、Y店では$100 \div 1200 = 1/12$。</p> <p>グループとしての中間まとめを、代表者が発表する。</p> <p>各班の発表後、発表の仕方や内容に対して、良かった点を挙げたり、疑問に思ったことを質問したりさせる。</p> <p>どの班の発表に説得力があったかアンケートをとり、その後で、理由とともに発表させる。</p> <p>この発表の中で、総数を求め割合を計算すると正確な比較ができることに気付かせる。</p> <p>T 他の班の意見を聞いて、どんなことを調べれば本当に得する店がわかるのか考え、最終決定をしてください。理由を必ず書いてください。</p> <p>時間に余裕があれば、数名に発表させる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・総数を意識することにより、比率としての多さが強調される。
まと め	<p>S 割合に直して比較したほうがいい。</p> <p>S 各等級の金額が店ごとに違うから、考えにくい。</p> <p>T 景品総額という考え方があります。それぞれの店の提供している商品券の合計金額を計算してみましょう。</p> <p>S X店は230000円、Y店は245000円です。</p> <p>T それが、X店は800本、Y店は1200本のくじに割り当てられているので、くじ1本あたりの金額は、 X店は $230000 \div 800 = 287.5$円 Y店は $245000 \div 1200 = 204.1$円 となります。</p> <p>S X店のほうが得です。</p> <p>T 皆さんは考えるときに、合計本数が違うことに注目できました。合計が違うと比較しにくいものです。そのようなときに、「割合」を用います。小学校で習ってから、%など難しい問題としてときどき登場していますが、このような課題場面でも解決のために役に立つものです。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・理由を必ず、1、2個言わせるようとする。 ・的確な理由が挙げられたら、生徒全体にどの班の発表が良かったか（分かりやすさ、説得力）を尋ね、その班にはもう少し詳しく説明させる。または、他の生徒に質問させる。

(3) 実験的な授業からの分析と考察

中学校で数学を学習する場面では、割合を利用したり、その意義を感じたりする場面が小学校に比べて少なく、生徒がすんで割合を利用して問題解決しようとする態度が育まれにくい。

そこで、本年度の研究では、割合の意味を知る活動・割合を利用する活動の場面を設定した実験的な授業を行った後、授業を通して生徒がどの程度割合の利用価値を感じとれるかを分析し、考察を行った。以下は、都内公立中学校第二学年134人に行った授業でのワークシートの分析である。

最初に、自分はどちらを選ぶか、理由も含めてワークシートの①(はじめの考え方)に記入させた。その後、グループで討議を行い、そこで決定したグループでの意見を発表、学級全体で共有した。そして他の班の意見をうけ、最終的な個人の考えをワークシートの④(最後の考え方)に記入させた。

その結果を着目した根拠と割合を利用しようとする態度をもとに整理したものが表1である。枠内の矢印の左側の数字はワークシートの①に記入した人数、右側の数字はワークシートの④に記入した人数を表している。

表1

	a 等級に注目	b 金額に注目	c 全体に注目	計
A 割合を利用する	3→7	12→24	0→27	15→58
B 割合を利用しない	13→8	59→34	5→0	77→42
計	16→15	71→58	5→27	X

各項目については次のように設定した。

「A 割合を利用する」

着目した2つの数量から割合を算出したり、期待値をもとに両店を比較している意見が記入されているものを累計した。

「B 割合を利用しない」

1つの数量を、または複数の数量を関係付けずに単純に比較している意見が記入されているものを累計した。

【数学プリント】 24年 組 番 氏名																															
【課題】 2つの商店 X、Y が、それぞれの店で使える商品券を景品として、はすれくじなしの次のようにくじ引きをしています。どちらかの店で1回くじを引くことができるとき、あなたなら、どちらの店でくじを引きますか。																															
X店 <table border="1"> <thead> <tr> <th>等級</th> <th>1等</th> <th>2等</th> <th>3等</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>景品</td> <td>1000円券</td> <td>500円券</td> <td>200円券</td> </tr> <tr> <td>本数</td> <td>20本</td> <td>180本</td> <td>600本</td> </tr> </tbody> </table> Y店 <table border="1"> <thead> <tr> <th>等級</th> <th>1等</th> <th>2等</th> <th>3等</th> <th>4等</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>景品</td> <td>2000円券</td> <td>1000円券</td> <td>150円券</td> <td>100円券</td> </tr> <tr> <td>本数</td> <td>10本</td> <td>90本</td> <td>500本</td> <td>600本</td> </tr> </tbody> </table>					等級	1等	2等	3等	景品	1000円券	500円券	200円券	本数	20本	180本	600本	等級	1等	2等	3等	4等	景品	2000円券	1000円券	150円券	100円券	本数	10本	90本	500本	600本
等級	1等	2等	3等																												
景品	1000円券	500円券	200円券																												
本数	20本	180本	600本																												
等級	1等	2等	3等	4等																											
景品	2000円券	1000円券	150円券	100円券																											
本数	10本	90本	500本	600本																											
はじめの考え方	□	ワークスの初期意見	X…	△、Y… △																											
<small>（理由・根拠となる手帳）数字を使って説明して下さい</small>																															
<small>※ 連絡用表にまとめて名前と意見をそれぞれの欄に書きこむ</small>																															
<small>X店 Y店</small>																															
<small>※ 他の班の意見を聞くこと、表と筆者名の名前と意見をそれぞれの欄に書きこむ</small>																															
<small>X店 Y店</small>																															
<small>※ いかですれば自分の班の説明の特徴を考えるか</small>																															
最後の考え方	□	<small>（理由・根拠となる手帳）2種類を説明の方法についてまとめて下さい</small>																													

「a 等級に注目」

同じ等級の本数を比べたり、等級そのものの数を比較したり、等級を基準に両店を比較している、またはそれを基に割合を算出している意見が記入されているものを累計した。

「b 金額に注目」

あたりくじの最低金額や最高金額、自分で定めた基準以上の金額の本数を比較する等、金額をもとに両店を比較している、またはそれを基に割合を算出している意見が記入されているものを累計した。

「c 全体に注目」

あたりくじの合計の本数や景品総額を基準に両店を比較している、またはそれを基にくじ1本あたりの金額を算出している意見が記入されているものを累計した。

それぞれの項目に分類した代表的な意見を表2に表した。

表2

	a 等級に注目	b 金額に注目	c 全体に注目
A 割合を利用する	X店は1等が当たる確率が $\frac{1}{40}$ に対して、Y店は確率 が $\frac{1}{120}$ だから	X店は1000円が当たる確 率が $\frac{1}{40}$ に対して、Y店は 確率が $\frac{3}{40}$ だから	1本あたりの値段がX店 は約287円で、Y店は約 204円だから
B 割合を利用しない	1等と2等の本数の合計は X店が200本で、Y店は100 本だから	1000円以上がX店が20本 でY店が100本だから	あたりくじの景品総額は X店が230000円でY店が 245000円だから

まず、初めに個人の考えを記入したワークシートの①について分析していく。①では「B割合を利用してない」の「b 金額に注目」が59人で最多数であった。また、a・b・cの項目の総計に注目すると、aが16人、bが71人、cが5人と、金額について比較している生徒がほとんどだった。当たりが商品券という場面設定では、金額を重要視して比較する様子がうかがえた。また、A・Bの項目の総計に注目すると、Aが15人、Bが77人と、ほとんどの生徒が具体的な数値を用いて比較しようとしているが、母数の異なるくじであっても、単純に本数や金額を比較し、割合を用いないで試行錯誤している様子がうかがえた。

表1に含まれていないが、白紙や「夢がありそう」「第六感」等、直感的な意見のような数学的な考え方を用いて比較を行っていない生徒が①では42人いた。

①での傾向をまとめると、2店のくじは、母数が異なるくじであるにもかかわらず、どちらが得かを比較をするときに、割合を用いて比較する生徒は134人中15人(約11%)しかいなかつた。大多数の生徒は、単純にある金額の本数だけに注目し、くじを選んでいた。

次に、グループで討議を行い、グループごとの考え方を共有した後に、個人の意見を記入したワークシートの④について分析する。④でも「B割合を利用してない」の「b 金額に注目」が34人で最多数であった。また、a・b・cの項目の総計に注目しても、aが15人、bが58人、cが27人と、金額について比較している生徒が多かった。しかし、A・Bの項目の総計に注目すると、Aが58人、Bが42人と、具体的に割合を数で表し、その数をもとに比較しようとしている生徒が一番多く、①からの変容が顕著に表れた。

特に「A 割合を利用」の「c 全体に注目」に分類される意見は①では 0 人であったのに対し、④では 27 人になっている。ここに分類される意見は期待値の計算をして、その数をもとに両店を比較している意見であり、個人の考えだけでは出し得なかつたものが、討議を行うことによって出てきたものである。

また、表 1 に含まれていないが「くじを引かない」という意見や白紙等、難しい話をするくらいならやりたくない「考えることが嫌だ」となってしまった生徒が④では 34 人いた。①のときに、基準となる数量がなく直感で判断していた生徒は、④のときには大多数がこの中に分類されている。

④での傾向をまとめると、友人の意見を聞いたり、グループでよりよい比較方法を模索したりする中で、割合を利用することに価値を感じ、割合を用いてくじの比較をする生徒が増えた。また、期待値を用いるグループの説明を聞き、くじ 1 本あたりの価値である期待値に説得を感じ、それを利用しようとする生徒も増えた。一方で、①のときに直感で店を選択していた生徒は、店の選び方を悩み考えること自体に抵抗を示していたが、④のときであっても割合を利用しようとする態度をみせない生徒が 34 人もいた。

今回の実験的な授業を通して、はじめ割合を利用しないで課題解決しようとしていた生徒が、割合を用いた説明を聞いたり、グループとして割合を用いて考えてみたりする中で、課題解決に割合を利用することに価値を感じ、割合を利用しようとする態度を育むことができた。また割合の基本的な考え方を、課題解決に利用していく中で、再確認することができた。さらに、対話的な学びの場面では、人に考えを説明するときに、説得力をもたせるようにするために、割合が利用できるということを生徒は学ぶことができた。

1 回の授業の中で、生徒の「割合を利用しよう」とする態度にこれだけの変容があった。中学校での数学の学習においては、割合を課題解決に利用する場面を適宜設定することが、生徒がすんで「割合を利用しよう」とする態度を育むことに有効的であることが分かった。

3 まとめ

今回は、昨年度に提案した割合の考え方を利用する活動を取り入れた指導案（都中数教育課程委員会 2016）を改良し、「確率」の導入場面で指導を行った。授業では「確率」という用語を指導する以前に、生徒自身が割合についての必要性やよさをどの程度理解しているのかを集計した。

授業では、割合の考え方を利用した生徒が初めは 15 人だったが、討議を通じて 58 人に増加した。このことから初めに割合を利用しないで課題解決しようとした生徒が、割合の必要性やよさに気付き、割合を進んで利用するようになったといえる。また、初めから割合を用いた生徒は、割合が自身の考え方の根拠になることを理解し、割合の価値を深く認識するようになったといえる。

今後も、割合の見方・考え方のよさを感得できる教材の開発や、適切な学習場面の設定について、引き続き研究を進めていくこととする。

【参考文献・引用文献】

- ・ 筑波大学附属小学校算数研究部 企画・編集(2012)「算数授業論究 III」2012（平成 24）年；特集～「割合」に強くなる～、『算数授業研究』VOL.83、東洋館出版社
- ・ 尾崎正彦(2013)『算数 special まるごと割合の指導』教育技術 MOOK COMPACT64、小学館
- ・ 永田潤一郎(2012)『数学的活動をつくる』東洋館出版社
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2013a)「中学校における「割合」の指導について」、平成 24 年度 第 50 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2013b)「中学校における「割合」の指導について」、第 95 回 全国算数・数学教育研究(山梨)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2014a)「中学校における「割合」の指導について」、平成 25 年度 第 51 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2014b)「中学校における「割合」の指導について～割合の見方・考え方を育むことをを目指した、第 1 学年「おうぎ形」の計量指導～」、第 96 回 全国算数・数学教育研究(鳥取)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2015a)「中学校における「割合」の指導について～割合の見方・考え方を育むことをを目指した、第 1 学年「おうぎ形」の学習～」、平成 26 年度 第 52 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2015b)「中学校における「割合」の指導について～割合の見方・考え方を育むことをを目指した、第 1 学年「おうぎ形」の学習～」、第 97 回 全国算数・数学教育研究(北海道)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2016)「中学校における「割合」の指導について～第 1 学年「おうぎ形」の学習を教科書の紙面から考える～」、第 98 回 全国算数・数学教育研究(岐阜)大会 中学校「図形①」分科会 当日発表資料
- ・ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2017)「中学校における「割合」の指導について～第 2 学年「確率」の学習を、指導案検討を通して考える～」、平成 27 年度 第 53 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録

平成 29 年度 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会		
浅尾 博之 (大田区立馬込中)	宇田川裕規 (武藏野市立第一中)	奥秋 直人 (豊島区立西池袋中)
緒螺 吾郎 (豊島区立西池袋中)	小林 和明 (大田区立大森第八中)	諫佐 佳典 (大田区立羽田中)
鈴木 明 (江戸川区立松江第四中)	高井 洋美 (板橋区立上板橋第二中)	戸崎 大和 (大田区立馬込中)
長山 靖 (品川区立荏原平塚学園)	延本 直子 (府中市立府中第二中)	蓮沼 喜春 (西東京市教育委員会)
前田 利江 (台東区立駒形中)	松本 健児 (豊島区立西池袋中)	三田 哲也 (豊島区立千川中)
宮本 泰雄 (大田区立田園調布中)	元木 靖則 (元武藏野市立第三中)	山内 博人 (都立小石川中等教育)
山根 浩孝 (練馬区立石神井中)		
<研究協力者>		
倉次 秀夫 (青山学院高等部)	鈴木 裕 (東京学芸大附竹早中)	
羽住 邦男 (元東京学芸大附世田谷中)	傍士 輝彦 (東京学芸大附世田谷中)	

図形の性質を意識した作図の指導

～正方形を作図する活動を通して～

東京都中学校数学教育研究会 研究部 図形委員会

1 研究のねらい

図形領域では、作図を中学1年において学習する。作図については、基本の作図（垂線、垂直二等分線、角の二等分線）の理解は概ねできているが、作図を利用して問題解決を図る学習は十分に理解しているとは言い難い。

そこで、図形の性質を意識し、図のイメージをもって作図ができるようにするために、正方形を作図する活動を取り上げ、以下のねらいを設定することにした。

- ・図形の性質や特徴を意識し、様々な場面において作図をすることができる。
- ・作図した結果を他者と振り返り、作図の意味を考えることができる。

2 研究の内容

(1) 平行線を作図すること

中学校学習指導要領解説 数学編（2008・文部科学省）では、学習する主な内容として、「小学校において学習した平面図形の対称性に着目して、見通しをもって角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線など基本的な作図をする。図形の対称性に着目したり、図形を決定する要素に着目したりして自分で作図の手順を考え、その手順を順序よく説明する。」とあり、第1学年で基本の作図（垂線、垂直二等分線、角の二等分線）を学習し、第2学年以降では作図が正しいことを証明する学習が行われる。

また、第2学年で等積変形、第3学年で平行線と比の性質を使って線分を内分する点を求める問題があるなど、平行線について学習する場面は多くあるが、平行線を作図する学習はあまり扱われていないので、2本の定規を用いて平行線をかくことにとどまっている。

そこで、平行線を作図する場面として、正方形を作図する活動を取り上げ、平行線をコンパスと定規を用いて作図することができるということに気付かせられるような課題を考えた。

(2) 作図問題における生徒の理解の状況

「東京都 児童・生徒の学力向上を図るために調査」では、中学2年生を対象として、平成28、29年度に作図に関する問題が出題され、次の結果となっている。

平成28年度

次の図2は、直線 ℓ_1 と、直線 ℓ_1 上にない点Aを表している。直線 ℓ_1 を対称の軸とし、点Aと線対称な位置にある点Bを、定規とコンパスを用いて作図しなさい。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2 A

•

λ _____

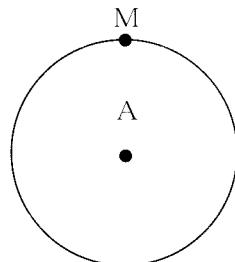
正 答	その他	無解答
71.4%	19.5%	9.1%

平成 29 年度

次の【図 1】の円 A について、円周上の点 M を通り円 A に接する線を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

【図 1】



正 答	
	30.4%
線は引いてあるが、円に接する線を引いていない	14.6%
M と A を結んでいない	2.6%
その他	37.5%
無解答	14.9%

これらの結果を踏まえると、平成 29 年度の正答率は 28 年度の半分以下となっている。作図自体は基本の作図（角の二等分線）であるが、図形の性質（円の接線）を見通すことができない生徒が多くいたと考えられる。対象生徒が違うので、一概に比較することはできないが、基本の作図を利用するこことや、見通しをもって作図を考えることについては課題があるといえる。

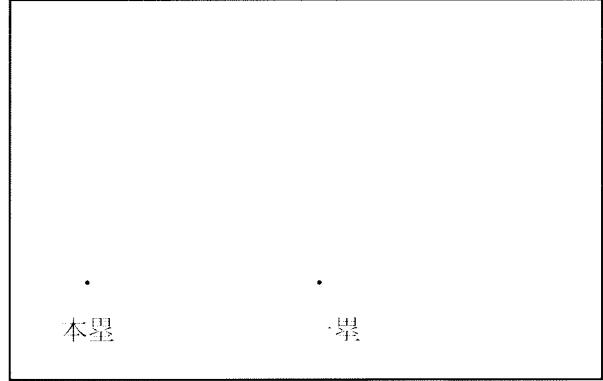
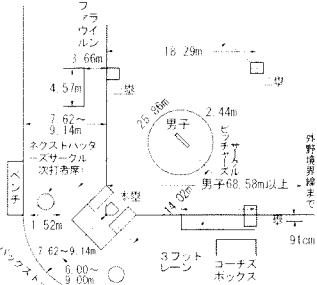
(3) 第1学年 基本の作図の利用の指導

このような現状を考え、基本の作図を利用する課題の指導案を作成した。

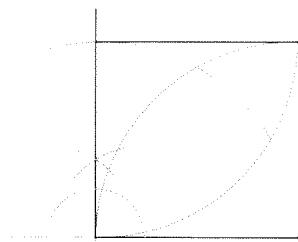
○本時のねらい

- ・基本の作図の方法を利用して、正方形を作図することにより課題を解決することができる。

○本時の展開

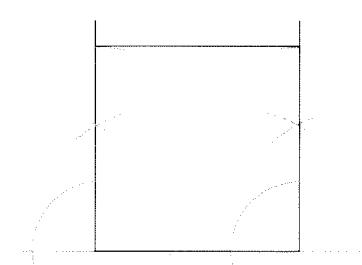
学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点・配慮事項
課題場面を把握する	<p>課題場面</p> <p>ソフトボールでは、本塁、一塁、二塁、三塁を結んだ形は正方形になっています。ある学校の校庭には本塁と一塁の位置を示すポイントが次のように示されています。このポイントをもとにして、二塁と三塁の位置を見付けましょう。</p>  <p style="text-align: center;">本塁 1塁</p>	<p>○課題場面を提示する。</p> <p>○ソフトボールの塁間は18.29mである。</p> <p>○反時計回りに本塁→一塁→二塁→三塁の順になっていることを、図を用いて確かめる。</p> 
校庭で二塁と三塁を定める方法を考える	<p>(1) 校庭で、どのように二塁と三塁を定めればよいですか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・メジャーで測る。 ・大きい定規の角を使う。 ・大きい分度器で90度をつくる。 ・歩数で距離を測る。 ・塁間(18.29m)の長さのひもを用意して測る。 ・一周(18.29×4m)の長さのひもを用意して測る。 ・ホームベースの角を使って90度をつくる。 	
正方形を作図する	<p>課題1</p> <p>ワークシートに描かれている図に正方形を作図し、二塁と三塁の位置を定めましょう。</p> <p>(2) 正方形を作図しましょう。作図に使える道具はコンパスと直定規1本のみです。</p>	<p>○ベースは正方形もしくは長方形であり、その置き方は塁により異なるが、今回はポイント(点)で考える。</p>

ア 片側から垂線を1本立てる。

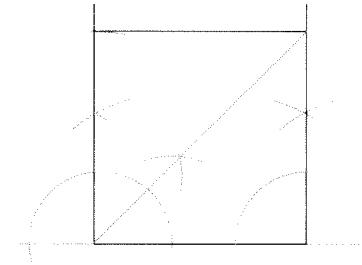


イ 兩側から垂線を2本立てる。

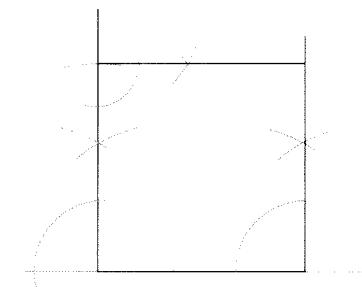
①



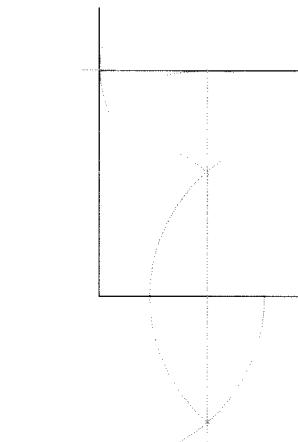
②



③



ウ 番間の垂直二等分線をひく。



○取りかかるのに時間がかかる
っている生徒には、正方形
の定義（性質）である
「4つの辺がすべて等しい」
「4つの角がすべて 90° で
等しい」
「向かい合う辺は平行であ
る」
などのヒントを提示する。

作図のかき方を説明する。	<p>(3) どのように作図したか、説明しましょう。</p> <p>ア 本墨の位置に 90° の角を作る。 コンパスで墨間の距離をとり、本墨～三墨に移し、三墨の位置を決める。 一墨と三墨から墨間の距離を移し、その交点を二墨とする。</p> <p>イ① 垂線を2本立てて、墨間の距離をそれぞれに移す</p> <p>イ② 垂線を2本立てて、墨間の距離を本墨～三墨に移し、三墨の位置を決める。 本墨の位置にできる角の二等分線を作図し、一墨からひいた垂線との交点を二墨とする。</p> <p>イ③ 垂線を2本立てて、墨間の距離を本墨～三墨に移し、三墨の位置を決める。 三墨から二墨側に垂線をひき、一墨からひいた垂線との交点を二墨とする。</p> <p>ウ 本墨をO、一墨をAとする。OAの垂直二等分線をひき、OAの中点Hを決める。コンパスでOAの長さをとり、点Hから垂直二等分線上に移し、交点を1とする。 1を中心とし、OHの長さを半径とした円をかく…ア Aを中心とし、半径OAの円をかく…イ Oを中心とし、半径OAの円をかく…ウ アとイの交点を二墨B、アとウの交点を三墨Cとする。</p> <p>(4) 作図してかいた図にはどんな特徴がありますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・辺の長さ（墨間の距離）はすべて等しい。 ・向かい合う辺は平行である。 ・4つの頂点に直角ができる。 ・対角線の長さ（本墨～二墨、一墨～三墨）は等しい。 	<p>○垂線、垂直二等分線、角の二等分線など、用語を用いて説明できるように指示をする。</p> <p>○作図の手順がわかるように、少人数のグループで自分の考えを発表しあう。</p> <p>○全体で共有できるよう、教員が生徒を指名し、生徒に発表させることで様々な考え方を全員で共有する。</p> <p>○ウのように、点に名前を付けて、数学の課題として考える生徒もいるであろう。</p> <p>○垂線、垂直二等分線、角の二等分線など、用語を用いて説明できるように指示をする。</p>
--------------	---	---

課題2

ポイントが本墨と二墨にあるとき、一墨と三墨の位置はどこですか。

	<p>(5) 一星と三星の位置を作図で求めましょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○作図の手順がわかるように、少人数のグループで自分の考えを発表しあう。 ○全体で共有できるよう、教員が生徒を指名し、生徒に発表させることで様々な考え方を全員で共有する。
(6)	<p>どのように作図したか、説明しましょう。</p> <p>本星をO、二星をBとする。</p> <p>OBの垂直二等分線をひき、OBの中点をMとする。</p> <p>中心をMとし、半径OMの円をかく。</p> <p>円と垂直二等分線の交点をそれぞれ一星A、三星Cとする。</p>	
まとめ	<p>課題を通して、基本の作図を利用して正方形の作図をすることができるよう、また、1つの直線に2つの垂線を立てるとき平行線を作図できることをまとめる。</p>	

3 今後の課題

- ①授業実践を行い、本指導案の検証を行う。
- ②平行線を作図する活動についての研究を進める。
- ③図形指導における作図の利用の研究を進める。

[参考・引用文献]

- ・東京都中学校数学教育研究会 研究部 図形委員会
平成15年度 第41回東京都中学校数学教育研究発表大会 発表資料
「図形指導をはじめる前のまたは指導途中の一考察とその後の指導 その2」
- ・文部科学省ホームページ
- ・東京都教育委員会ホームページ
- ・東久留米市ソフトボール協会ホームページ

[東京都中学校数学教育研究会 研究部 図形委員会]

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| 新井 大地（江東区立東陽中学校） | 岩田 拓実（八王子市立由井中学校） |
| 大野 真由美（練馬区立豊玉中学校） | 小林 勝利（江戸川区立瑞江第三中学校） |
| 谷 竜巳（荒川区立第三中学校） | 八戸 光俊（墨田区立文花中学校） |
| 春名 秀夫（江東区立深川第一中学校） | 星野 孝雄（文京区立第一中学校） |
| 堀 孝浩（東京都立富士高等学校附属中学校） | 堀内 美香（八王子市立南大沢中学校） |
| 村田 浩文（板橋区立赤塚第二中学校） | |

平成29年度 東京都中学校数学教育研究発表大会

『平面の決定条件』の実践例

研究部 導入法委員会

I 研究主題設定の理由

空間における平面とその決定条件、2直線の位置関係などを学習する際は、主に教科書を用いて、教師が説明しながら授業を進めるのが一般的である。

しかし、以下の理由から、生徒の授業への参加意欲が高まらない傾向にある。

- 1 空間における平面や直線の概念が難しいため、生徒に定着しにくい。
- 2 教師の一方的な説明により、図形の用語・記号などを覚えることが授業の中心となる。

そこで「空間における平面の決定条件」について、生徒の興味・関心をより高めるために、生徒自身が点や直線の位置関係を考え、分類し、条件を導き出す方法を開発した。

II 研究のねらいと研究方法

「空間図形」の学習では、「平面図形」と同様に、幾度も使用する言葉の意味をあらためて考えることから始める必要がある。例えば、『平面は、限りなく広がる平らな面』などである。また、「平面図形」で学習した言葉の意味を「空間図形」で再びとらえなおすことも必要である。例えば『直線は、両方向に限りなくまっすぐにのびる線である』『交わらない2つの直線は平行である』などである。しかし、これらの用語は定義であるため、講義中心の授業となりがちである。

そこで、生徒の興味・関心をより高めるために、小グループでの具体物を用いた操作活動を通して、一人一人の気付きを空間における平面の決定条件につなげる指導案を作成し実践した。

III 本年度の研究経過

- 5月 2日（火）研究テーマの検討及び活動年間計画の立案
- 6月 9日（金）教材の検討
- 7月 28日（金）指導案の検討 1
- 8月 24日（木）指導案の検討 2
- 9月 29日（金）指導案の検討 3
- 11月 1日（水）授業研究 授業者 世田谷区立上祖師谷中学校 教諭 石川寛樹
- 11月 10日（金）授業研究のまとめ
- 12月 28日（木）都発表原稿の検討・完成
- 2月 17日（土）東京都中学校数学教育研究発表大会
- 3月 2日（金）まとめと反省

IV 本年度の授業研究

- 1 日 時 平成29年11月1日（水）5校時
- 2 授業者 世田谷区立上祖師谷中学校 教諭 石川 寛樹
- 3 対象 世田谷区立上祖師谷中学校 1年AB組 発展コース
- 4 指導計画（全18時間扱い）

節	項	時数	学習内容
空間図形の基礎	① いろいろな立体	1 2	<ul style="list-style-type: none"> 身のまわりから、いろいろな形のものを見つける。 角錐、円錐について理解する。 多面体及び正多面体について理解する。
	② 直線や平面の位置関係	4 (本時は 4時間中の 1時間目)	<ul style="list-style-type: none"> 平面の決定条件を理解する。（本時） 空間における直線と直線、直線と平面、平面と平面の位置関係について理解する。 空間における点と平面の距離、平行な2平面間の距離について理解する。
立体のいろいろな見方	① 面が動いてできる立体	1	<ul style="list-style-type: none"> 空間図形を、直線や平面图形の運動によって構成されたものとしてみる。 回転体について理解する。
	② 立体の投影図	1	<ul style="list-style-type: none"> 投影図の意味を理解し、投影図をかいたり投影図から立体を読み取ったりする。
	③ 立体の展開図	1	<ul style="list-style-type: none"> 立体を平面上に表す方法として展開図を理解する。 角錐や円錐の展開図を理解する。
図形の計量	① 立体の表面積	3	<ul style="list-style-type: none"> 展開図を基にして、角柱や円柱の表面積を求める。 円の面積や円周の長さを、文字πを用いて表す。 おうぎ形の弧の長さや面積の求め方を理解する。 展開図及びおうぎ形の性質や面積の求め方を基にして、円錐の側面積や表面積を求める。
	② 立体の体積	1	<ul style="list-style-type: none"> 観察、実験などを基にして、柱体や錐体の体積の求め方を理解する。 公式を利用して、柱体や錐体の体積を求める。
	③ 球の表面積と体積	2	<ul style="list-style-type: none"> 観察、実験などを基にして、球の表面積や体積の求め方を理解する。 公式を利用して、球の表面積や体積を求める。
章の問題		2	<ul style="list-style-type: none"> 演習問題

5 本時の指導

（1）ねらい

平面が1つに決まる条件を考える場面で、小グループで実験・操作活動を行い、整理・分類することを通して、平面の決定条件を見いだす。

(2) 評価

小グループでの意見交換や、実験・操作活動を行い、平面が決定する条件を見いだすことができる。

[数学的な見方や考え方]

(3) 用意するもの

マス目を印刷した発表ボード（紙に印刷し、ラミネートしたのち、裏面にマグネットを貼付）、
水性マーカー、竹ひご、マグネット、工作用紙

6 本時の展開（全18時間中の4時間目）

	指導内容	学習内容 (『』発問、▶ 指示説明、・ 予想される生徒の反応)	・ 指導上の留意点 ◇評価
導入 (10分)	<ul style="list-style-type: none"> ・直線の決定条件の復習 ・「直線」と「平面」の定義の確認 	<p>『直線とは、何でしたか。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・まっすぐな線 ・両方向に限りなく伸びるまっすぐな線 <p>『平面とは、何だと思いますか。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(限りなく広がった) 平らな面 <p>▶ワークシートを配付し、導入問題に取り組ませる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・必要に応じて、教室内の「平面」を見つけ、形に関わらないことを押さえ、「限りなく広がる」というイメージを持たせる。
		<p>導入 下の①、②について、それぞれA～ウの中から1つ選びなさい。</p> <p>① 空間内において、2点A, Bを通る直線</p> <p>ア 1つだけできる イ たくさんできる ウ 1つもできない</p> <p>② 空間内において、2点A, Bをふくむ平面</p> <p>ア 1つだけできる イ たくさんできる ウ 1つもできない</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・2つのマグネットを見せて、空間上の2点A, Bとしてイメージできるようにする。 ・必要に応じて、「ふくむ(○○上にある)」、「ふくまない(離れている)」という言葉の意味を、図や具体物を用いて説明する必要がある。

展開 (3 5分)	<p>空間内において、平面が決定する条件（個人・グループで調べる。）</p>	<p>・展開問題に取り組む。</p> <p>問題 空間内において、点や直線をふくむ平面は、どういう場合にただ1つに決まりますか。</p> <p>『導入では、マグネット2つで工作用紙を支えることができませんでした。つまり、空間内の2点をふくむ平面は1つに決まりません。では、ここにある道具を使って、工作用紙を支えるためには、どうすれば良いですか。1つの方法を見つけたら、別の方も考えてみましょう。』</p> <p>・マグネットを空間上の点、竹ひごを空間上の直線、工作用紙を空間上の平面として、全員に見せる。</p> <p>・5分間、個人で考える。</p> <p>・3～4人グループをつくり、ルールに従って操作活動を行う。（15分）</p>	
	<p>空間内において、平面が決定する条件（全体で吟味する。）</p>	<p>『この中で、同じ条件はどれですか。また、似ている条件はどれですか。』</p> <p>・マグネットシートを並べ替える。（似ている条件を集める。）</p> <p>・道具を使って1つずつ生徒に確かめさせながら、意見を聞いていく。</p> <p>① 点のみ • 3つの点 • 4つの点</p> <p>〈①についての検討〉</p> <p>『どんな4つの点でも、平面はただ1つに決まりますか。』</p> <p>・4点だと、平面が1つもできない場合がある。</p> <p>『どんな3つの点でも、平面はただ1つに決まりますか。』</p> <p>・3つの点が一直線上にあるときは、平面はたくさんできる。</p> <p>〈検討の結果〉 1直線上にない3つの点</p>	<p>・道具を使って実際に確かめながら、補助発問をしていき、条件を吟味し、収束させていく。（できるだけ少ない要素にする。）</p> <p>・「4つの点」は、導入のウ（1つもできない）にあたるということを押さえる。</p>

	<p>② 点と直線</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 1つの点と 1つの直線 ・ 1つの点と 2つの直線 ・ 2つの点と 1つの直線 <p>〈②についての検討〉</p> <p>『それぞれの場合について、平面が 1つもできない場合はありませんか。①をもとに考えましょう。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 下の 2つについては、平面が 1つもできない場合がある。 <p>『「1つの点と 1つの直線」で、「1つの点」の位置はどこでもいいですか。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 1つの点が直線上にあるときは、平面が傾いてしまう。 <p>③ 直線のみ</p> <table border="0"> <tr> <td>・ 交わる 2直線</td> <td>・ 平行な 2直線</td> </tr> <tr> <td>・ 垂直な 2直線</td> <td>・ 2つの直線</td> </tr> <tr> <td>・ 3つの直線</td> <td></td> </tr> </table> <p>〈③についての検討〉</p> <p>『それぞれの場合について、平面が 1つもできない場合はありませんか。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 3つの直線だと、平面が 1つもできない場合がある。 <p>『2直線については、「交わる」と「平行」で分けますか。それとも「2つの直線」としますか。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 分けた方がよい。 ・ 2直線の位置関係は「交わる」か「平行」しかないので、「2つの直線」としてしまってよい。 	・ 交わる 2直線	・ 平行な 2直線	・ 垂直な 2直線	・ 2つの直線	・ 3つの直線		<p>◇小グループでの意見交換や、実験・操作活動を行い、平面が決定する条件を見いだすことができる。 〔数学的な見方や考え方〕</p> <p>・ねじれの位置については次時で学習するので、生徒から出てきた場合は、その発言を評価し、次時で取り上げることを伝える。</p>	
・ 交わる 2直線	・ 平行な 2直線								
・ 垂直な 2直線	・ 2つの直線								
・ 3つの直線									
まとめ (5分)	<p>まとめと次時の予告</p> <p>・整理した意見をワークシートにまとめる。</p> <table border="0"> <tr> <td>① 1直線上にない 3点</td> </tr> <tr> <td>② 1直線とその上にない 1点</td> </tr> <tr> <td>③ 2つの直線</td> </tr> </table> <p>または</p> <table border="0"> <tr> <td>① 1直線上にない 3点</td> </tr> <tr> <td>② 1直線とその上にない 1点</td> </tr> <tr> <td>③ 平行な 2直線</td> </tr> <tr> <td>④ 交わる 2直線</td> </tr> </table> <p>・次時では 2直線の位置関係を調べることを伝えます。</p>	① 1直線上にない 3点	② 1直線とその上にない 1点	③ 2つの直線	① 1直線上にない 3点	② 1直線とその上にない 1点	③ 平行な 2直線	④ 交わる 2直線	<p>・生徒の意見を聞きながら、③、④と 2つに分けてかくか、分けずに「2つの直線」としてかくか決める。</p>
① 1直線上にない 3点									
② 1直線とその上にない 1点									
③ 2つの直線									
① 1直線上にない 3点									
② 1直線とその上にない 1点									
③ 平行な 2直線									
④ 交わる 2直線									

7 生徒の振り返りアンケート（対象生徒78名）

① 授業に意欲的に取り組めましたか？

	あてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	あてはまらない
人数（人）	46	26	5	1
割合（%）	59.0	33.3	6.4	1.3

② グループでの実験・操作活動や、整理・分類することを通して、平面の決定条件を見いだすことができましたか？

	あてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	あてはまらない
人数（人）	36	34	7	1
割合（%）	46.2	43.6	9.0	1.3

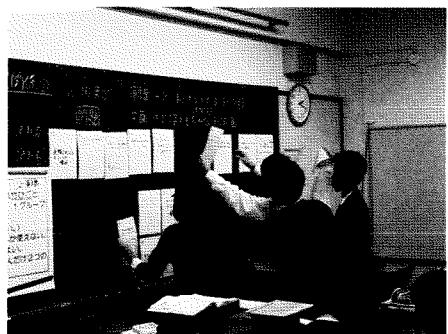
③ 授業の感想（わかったことや気がついたこと、疑問に思ったこと、これから深めたいことなど）を書いてください。

【小グループでの意見交換や、実験・操作活動について】

- ・平面がただ1つに決まるときを、実際に物を使って考えたので分かりやすかった。班によってやり方が違ったので、おもしろかった。
- ・図形は苦手だけど、実験という形で、自分で操作を行うことで、自分で答えを導き出せた。自分で導いたものは忘れないと思うので、これからもやりたい。
- ・道具を使うことで、黒板だけでは分からぬところまで分かったので良かった。自分たちの空間で考えることができた。
- ・グループでやることで、誰かが理解していなくても、グループの誰かが教えられるから良いと思った。
- ・ただ先生が黒板に書いたことをノートに書くよりも、グループで試して、条件を探すことでも、とても楽しいし、覚えることができると思った。
- ・みんなが好きなときに、自由に発言できる場だったと思う。グループをつくり、1つのことを集中して深く考える授業はこれから必要だと感じた。



【平面の決定条件について】

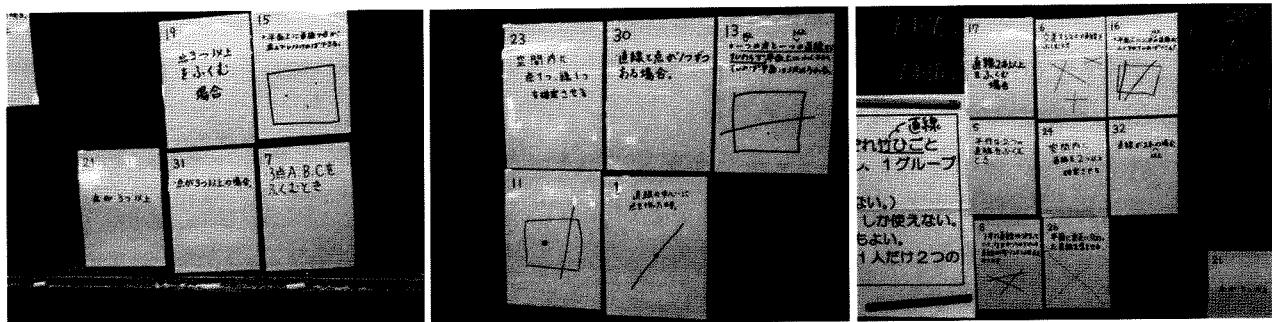


- ・他の班を見て、磁石がなくても竹ひごだけで平面を支えられることが分かった。私たちの班では4つの部品をすべて使ったけれど、他の班では2つのところもあったので、最低2つで支えられることが分かった。
- ・他の班の発表で、「マグネット4つ」や「竹ひご2本とマグネット1つ」などの意見があったが、マグネットや竹ひごの個数を減らすことができると気付いた。
- ・磁石と棒で、どうしたら平面を支えられるのかの理解が深まりました。平面を支えられないときに、「なぜ支えられないのか」ということについて、もっと詳しく知りたいと思いました。
- ・1つに決まるというのは、「この形しかない」という意味ではなくて、回ったりゆれたりしない、びたっと止まることだということがわかりました。

V 成果と課題

(1) 成果

- ・生徒の反応が非常に良く、実際にグループで操作したり、お互いに見せ合ったりすることで、他の考え方を知り、それに納得する場面が多く見られた。
- ・生徒同士のグループ及び全体での意見交換により、平面の決定条件をより厳密に吟味し、理解を深めることができた。
- ・教師主導ではなく、生徒の考えや話し合いから、平面の決定条件を、「点のみ」、「点と直線」、「直線のみ」の3つに分類することができた。



- ・次時以降でも同じ教具を使って実験・操作活動をしたことで、本時では納得することができなかつた生徒も次時以降に納得することができた。
- ・導入の場面で、「直線は、両方向に限りなくまっすぐのびる線」や「平面は、限りなく広がっている平らな面」という言葉の意味を確認したことで、そのイメージを持ったまま操作活動を行うことができた。
- ・平面図形でも、2直線の位置関係を調べる際に、似たような活動をしているため、学習内容に系統性を持たせながら図形の性質を見いだそうとする姿勢を育むことができた。

(2) 課題と改善策

- ・グループでの意見交換を活発化させるためには、自力解決の時間は必要である。しかし、本時では、「ただ1つに決まる」や「点や直線をふくむ」といった言葉のイメージをつかみきれない生徒が多いまま、自力解決の時間に入ってしまったため、何を問われているかわからない生徒が多かった。

→導入問題や検討の場面で、図や教具を使って以下のことを丁寧に確認する必要がある。

- ① 「1つだけできる」とことと「ただ1つに決まる」とことが同じ意味であること
 - ② 「ふくむ」という言葉の意味
 - ③ 「1つもできない」場合を除かなければいけないこと
- ・1人が1個ずつ部品を出して、「工作用紙を支える」という活動がわかりにくく、グループ活動の開始時に戸惑う生徒が見られた。

→グループ活動に入る前に、代表生徒4人を前に出し、実際に部品を1つずつ出すようすを見る。(時間配分には注意が必要である。)

・「2つの直線」について吟味する場面では、ねじれの位置では平面は1つに決定しない(ふくむ平面は存在しない)ということを発見する生徒がいることが予想される。

→ねじれの位置については次時で学習するので、その発言を評価し、次時で取り上げることを伝える。

VI 研究のまとめと今後の課題

本研究のねらいは、第1学年「空間図形」における「平面の決定条件」の指導において、教師が説明しながら授業を進めるのではなく、生徒が自ら教具を用いて、グループでの実験・操作活動を通して、「平面の決定条件」を見いだすとともに、空間内における「直線」や「平面」についての理解を深めることである。そこで、以下の指導法について研究を深めた。

- 1 点、直線、平面に見立てた具体物（マグネット、竹ひご、工作用紙）を用いて、生徒自身が「平面の決定条件」を見いだし、理解を深めること。
- 2 具体物を操作することで、空間内における「直線」、「平面」という言葉の意味や、「決まる」、「ふくむ」という言葉の意味を理解すること。
- 3 平面の決定条件として、例えば、「4点」ではなく、「3点」でなければいけないといったような、必要十分条件に収束させること。

本年度の研究における成果は、「平面の決定条件」を、教師が説明するのではなく、生徒がグループで実験・操作活動をすることで見いだすことができたことである。

本委員会では、前年度に「平面図形の用語や記号の導入に関する実践例」として、平面における2つの直線の位置関係を生徒自身が見いだし、生徒が考えた図を利用して様々な用語や記号の意味を理解していく指導法を研究した。この2年間の研究を通して、第1学年の図形分野において、図形の基本的概念を学習する場面で、生徒が興味・関心を持って、意欲的に授業に参加できる教材を開発することができた。

今後の課題として、以降の図形分野の学習にこの研究内容をつなげていくために、基本的な言葉の定義や、感覚的に難しいと思われる概念について、生徒の興味・関心をより高められるような教材や教具を開発する必要があると考える。

本委員会では、これからもさまざまな領域を扱いながら、さらなる教材開発や指導法の工夫を提案していくと考えている。

導入法委員会	◎・・・代表者	○・・・発表者
工藤 彰久	八王子市立浅川中学校	加藤 真百子 板橋区立志村第一中学校
香積 信明	板橋区立高島第二中学校	丸山 そよ子 昭島市立拝島中学校
山本 豊彦	福生市立福生第一中学校	高橋 優太 中野区立第五中学校
瀧川 英知	中野区立第三中学校	辻山 登紀子 青梅市立第一中学校
清水 義彦	福生市立福生第二中学校	○石川 寛樹 世田谷区立上祖師谷中学校
西野 嘉一	北区立滝野川紅葉中学校	須藤 昭彦 武藏野市立第五中学校
◎太田 謙一	国分寺市立第三中学校	佐々木 大典 大田区立出雲中学校
堀越 義智	青梅市立霞台中学校	高木 圭樹 町田市立つくし野中学校
濱田 正徳	八王子市立陵南中学校	渡部 俊明 福生市立福生第二中学校
種田 庸敏	稲城市立稻城第五中学校	茶谷 捷 八王子市立別所中学校
川村 直也	世田谷区立烏山中学校	
共同研究者		
室賀 隆夫	元立川市立立川第八中学校校長	香積 恵子 元東京学芸大学附属小金井中学校
青木 一重	元東京都公立学校教諭	

身近な問題を解決する学習を取り入れた指導

—「箱ひげ図」を用いた指導にあたり—

東京都中学校数学教育研究会確率統計委員会

1 はじめに

平成29年3月に公示された学習指導要領では、「D 資料の活用」が「D データの活用」に名称が変更されるだけでなく、学習内容にも大きな変更が示され、数学的活動・統計的内容の充実が図られる。例えば、中学校1年で扱っている代表値（平均値、最頻値、中央値）は小学校6年に移行し、現行では高校で学習している「四分位範囲」、「箱ひげ図」は中学校2年生へ移行される。内容としては、以下の通りである。^{※1)} 文部科学省『中学校学習指導要領解説』、平成29年7月、p.56

第2学年の内容 D データの活用

D(1) データの分布

- (1)データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解すること。
 - (イ) コンピュータなどの情報手段を用いるなどしてデータを整理し箱ひげ図で表すこと。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断すること。

「四分位範囲」、「箱ひげ図」については多くの教員が学んだ経験がなく、どのように指導を行えばよいかわからないのが現状である。そこで我々の委員会はこの現状を踏まえて、新学習指導要領施行に向けて「四分位範囲」や「箱ひげ図」に関する指導について検討することが大切であると考えた。

2 研究の概要

以下の2点の研究を行った。

(1)「箱ひげ図」等に関する調査 (2)「箱ひげ図」等に関する題材の提案

(1)では、新しく導入される内容やICT機器の活用状況について中学校数学科教員を対象にアンケート調査を行った。

(2)の題材は以下の点に留意した。

- ・これまで扱ってきた課題で「箱ひげ図」等が利用できるもの
- ・複数データの比較が容易に行えるなど「箱ひげ図」の有用性が感じられるもの

この研究で扱う「箱ひげ図」等の新出した言葉について、簡単にまとめる。

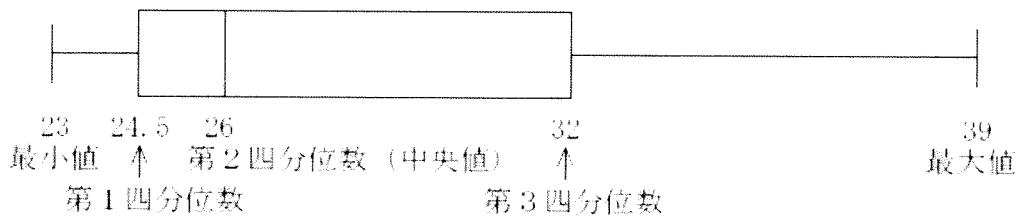
○箱ひげ図…最小値、第1四分位数、中央値（第2四分位数）、第3四分位数、最大値を箱と線（ひげ）を用いて一つの図で表したものである。

※四分位数…全てのデータを小さい順に並べて四つに等しく分けたときの三つの区切りの値を表し、
小さい方から第1四分位数、第2四分位数、第3四分位数という。
第2四分位数は中央値のことである。

※四分位数を求める方法

(例) 23 24 25 26 26 29 30 34 39

この5番目の値の前後で二つに分けたときの、1番目から4番目までの値のうちの中央値24.5を
第1四分位数、6番目から9番目までの値のうちの中央値32を第3四分位数とする。



(文部科学省,『中学校学習指導要領解説数学編』平成29年7月, p121)

○四分位範囲…箱ひげ図の箱で示された区間に、全てのデータのうち、真ん中に集まる約半数のデータ
が含まれる。この箱の横の長さを四分位範囲という。第3四分位数から第1四分位数を
引いた値で求められる。

3 研究の内容

(1) 「箱ひげ図」等に関する調査

調査名	中学校数学科における指導内容に関する調査
調査方法	質問紙調査
調査対象	東京都内6区・2市の公立中学校及び公立小中一貫校で中学校数学科を担当する教員
調査期間	平成29年5月～6月
回答数	331
質問内容	「回答者の所属校について」 「回答者について」 「新学習指導要領で示された新たな用語について」 「統計に関する用語について」 「ICT機器の活用について」 「D領域「資料（データ）の活用」に関する指導についての自由記述」
調査結果	

表1-1 質問項目IIの結果

年齢層	20代	30代	40代	50代～
割合	35.6	31.3	11.0	22.3

(単位: %)

表1-2 質問項目IIIの結果-1

	①指導できる	②指導不安	③用語知ってる	④用語知らない
反例	86.0	9.1	3.0	1.8
累積度数	33.1	20.7	23.1	23.1
四分位範囲	9.7	24.6	23.1	42.6
箱ひげ図	10.3	25.2	26.4	38.0

(単位：%)

表1-3 質問項目IIIの結果-2

	①指導できる	②指導不安	③用語知ってる	④用語知らない
反例	20代	75.9	19.8	2.6
	30代	91.8	4.1	3.1
	40代	89.5	2.6	5.3
	50代～	92.2	2.6	2.6
累積度数	20代	10.3	23.3	34.5
	30代	18.4	22.4	25.5
	40代	44.7	18.4	21.1
	50代～	80.5	15.6	3.9
四分位範囲	20代	13.8	37.9	15.5
	30代	9.2	20.4	22.4
	40代	5.3	15.8	34.2
	50代～	6.5	14.3	29.9
箱ひげ図	20代	13.8	39.7	25
	30代	10.2	20.4	20.4
	40代	5.3	15.8	31.6
	50代～	7.8	14.3	33.8

(単位：%)

調査分析

表1-2より、反例については8割以上の教員が①指導できると答えている。現行学習指導要領においては用語として指導することは明記されていないが、第2学年において「逆」を指導する場面で反例にふれることも多いようである。現行の教科書においても7社中4社は本文太字で用語を扱っており、他3社も側注やコラム等で紹介している。累積度数と四分位範囲、箱ひげ図については、④用語を知らないと回答した割合が高く、①指導できると答えた割合も累積度数では33.1%、四分位範囲と箱ひげ図では、それぞれ9.7%と10.3%にとどまった。特に、四分位範囲や箱ひげ図については、中学校で指導されるのが初めての内容となるが、その認識度は現段階では低いことが調査から分かった。

また、表1-3からは教員の年代によって、新しい指導内容の認識度に差があることが読み取れる。前述の四分位範囲や箱ひげ図についても、20代、30代では①指導できると答えた割合が、それぞれ14%、10%前後と、40代、50代と比較して高い割合を示している。特に20代では、④用語を知らないと回答

した割合が他の世代に比べて低い。これは、20代の教員が大学などで、四分位範囲や箱ひげ図を学習した経験を持っていることが考えられる。だが、30代以降、特に40代、50代では四分位範囲や箱ひげ図について、教員自身の学習経験がなく、指導に不安がある様子が分かる。

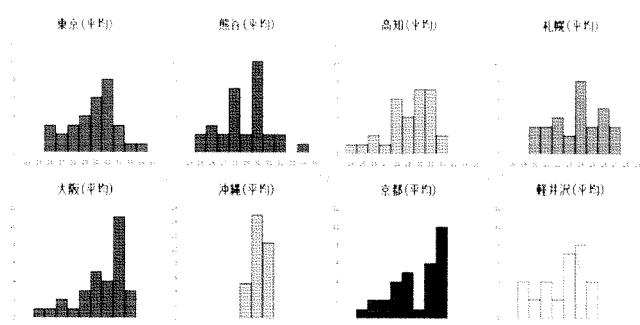
その一方で、累積度数については、四分位範囲、箱ひげ図の結果とは逆の様相を呈している。40代、50代での認識度が高く、20代、30代では指導に不安がある様子が分かる。累積度数はかつて中学校の指導内容であったことから、40代、50代では教員自身の学習経験や指導経験がある場合が考えられる。

これらの結果から、新学習指導要領実施を控えて、四分位範囲、箱ひげ図の中学校での指導について早急に考える必要があることが分かった。現段階での指導事例は少ない。今後の研究が俟たれるところである。

(2) 「箱ひげ図」等に関する題材の提案

① 気温の比較 ※気象庁 (2013年8月平均気温)

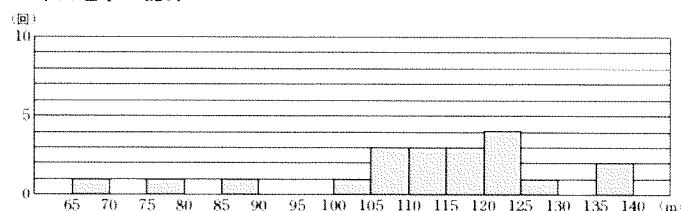
<ヒストグラムによる比較>



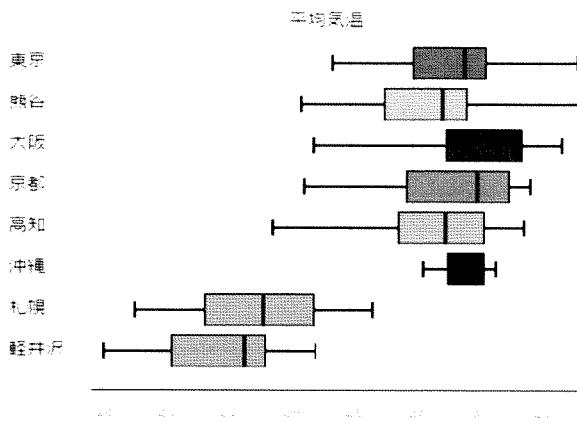
② スキージャンプの問題 ※全国学力学習状況調査2012 数学B

<ヒストグラムによる比較>

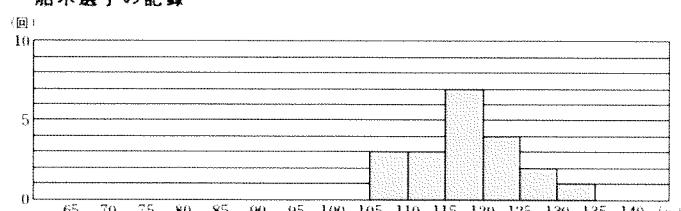
原田選手の記録



<箱ひげ図による比較>



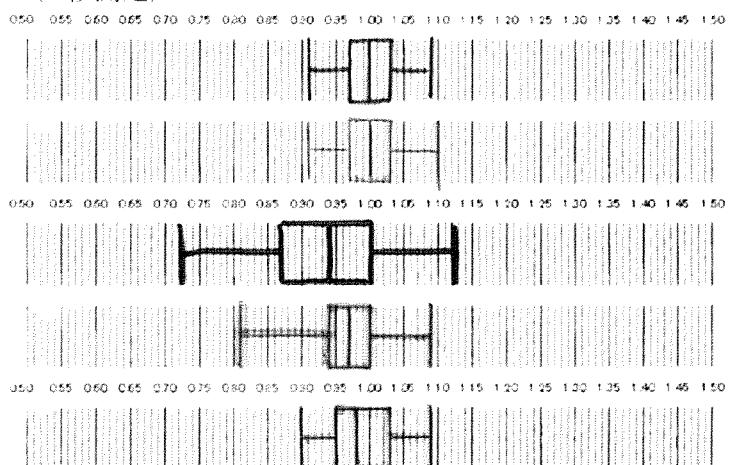
船木選手の記録



原田選手

船木選手

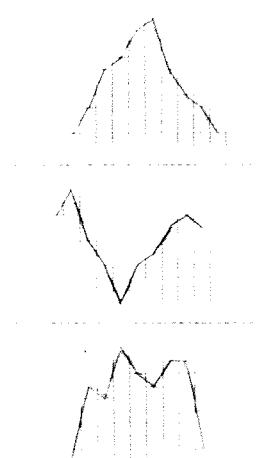
③ 1秒センス（1秒測定）



生徒ノートカード

④ 駅伝の選抜選手

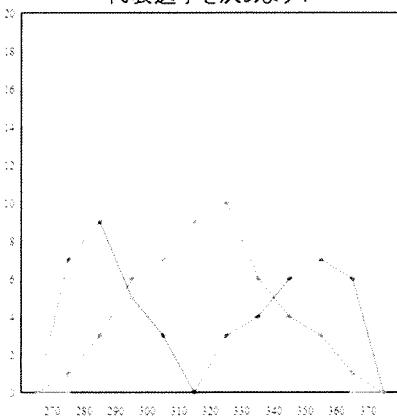
<度数折れ線による比較>



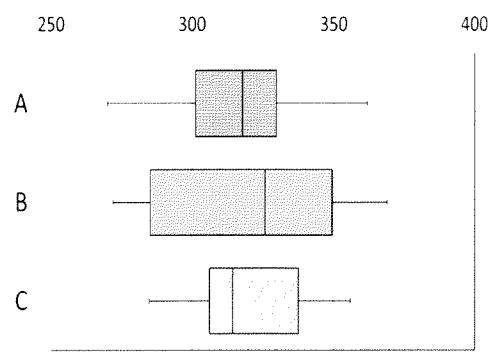
生徒ノートカード

<度数折れ線による比較2>

代表選手を決めよう！



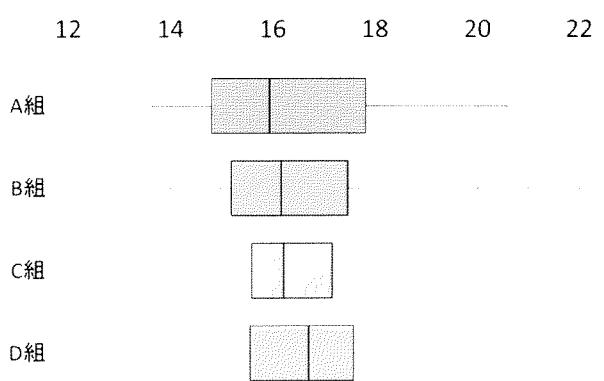
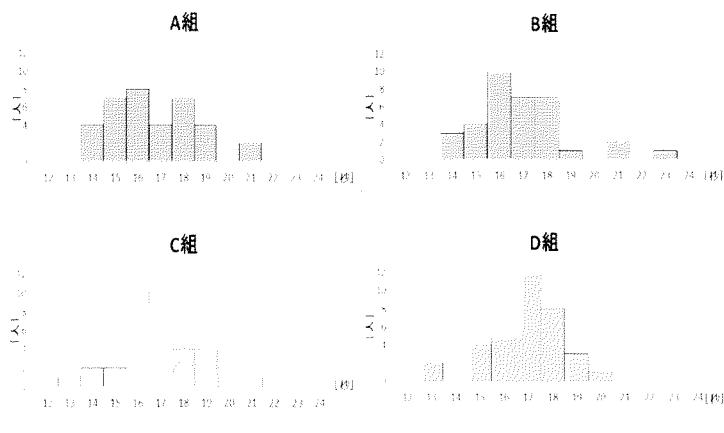
<箱ひげ図による比較>



⑤ 体育祭（学級全員リレー）

<ヒストグラムによる比較>

<箱ひげ図による比較>



(3)指導案

(2)の⑤体育祭（学級全員リレー）を題材にして授業についての指導案を紹介する。

1.単元 第2学年 データの活用「データの分布」

2.ねらい

ア) 四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解することができる。

イ) 四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断することができる。

3.展開

教師の主な発問と予想される生徒の反応	生徒の反応への指導・助言と留意点
導入 <ul style="list-style-type: none"> 体育祭の学級全員リレーの練習の様子を生徒から聞く。 <p>S「バトンミスが多い。」</p> <ul style="list-style-type: none"> 体育祭の学級全員リレーで優勝する学級を予想させる。 <p>S「練習のときに勝っているから○組が勝つだろう。」</p> <p>S「学年1位の△君がいる□組が勝つだろう。」</p>	
体育祭の学級全員リレーで優勝するのは何組だろうか？	
展開1 <ul style="list-style-type: none"> どうすれば予想できるか発問する。 <p>S「学級全員のタイムがあれば予想できる。」</p> <ul style="list-style-type: none"> 全学級の100Mのタイムを示す。 <p>S「分析しにくい。表やグラフなどの方がいい。」</p> <ul style="list-style-type: none"> 生徒の意見をもとに、ヒストグラムを提示する。 <p>S「さつきより分かりやすい。」</p> <p>S「でも4クラスもあるから、どのクラスが速いのか比べにくい。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 個人情報には留意し、個人が特定できないような工夫を行う（ランダム配列やソート）。
展開2 <ul style="list-style-type: none"> 箱ひげ図について学習する。 箱ひげ図を使って比較をさせる。 <p>S「A組が勝つ。その理由は中央値が最も低いから。」</p> <p>S「C組が勝つ。その理由は最小値が最も低く、第3四分位数も最も低いから。」</p> <p>S「D組が勝つ。その理由は最大値が最も低く、最小値も2番目に低いから。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 以下の2点に注意して資料を読み取らせる。 <ul style="list-style-type: none"> 複数データ（4学級）の比較になっていくか。 データの分布に着目しているか。 <p>ヒストグラムの比較では①②が読み取りにくいことを生徒に理解させたい。</p>

まとめ

- ・箱ひげ図を使った比較の有用性についてまとめる。
- ・箱ひげ図からわかったこと・感想・疑問を記入する。

・本番の勝敗はバトンパスなどの不確定要素があることを生徒に伝える。

3 まとめと今後の課題

- (1) 「箱ひげ図」等に関する教員の指導経験はほとんどない。まずは、我々自身が「箱ひげ図」等に関してしっかりととした知識を身につけることが必要である。
- (2) 生徒が自らデータを収集できるような題材を開発するとともに、ICTを効果的に活用できるような授業展開を考えていきたい。
- (3) 様々な解釈ができるデータを用意することで、生徒が批判的に考察し判断できるようにしていきたい。

東京都中学校数学教育研究会 研究部 確率統計委員会

荒川区立第一中	先崎菜美	荒川区立第三中	青木健嗣
荒川区立第三中	西川慶介	元東京都公立中	小島宏一郎
国分寺市立第五中	橋本麻衣子	品川区立品川学園	高橋一恵
渋谷区立笹塚中	笠原和彦	八王子市立横川中	山本康久
世田谷区立砧南中	迫田 紗代	世田谷区立砧南中	塩出孝弘
世田谷区立砧南中	菅原亮	世田谷区立千歳中	櫻井章司
目黒区立東山中	原日菜子	世田谷区立八幡中	森田智
世田谷区立用賀中	石綿健一郎	元東京都公立中	草開宣晶
東京都教育委員会	青海正	豊島区立西巣鴨中	堀江宏徳
中野区立第十中	菅亮太	中野区立緑野中	田代雅規
中野区立緑野中	仁田勇介	元東京都公立中	中西知眞紀

中学校数学科における指導内容等に関する調査【アンケート用紙】

調査対象の先生方

この調査の目的は、平成29年3月に公示された次期学習指導要領について、数学科を担当されている先生方のご意見を集め、分析を行うことになります。この分析により、教科指導の方針を探らうとするもので、主に選択形式でお聞きします。調査結果の公表につきましては、個々の回答が分かれようなどとは一切いたしません。なお、アンケートは画面に印刷しております。

お忙しい中、大変恐縮に存じますが、何卒ご協力をお願いいたします。

1 あなたの勤務する学校に限ることについてお答えください。

〔1〕内にご記入いただくか、当てはまるものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

〔2〕あなたの勤務する学校の所在地を、市区町村でお答えください。

〔3〕あなたの勤務する学校の形態をお答えください。(番号を○で囲んでください)

1 中学校 2 小中一貫校 3 高校付属中学校 4 中等教育学校 5 その他【 】

1 20代 2 30代 3 40代 4 50代 5 60代 6 その他【 】

〔4〕教職歴(講師としての経験年数を含む)(平成30年3月現在)【 】年

〔1〕現在の年齢(番号を○で囲んでください)

1 20代 2 30代 3 40代 4 50代 5 60代 6 その他【 】

〔2〕教職歴(講師としての経験年数を含む)(平成30年3月現在)【 】年

III 次期学習指導要領で新たに示された以下の用語や学習内容についてお答えください。各項目ごとに当てはまるものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。また、回答については以下の内容を参考にしてお答えください。

1 ・・・・授業で指導できら、または、授業で指導したことがある。

2 ・・・・意味も内容も分かるが、授業での指導には不安がある。

3 ・・・・用語は知っているが、意味や内容はよくわからない。

4 ・・・・用語を聞いたことがない。

① 反例	1	2	3	4
② 累積度数	1	2	3	4
③ 四分位範囲	1	2	3	4
④ 箱ひげ図	1	2	3	4

IV 総計に開する用語や学習内容について、お答えください。各項目ごとに当てはまるものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。また、回答については以下の内容を参考にしてお答えください。

① 累積相対度数	1	2	3	4
② 第1四分位数・第3四分位数	1	2	3	4
③ 五数要約	1	2	3	4
④ 四分位偏差	1	2	3	4
⑤ ドットプロット	1	2	3	4

V ICT機器の活用について、お答え下さい。昨年度(28年度)、あなたは授業でICT機器をどれくらい使いましたか。各領域ごとに当てはまるものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。また、回答については以下の内容を参考にしてお答えください。ICT機器には、コンピュータやタブレット端末、電子黒板、实物投影機、デジタル教材書などを含みます。
1 ・・・・該当領域の指導時数のうち5割以上の授業で活用した。
2 ・・・・該当領域の指導時数のうち3割以上の授業で活用した。
3 ・・・・該当領域の指導時数のうち1割以上の授業で活用した。
4 ・・・・該当領域の指導時数のうち1割未満の授業で活用した。

VI D領域「資料の活用」(次期学習指導要領では「データの活用」)に関する指導について(指導のあり方、指導上の問題点など)、ご意見、お考えがありましたら、ご自由にお書きください。
【裏に続く】
【裏に続く】
【裏に続く】
【裏に続く】

平成30年2月17日

第55回東京都中学校数学教育研究大会

問題の視覚化を取り入れた指導

～主体的・対話的で深い学びに向けて～

研究部数式委員会

I. 研究のねらいと経過

平成27年度版『東京方式 習熟度別指導ガイドライン《中学校 数学》』において、生徒の習熟の程度に応じた学習指導等に関する指導方法や指導体制、校内での習熟度別指導の体制等が示されて以来、数式委員会では習熟度別指導について検討してきた。具体的には、習熟度に合わせた課題のつくり方、それぞれのコースのつまずきへの対応、習熟の早い生徒も遅い生徒も意欲的に取り組むための工夫等である。

平成27年度には、部員が所属する学校において習熟度別指導を比較し、「補充的・基礎的な学習に重点をおくコース」の生徒に対しては、より丁寧な指導が必要であり、「発展的な学習に重点を置くコース」では、挑戦的な課題に取り組む機会を増やすなど、コースによって課題を開発しておくことが不可欠であるとの見解に至った。

平成28年度は、「補充的・基礎的な学習に重点をおくコース」について数式領域に関する習熟度別授業の研究を進め、以下のようなことがわかった。

- ① コース別に計算力を調べてみると、教師の予想を超えて計算力や問題理解力に大きな差が生じていることがある。
- ② 基礎コースの生徒は、標準・応用コースの生徒に比べて、1つ手順が増えることで難易度が高くなると感じるようで、無回答や計算ミスが増えるようになる。
- ③ 基礎コースの生徒は、分数の計算や分数の形をした文字式を扱う際につまずく傾向があり、その都度丁寧な確認をする必要がある。
- ④ 割合や等量関係をとらえることが苦手な生徒には、小学校での指導を意識し、線分図などをを利用して視覚化して示すことが理解の助けとなる。

特に④については、生徒が自分で問題を「視覚化」できるようにするために有効な指導法であると考え、昨年度は、等量関係をとらえるために「2本の線分図」を利用した指導について検討したが、授業実践までには至らなかった。そこで本年度は、昨年度検討した「2本の線分図」を数式領域の中で効果的に取り入れた指導について授業案の検討及び授業実践を行い、研究を進めていくことにした。

II. 本年度の研究

線分図を活用した指導が有効な場面に、等式（方程式）に関する指導がある。1年の「等量関係を表す式」や「等式の性質」を線分図で理解することが、その後の「方程式の文章題」での立式がしやすくなったり、「等式の変形」の理解が深まったりすることにつながると考え、授業案の検討を進めた。

1. 2本の線分図を利用した「等量関係を表す式」の指導について

(1) 線分図に対する生徒の意識

1年の「等量関係を表す式」の指導で2本の線分図を用いるにあたり、すでに等式について学んでいる2年生を対象に、図を用いることに対してどのような意識をもっているのかを調べた。

【調査方法】A校の2年生 70名を対象に下のようなワークシートで指導し、その後、線分図に対してどのような意識をもったかアンケートを取った。

【例題】次の文を読み、その様子を図と式で表してみましょう

(1) $x\text{cm}$ のロープがあります。このロープを $a\text{cm}$ ずつに区切っていくと、ちょうど4本分でした。

＜図＞

＜式＞

⋮

図をかくときのポイント

■練習■

① 1冊 a 円のノート5冊の代金は、1本 c 円のハン2本の代金より40円高いです

＜図＞

＜式＞

⋮

練習問題では、長さではなく代金の関係に関する問題を出題。2本の線分図で表すよう指示した。

【生徒の解答例】

$$\begin{array}{c} \text{ノート } a\text{ 円 } \quad \text{ハン } c\text{ 円} \\ \hline \text{5冊 } 5a\text{ 円 } \quad 2本 } 2c\text{ 円 } \end{array}$$

$5a - 2c = 40$

長さの関係を題材にした問題を出題。

特に指示を出さずに取り組ませた。

【生徒が描いた図の例】

① 1本の線分で表した生徒

＜図＞



② テープ図で表した生徒



クラス全体で

① 線分図でかくこと

② 等式で表せるものは2本の線分を使って表すこと

③ 上の線分は左辺、下の線分は右辺に
対応させて考えること

を確認し、練習問題に取り組ませる。

【授業の様子】

長さの関係を題材にした問題は、多くの生徒が線分図またはテープ図で表していた。場面に応じて線分の本数を使い分けている様子も見られた。多くの生徒が図に表してから式を立てていたが、式のみを書き、図に表すことが困難な生徒も一部見られた。

数量関係を図で表すときは、上の線分を左辺、下の線分を右辺に対応させられるよう に 2 本の線分にすることを全体で確認してルール化すると、長さではなく代金などに関する問題でも、問題文の状況を図に表してから式にすることができる生徒が 70% 程度いた。しかし、式を書くことができるのに図では表せない生徒が 12% 程度いた。

【線分図に対する生徒の意識】（複数回答可）

- | | |
|-----------------------------|--|
| ① 線分図を使うと式が作りやすくなると感じた | …… 58% |
| ② 線分図を使うと、どうやって式を作るかわからくなつた | …… 3% |
| ③ 線分図をかくこと自体が難しいと感じた | …… 29% |
| ④ 線分図をかくことが面倒だと感じた | …… 27% |
| ⑤ その他の感想 | ・簡単な問題だと線分図をかくのがかえって難しい
・式を作つてから図をかいた方が簡単だと感じるものも多い |

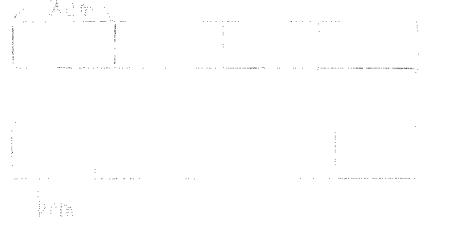
【考 察】

図に表そうとすることは数量関係の理解をより深めたり、自分で立てた式の意味を再考することにつながっており、数量関係をより豊かに捉えられるために、有効な手段だと考えられる。当初は立式ができない生徒が、線分図に表すことで立式できるようになるのではないかと考えて指導したが、結果としては困難さが伴う生徒も多かつた。習得するには普段から多くの場面で線分図を扱うことが必要だと考えられる。

(2) 1年「等量関係を表す式」の授業実践

A 校 2 年生での意識調査後、B 校でも同様の取組をしたところ、ほぼ同じ傾向が見られたことを踏まえ、1 年生（基礎クラス）に 2 本の線分図を利用した「等量関係を表す式」の授業を次のような展開で行った。

- ① 目標 …… 等式の意味を理解し、数量の間の関係を等式で表すことができる。
- ② 主な授業展開

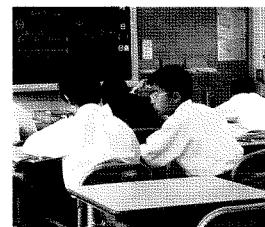
学習活動	生徒の反応
<p>・ 導入の課題提示</p> <p>Q. 次のことからを、文字を使った式で表そう。 「a cm のひも 4 本を合わせた長さと、 b cm のひも 5 本を合わせた長さは、 等しくなる。」</p> <p>すぐに式が思い浮かばない生徒は、このことからのイメージがわかるような図を、各自ノートに自由にかいてみる。</p> <p>また、すぐに等式で表した生徒も、式の意味がわかりやすくなるように、図を書いてみる。</p>	<p>○すぐに関係を等式で表せる生徒は少數。</p> <p>○図をかくことを嫌がる生徒が多い。</p> <p>○定規を使ってノートにきれいにかくことができている。</p> 

・2本の線分図のかき方の説明

- Q. 次のことからを、等式で表そう。
- 例題** $a\text{ cm}$ のひも3本を合わせた長さは、 $b\text{ cm}$ のひも2本を合わせた長さより8cm長い。

等式で表すときは、まず最初に2本の長さの等しい線分をかき、関係を書き込んでいくということをルール化する。

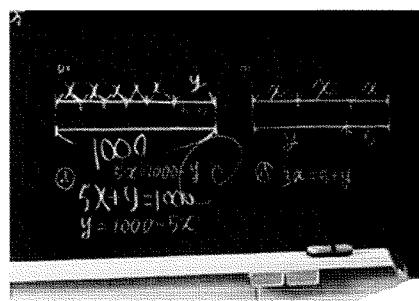
両端がそろっていることを示す縦線を入れる。



- ・問題と一緒に、あらかじめ2本の線分がかけられた練習プリントに取り組む。

等しい関係を表す式 ~練習問題~
()組()番 名前()
★次のことからを、文字を使った式で表しましょう。(線分1:1冊x円のノート3冊と、60円の鉛筆1本を買ったときの)
[]
[]

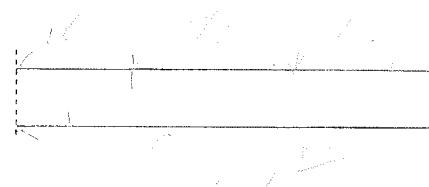
- ・自分のかいた図や式を黒板で発表する。



○2本の線分をかくが、その先に進めない生徒が多い。

○理解の早い生徒が、理解できていない生徒に、自分の図を使ったり、図をかいて見せたりして教え合いをしていた。

○あらかじめ2本の線分がかかるていると、数量関係を書き込むのがスムーズになった。



○自分で図をかくと、式を1つだけ書いて終わりにするのではなく、自発的に変形した式をいくつか書く生徒がいた。

○ほかの式を発表する生徒がいると、別の生徒も次々に考える雰囲気ができた。

(3) 考察

- ・左辺用・右辺用の2本の線分図を用いることで、「多い」「少ない」「等しい」などの量感を、多くの生徒が視覚的に理解できる。そのため、どの量とどの量が等しいかに着目して、いろいろな式を作ろうという意欲の高まりが見られた。
- ・2本の線分図を自分でかけるようになるまでには時間が必要だが、手順を整理することで素早くかけるようになっていった。
- ・言葉と式だけではなく、図を用いることで、ペアやグループ内での説明がスムーズになったり、説明をする側も受ける側も理解が深まっていく様子が見られた。
- ・負の数を扱うなど、題材によっては2本の線分図が利用しづらいこともあるため、必要に応じてこの図を用いる態度を生徒たちに身に付けさせることが大切である。

2. 2本の線分図を利用した「等式の性質の定着」の指導について

1で述べた「等量関係を表す式」の授業実践を受けて、2本の線分図を利用した「等式の性質」の指導について検討し、C校の第1学年で授業実践を行った。

C校では、等量関係を表すときだけでなく、不等式を作る指導にも2本の線分図を用いることで、理解を深めてから授業を行うことにした。

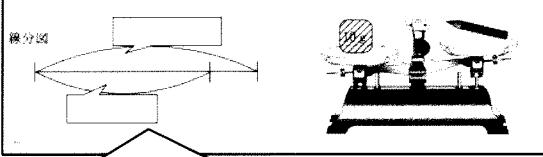
(1) 1年 2本の線分図を利用した「等式の性質の定着」の授業について

① 生徒の実態

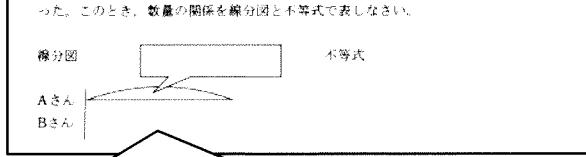
- ・C校では、2学級3展開の習熟度別指導を行っている。今回対象としたのは、基礎クラス（2クラス分）である。
- ・図を利用して式で表すことは、小学校の指導では多用してきたが、中学校では方程式を「機械的な式の変形」ととらえている生徒が多く、線分図を使うと方程式を解きにくいと感じている生徒も多い。
- ・正負の数では数直線を扱ったが、それ以降の授業では線分図をあまり用いることがなかった。文字と式の単元で扱われる「等式」と「不等式」については線分図を使って説明をした。
- ・方程式の単元では、「等式の性質」まで学習しており、4つの性質を用いて方程式を解くことはできる状況で授業を行った。

② 不等式の指導での線分図の扱いについて

Q てんびんを用いて、重さの大小関係を調べます。
(1) x gの鉛筆の重さは、10gのおもりよりも軽くなりました。このとき、数量の関係を、線分図と不等号を使って式で表してみましょう。



例題1 Aさんは1個10円のガムをa個と200円のスナック菓子を1個買い、Bさんは1個15円のキャンディーをb個買ったところ、Aさんの代金は、Bさんの代金よりも高くなかった。このとき、数量の関係を線分図と不等式で表しなさい。



1本の線分図をかき、数量を表す文字式を書き入れる。どちらの方が軽い（少ない）のかを意識させる。

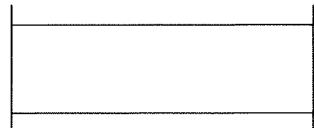
Aさん・Bさんの状況を別の線分で表すことにより、大小関係をより捉えやすくなることを実感させる。

数量の関係を表す際は、2本の線分図を使用することをおさえる。

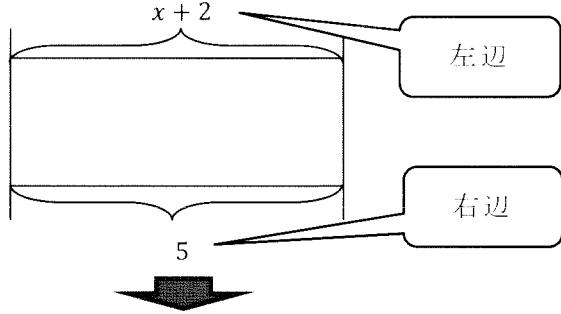
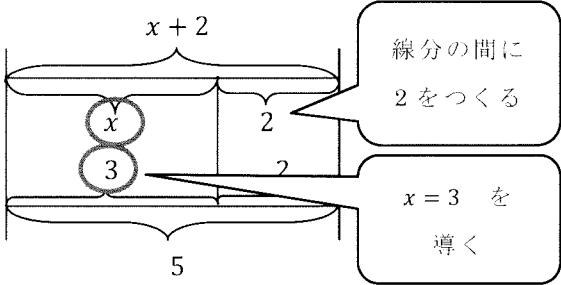
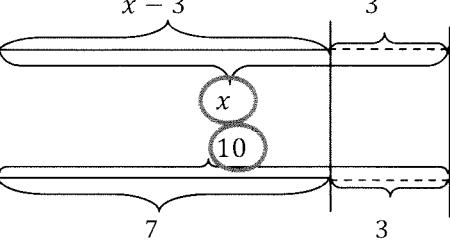
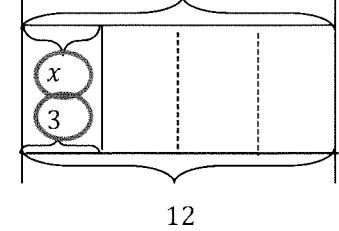
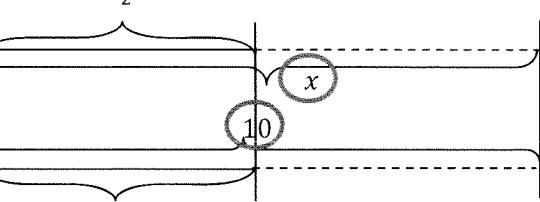
③ この授業のねらい

- ・解が正となるような方程式を、等式の性質を利用して解く際に、2本の線分図を使って理解することができる。
- ・ルールに沿って、2本の線分図を利用できる。
- ・等式の性質を2回使う問題について、グループで話し合い、解を求める過程を説明することができる。

使用する線分図の
基本形



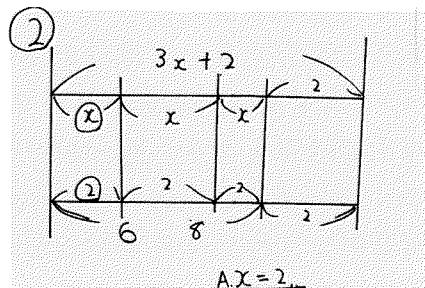
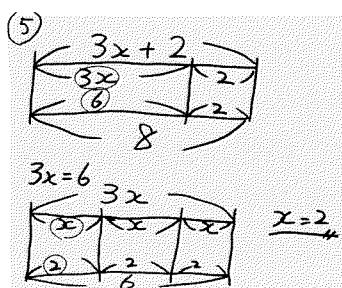
④ 主な授業展開

学習活動	生徒の反応
・導入の課題提示	
Q. 等式の性質を使った方程式の解き方を、2本の線分図を使って説明しよう。	
<p>まず線分図の上に左辺、下に右辺を書き込み、線分図内に操作の様子を書き込んでいくことを確認する。</p> <p>① $x + 2 = 5$</p> <p>◆手順1 左辺、右辺をそれぞれ上下2本の線分図に書き入れる。</p>  <p>◆手順2 「等式の性質」を書き入れ、解を求める。</p>  <p>② $x - 3 = 7$ ③ $4x = 12$</p> <p>④ $\frac{x}{2} = 5$ も、線分図を使って解く。</p> <p>・②③④について解説し、再度、2本の線分図のかき方のルールを確認する。</p> <p>・2本の線分図の利用</p>	<p>○あらかじめ、線分図の基本形をかき、線分図の上に左辺、下に右辺を書き込むことはできるが、②③④の線分図を自分でかくことができる生徒は少なかった。</p> <p>②</p>  <p>③</p>  <p>④</p> 
Q. 等式の性質①～④を用いて、応用問題を解こう。	
3人グループを作って話し合い、その考え方を線分図に表そう。	
<p>問1 $3x + 2 = 8$</p> <p>問2 $2x - 7 = 3$</p> <p>・グループごとに考えた図を画用紙にかき、発表する。</p>	<p>○図を用いることで、活発な話し合い活動となっていた。</p> <p>○グループ内で検討し、図がより見やすく、説明しやすくなるように工夫する姿勢が見られた。</p>

⑤ 問1, 問2の反応例

問1 $3x + 2 = 8$ (以下は生徒が発表に使用した図)

(正答)

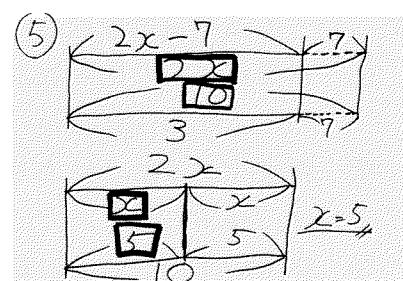
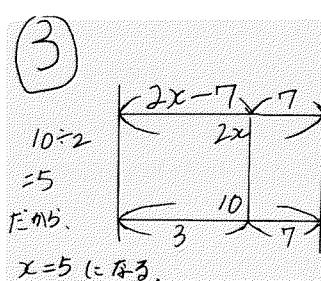
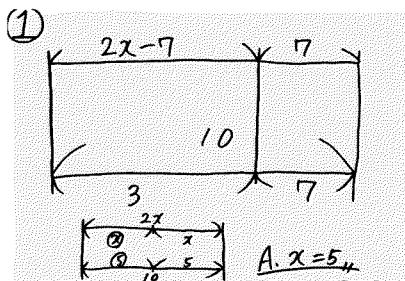


等式の性質①を使う問題については、「+2」を削ればよいので、見た目にもわかりやすくほとんどの生徒が自力で解を導くことができた。

不正解の班は12班中1班もなかった

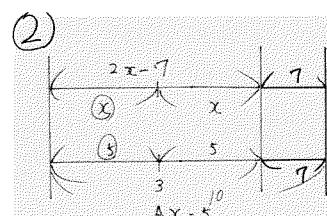
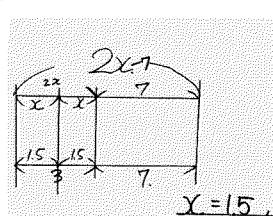
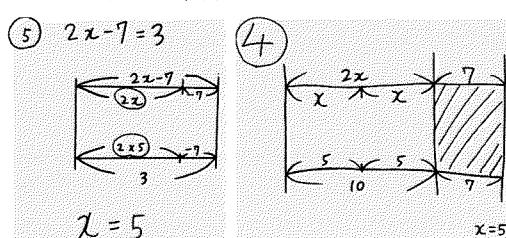
問2 $2x - 7 = 3$

(正答)



(誤答例)

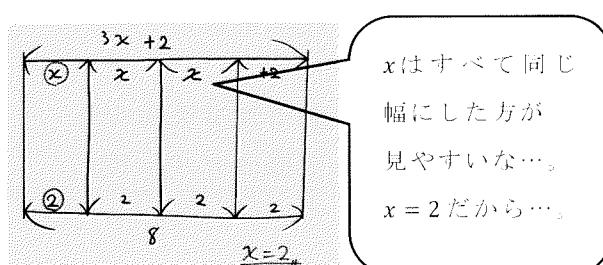
- 「-7」を数直線で可視化してしまう。
- 線分図の上と下に右辺と左辺を作らずに操作してしまう。
- 3と同じ線分を10と示してしまう。



等式の性質②を使うものでは、12班中4班で上のような誤答が見られた。式の操作ができるために、解を導いてから線分図をかいてしまい、説明がつかない場合があった。

表現の工夫

生徒たちが思考用の図から発表用の図をかくときに、班で検討して、より見やすく、説明しやすい図を作るように意識する様子が見られた。



(2) 考察

- ・不等式の指導の際に2本の線分図を用いて視覚化することで、量感をつかむことができる生徒が増えた。
- ・等式の指導の際に、線分を2本にし、操作する内容を2本の間に書き込むことによって、数量関係が整理されて見やすくなり、生徒も楽に書き込むことができていた。
- ・等式の性質を2本の線分図で捉えなおす際に、図のかき方をルール化したこと、多くの生徒がその後の問題を解くときに図を活用できるようになった。
- ・問2のような、負の項がある式の扱いにとまどう生徒が多かった。等式の性質から2本の線分図で指導をすることで、スムーズに扱えるようになると考えられる。
- ・2本の線分図を、自分が立式するための図としてかくだけでなく、クラスに説明するための図として、説明しやすいようにアレンジを加えるグループも見られた。

III. まとめと今後の課題

本年度、数式領域において問題を視覚化するために、「2本の線分図」を取り入れた指導についての授業実践を行ってみて、以下のようなことがわかった。

- ① 視覚化された図を見ることにより、基礎コースの生徒は数量関係を捉えやすくなつた。しかし、図をかくことに困難さを感じる生徒もいた。
- ② 視覚化することにより、与えられた課題以外のことにも気づき、考えを深めようとする様子が見られた。
- ③ 自分の考えを他者に伝えるために、図を有効に利用していた。グループで図を囲んで話し合うことで、理解がより深められていた。

これらのことから、図を用いることは、生徒自身の学びを深め、更には話し合いの場面でお互いの考えを深め合うのにも効果的であると言える。そのためには、今回の「2本の線分図」のように、指導に用いる図は扱いやすいように工夫することが必要である。また、多くの場面で図を用いることで、生徒たちが図の扱いに慣れることができると考える。

次年度は、2本の線分図を等式の性質の指導から導入する授業を実践し、問題を視覚化して指導することの効果について検討していくと考える。

平成29年度 数式委員会 委員名簿 (◎・・・代表者)

伊藤 晴美 (稲城市立稲城第六中学校)	岩田 拓実 (八王子市立由井中学校)
内山 治之 (小平市立上水中学)	桐ヶ谷光子 (青梅市立泉中学校)
銀杏 祐三 (清瀬市立清瀬第四中学校)	久我正次郎 (葛飾区立奥戸中学校)
齊藤 彰仁 (練馬区立開進第三中学校)	鈴木 直孝 (八王子市立由井中学校)
友部 三奈 (品川区立東海中学校)	松本 信之 (国分寺市立第三中学校)
◎矢澤 理恵 (中野区立第四中学校)	依田 真紀 (日野市立七生中学校)
<共同研究者>	
赤田 正慶 (東大和市教育委員会)	安藤 曜 (府中市立府中第七中学校)
勢子 公男 (元東京都公立中学校)	畠中 聰 (練馬区立大泉学園桜小学校)

図形の相似の活用に関する授業改善

—校舎の高さを測定する活動を通して—

町田市中教研 数学部会（数学科指導法研究会）

1 研究のねらい

中学校第3学年における「図形の相似」での「相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること」の扱いに関しては、「直接測定することが困難な木の高さや、間に池などの障害物がある2本の木の間の距離を求める」というような具体的な場面をとりあげ、「測定が可能な距離や角を作業によって求め、それをもとに縮図を作成し、必要な高さや距離を求める」学習指導が期待されている。なお、小学校算数科での縮図・拡大図の学習においても上記のような問題を扱っているので、図形の相似の学習の結果として、生徒が活用の深まりを実感するよう配慮する必要がある。

以上のような状況を踏まえて、本発表では、以下のことを研究のねらいとする。;

「自校の校舎の高さを求める問題に関する授業研究を通して、相似の利用についての授業改善の方向を示すこと」

現実場面で相似の活用に関する教科書記述の位置については、相似条件のすぐ後に行うものと、相似の学習が一通り終わった段階で行うものとが見られるが、本研究では、前者の位置で扱っている。

2 研究の手順

- 1) 授業予定者からの授業提案に基づいて、自校の校舎の高さを実際に求める活動を含んだ授業構想について、事前検討を行う。その際には特に、数学学習を苦手とする生徒が多い状況を考慮に入れた授業展開になるように留意する。
- 2) 事前検討にあたっては、本授業の意義を数学的モデリングの立場から明確に把握する。
- 3) 授業研究を通して、その授業で明らかになった生徒の追究の様相や授業展開に関する修正点等を踏まえて、実施された学習指導案を再構成し、その一層の改善を図る。

3 事前検討会における議論 <校舎の高さを求める>

空間における高さを求める学習が、本発表の中心テーマである。それについては、中2での三角形の合同条件の利用でも、中3での相似条件の利用でも、取り扱うことができる。ここではまず、本研究会で2016年11月に中2を対象に実施した授業研究について、簡単に紹介する。

(1) 「合同条件の利用」に関する授業研究 —提案者 角方寛介教諭—

前年度の本研究会の活動において、角方寛介教諭(町田市立第一中)による「平行と合同」の単元での「三角形の合同条件の利用」に関する授業研究が行われている。

そこでは、陸上からは直接測定できない船までの距離を求めたというターレスのエピソードを紹介し、次の2つの課題について検討している。

【課題1】なぜこの方法でターレスは船までの距離を測ることができたのだろうか。

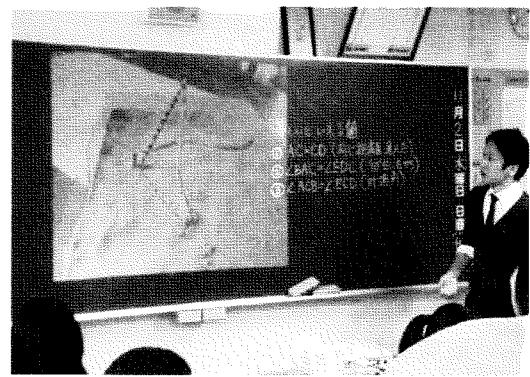
この課題について、個人での追究、グループでの共有を経て全体でその解決法を確認した。

【課題 2】実際には測れない灯台の高さを実測ができる

海岸に写し取って測ることができるでしょうか。

灯台の高さを測るのに、平面で考えた方法を適用して、作図の方法とその方法で高さが測れることを検討し説明するという展開であった。空間内の 1 つの平面に着目して考察するので難易度は高くなっているが、授業者は粘土の平面と棒を用意して生徒達にそれを扱いながら考えるという手立てを用意し、生徒の思考が具体的なイメージを持って行われるように配慮していた。

今回の授業研究は、そこでの成果も踏まえて行われた。



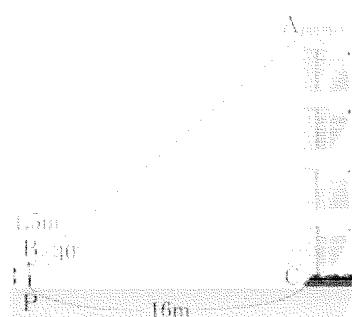
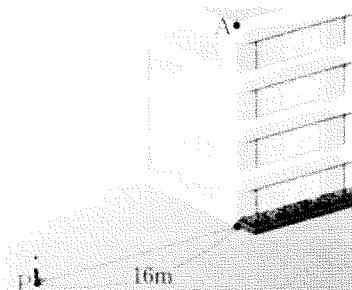
(2) 本時の事前検討 「相似条件の利用」 —提案者 宮島謙二教諭—

「自校の校舎の高さを求める」という学習に関して、事前検討会では多々議論が行われたが、ここでは数学的モデリングの視点からの検討について述べておく。

「数学的モデリング」とは、現実世界における問題の解決を目標として、数学的なモデルをつくり(モデル化), 数学の世界へと翻訳(数学化)し、数学的手法による解決(数学的作業), さらに、得られた結果を現実世界の場面で解釈・検討を行う一連の活動である(佐伯昭彦ほか, 2017)。数学的活動の一層の重視ともあいまって、数学的モデリングは、現在そして新学習指導要領においても重視されている活動の一つである。

教科書には、右のような文章、そして右上図のイラストによって現実的場面が示されている。文章だけからは、校舎の正面の平面上に線分 AP がのっているかどうかは不明だが、右下図を示して「定式化された数学の問題」にし、相似な図形の対応する辺の比の性質を根拠にして「数学的結論」を得る。授業では、「忠生中学校の校舎の高さは?」という問い合わせが提示され、これら 2 つの図を使って高さを求める学習と同様に、仰角を測り相似な三角形をかいて、右下図の線分 AP を求めることになる。

校舎から 16m はなれた地点 P から
校舎の先端 A を見上げたら、水平の
方向に対して 40° 上に見えました。
目の高さを 1.5m として。
校舎の高さを求めてみましょう。



4. 授業の実施

(1) 本時の学習指導案の概略

日 時：平成 29 年 11 月 1 日（水）第 5 校時

対 象：第 3 学年 3・4 組 25 名（基本コース）

授業者：町田市立忠生中学校 宮島謙二 教諭　観察者：町田市数学科教員 40 名 場所：多目的室

1 単元名 5 章 相似な図形、3 相似の利用

2 単元の目標…直接には測定できない距離や高さを、縮図を利用して求めることができる。

3 単元の評価規準(略)

4 指導観

単元観 直接に測定できない、または測定しにくい部分の距離や高さを求めるには、合同よりも相似を活用して測定可能な場面に変換することの方が実際的であることが多い。相似の考え方を利用できることの理解を通して、数学のもつ実用性やよさについて理解を深めたい。

生徒観 数学に対して苦手意識を持っている生徒が多い。数学的な発想において良いものを持っている生徒もいるが、自分で解決できるだけの基礎的な技能に課題がある。今回のテーマが実測を伴うものなので、計算等のつまずきは適宜サポートしつつ、数学を活用する体験を通して、数学の良さを体験させたい。

教材観 今回のテーマは実測であるので、教具(仰角測定器)を活用して実際に角度を測らせ、数値を求める活動を重視する。また、学習プリントを工夫し、実測がスムーズに行えるようにする。

5 指導計画 1節 相似な図形

①相似な図形(4時間), ②三角形の相似条件(2時間), ③相似の利用(1時間) ←一本時

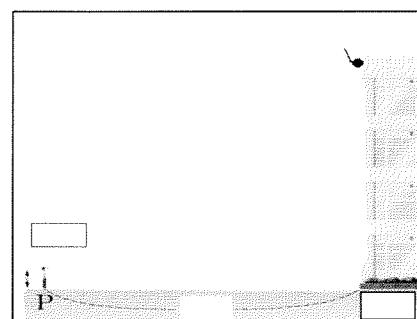
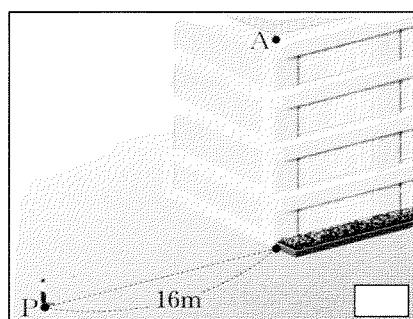
6 指導の工夫 仰角測定器を用いて実際に角度を測り、実測を行う。

7 ねらい ○相似な図形の性質を利用して、実際に測りにくい長さを求められることを理解する。
○実測を通して、相似な図形の性質に触れ、その有用性を体感する。

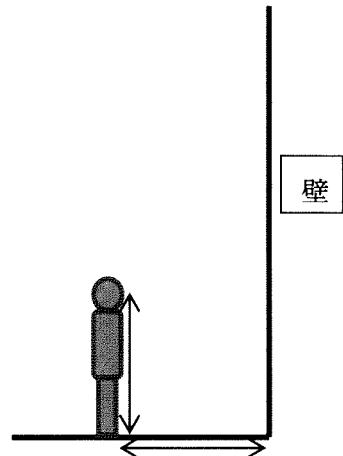
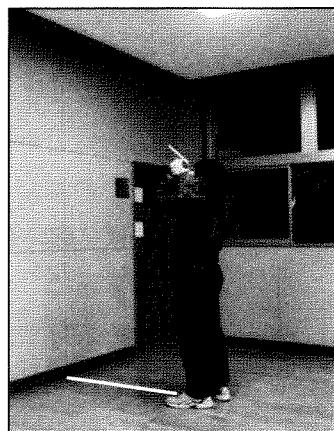
(本時の学習指導案は、次ページに掲載)

(2) 本時のワークシートの内容

本時のワークシートはA3判1枚である。その左半分には、上記指導案に示した、「Q 考えてみよう」と、展開①の(1),(2),(3)の「問い合わせ」の文だけが書かれ、そして図1、図2が載せられている。



また、右半分には、「みや問」と、指導案中に示した展開②の(1),(2),(3)の「問い合わせ」の文だけが書かれ、下の測定器の使い方を示す写真と、実測した長さを記入する図が載せられている。



学習指導案

	内 容	生徒の活動、予想される反応	★指導上の留意点 ☆評価
導入 （5分）	①前回習った図形の相似についてのおさらい ②本時のねらいについて		①口頭で簡単に確認 ②相似を利用して、実際に測りにくい長さを求めることができる。
展開 （25分）	○ワークシート（配布）	<p>Q 考えてみよう</p> <p>右の図1のように、校舎から 16m はなれた地点 P から校舎の先端 A を見上げたら、水平の方向に対して 40° 上に見えた。目の高さを 1.5m として、校舎のおよその高さを出してみよう。</p> <p>(1) 右の図2(次ページ参照)は、図1を真横から見た図である。長さや角度を書き入れよう。</p> <p>(2) 図2にかいた図をもとに、校舎と観測者とで三角形の縮図をかき、辺の長さを測ろう。</p> <p>(3) 相似な図形の性質(比)を使って校舎の高さを求めよう。</p>	★仰角(見上げる角)の考え方・記人は初めて触ることになる。この後の実測でも使うので丁寧に説明する。 (2)校舎は地面に垂直、仰角が 40° なので、 $40^\circ, 50^\circ$ の直角三角形であることを確認する。 (3)目的は比の計算の理解ではないので、計算方法については順次サポートする。 ☆相似な図形の性質(比)を使って校舎の高さを求められる。
展開 （20分）		<p>みや問 天井の高さを求めてみよう。</p> <p>※Q 考えてみようと同じように、実測する。</p> <p>(1)右の図に長さや角度を書き入れよう。</p> <p>(2)かいた図をもとに、校舎と観測者とで三角形の縮図をかき、辺の長さを測ろう。</p> <p>(3)天井の高さを求めよう。</p>	○4~6人班に分かれて行う。 ○仰角測定器★を各班に配布し、使い方を簡単に説明する。 (次回この教具を用いて校外に実測に行く) ☆実測に意欲的に参加し、相似な図形の性質に触れ、その有用性を体感しようとする。

(3) 授業の実際

(丸番号は授業の文節を示す)

① 問題の把握～わかっている数値を図に書き込む

(授業は、小体育館風の多目的室で行われた。ワークシートを配布、その拡大版の模造紙を白板にはる。)

T1: 「相似といえば何の計算が出てくる?」

S: 「比の計算」

(問題を読み、T が実際に腕を挙げてみせて、「水平の方向に對して 40° 上」の意味を確認。その後、生徒にも同じ動作をさせてその意味をとらえさせた。)

T2: 「では、図1を真横から見た図2に、長さや角度を書き入れよう。」

(16m, 1.5m や 40° の部分は容易に書き込んだが、「ここ 90° ?」と問う生徒も見受けられた。)

② 三角形の相似を使って長さを求める

T3: (図に数値を書き込んだところで)「たったこれだけの条件で、校舎の高さ出せます?」

S: 「出せません」(この後、生徒に斜辺をかかせて、三角形をつくる。)

T4: 「何と言う三角形?」 S: 「直角三角形」

T5: 「どこか測ってもらわないと」

「まずは長さを測ってもらいましょう。」

(この後、3人の生徒の測定の結果を聞き、直角をつくる2辺の長さは 7.3cm, 6cm と確認。続いて、2組の角が等しいこと、そして相似であることを確認。)

(比例式 $7.3:16=6:x$ をつくり、生徒との丁寧なやりとりによってこれを解いて、 $x=13.2$ を得た。)

T6: 「これ、どこの高さ?」

S: 「目線」「1.5m を足さないといけない。」

T7: 「 $13.2+1.5$ だから、14.7m です。」 (以上、35分)

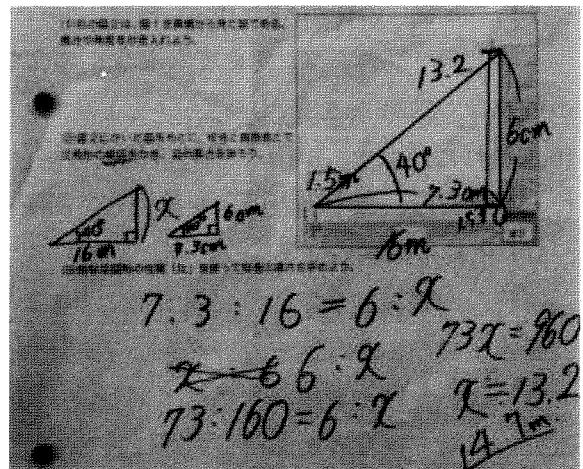
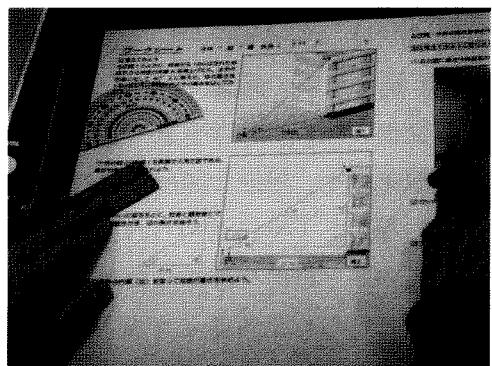
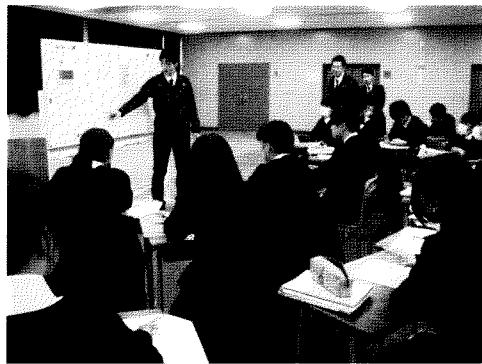
③ 仰角測定器を使って天井の高さを求める

T8: 「次の時間に忠生中の校舎の高さを求めるのだけれど、いきなりでは大変なので、残りの時間で天井の高さを求めようと思います。」

(言い、仰角測定器を取り出す。生徒、オー。)

T9: 「角度が測れたら、その角度を 90° から引いてください。 60° なら、 $90-60$ で仰角は 30° 」

(注: 測定器は鉛直方向との差の角度 α を読むので、仰角は $90-\alpha$ を計算して得されることになる。)



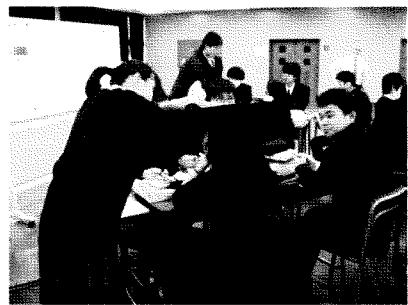
S: (班活動に入り、和やかに測定している。)

S: 「40°」

T10: 「だったら、 $90 - 40 = 50$ 」(「なぜ?」と言う生徒もいる。)

T11: 「縮図をかいてごらん」

S: 「目の高さが知りたいんだから、あなたの身長から、頭のてっぺんから目までの長さを測って、引かなくっちゃ」「恥ずかしー」(班のメンバーと協力して楽しげに測っている。) (以上 53 分)



(4) 授業後の検討

ここでは、事後研において多々挙げられた検討課題のうち、3点ほどをまとめておく。

ア) 既習事項の確認

「図形の相似」の学習まで進んでくると、それまでの既習事項が多々活用される。本授業は、例えば相似条件や、相似な図形での対応する辺や角の性質等々について、授業展開の節目節目でそれらを確認しながら丁寧に進められていた。中2での「池の直径を合同な図形をかいて求める学習」とも関連している。根拠を確認しながら、考えを進めていくことができたと考えられる。ただし、仰角測定器で得られた角度 α を読み取った後、仰角は $90 - \alpha$ を計算して得られることの根拠については、もう少し論理的に説明がなされてもよかつた。

イ) 「問題」の提示の仕方

本時の「問題」(Q 考えてみよう)の文章は、「右の図 1 のように、校舎から 16m 離れた地点 P から校舎の先端 A を見上げたら、...」となっている。事前検討会で話題になったように、「校舎から 16m 離れた地点 P」は図 1 以外の位置の場合も考えられる。生徒の実態に応じて、「問題」の提示の仕方を吟味し、数学化の過程を重視して展開することもできるであろう。

ウ) 生徒の活動の様子

本時の内容が日常事象に関連することもあるって、生徒に動きがあつて楽しそうに取り組んでいた。(事後研での、ある先生方のグループ討議報告では、「多くの先生方の参観にもかかわらず、物怖じせずに…」という表現がなされている。) それは、授業者の常日頃の学習指導の反映であろう。問題把握の段階で授業者も生徒も実際に腕を挙げて仰角の意味を確認したり、測定器を用意したり、という点からもうかがえる。授業が終わって「ふーー考えたー」という生徒のつぶやきや、事後研での授業者自評で「今日の生徒は普段の 3,4 倍頑張った」とのコメントが印象的であった。

配布したワークシートに関しては、(1)図 2 に長さや角を書きいれよう、(2)縮図をかき辺の長さを測ろう、(3)比を使って校舎の高さを求めよう、という 3 つの問い合わせが授業展開を方向付けていて、このような大きな問い合わせの与え方でよいであろう。だが実際の授業は、スモール・ステップで丁寧に進行した。生徒の実態にもよるが、まず(1),(2),(3)の問い合わせに順に取り組ませ、全体が動かなかつたら、順次それなりの手立てを講じていくという展開も考えられる。

5. 次時の授業

(1) 次時のねらい・展開

○相似な図形の性質を利用して、実際に測りにくい長さを求められることを理解する。

	内 容	生徒の活動、予想される反応	★指導上の留意点 ☆評価
導入 (5分)	本時のねらいを確認		前時の学習に倣って、校舎の高さを実測したデータをもとに求めることを説明する。
実測 (20分)	ワークシート配布(教室で) みや問 忠生中学校の校舎の高さを求めよう。		
	○実測(校庭で)	○校庭に出て実測をする。 ○仰角測定器を用いて実測する。	○計算を簡単にするため、校舎からの距離は10mに統一する。 ☆実測に積極的に参加しているか。
展開 (20分)	ワークシート (続き) (1)図の中に、長さや角度を書き入れよう。 (2)三角形の縮図において、長さを図ろう。 (3)相似な図形の性質(比)を使って校舎の高さを求めよう。	・校舎から 10m ・水平方向に対して \square ・目の高さ $\square m$ ・校舎の高さを $x m$ など	・4～5人班に分かれて行う。 測量が正しくできているか随時確認する。
まとめ (5分)	○2回の授業を振り返って、気付いたことやわかったことをまとめなさい。	・相似な図形の性質を用いて、実際に測ることが難しい長さ等を求めることができる。	☆実測を通して、相似な図形の性質に触れ、その有用性を体感している。

(2) 次時のワークシートの内容

みや問 忠生中学校の高さを求めてみよう。

- (1)図の中に、長さや角度を書き入れよう。
- (2)かいた図をもとに、校舎と観察者の位置で三角形の縮図をかき、辺の長さを測ろう。
- (3)忠生中学校の校舎の高さを求めてみよう。

(3) 授業の実際の概要

授業展開は、以下の通りである。

- ①前時の復習、天井の高さの計算途中であつた内容の確認 (15分)
- ②本時の内容の確認 (5分)
- ③校庭に出て、班ごとに仰角を実測する (15分)
- ④校庭の高さを計算で求める (15分)

なお、①と④に関する計算部分に時間がかかり、学習指導案にある「まとめ」まではできなかった。

ア) 仰角を実測する活動

第2時は、前時の方法を活用して、校舎の高さを求めることに挑戦した。そこでは、測定位置を決

めるのに、以下の方法をグループ共通にして、実測を行った。

- 1) 仰角測定器で見上げる校舎の屋上の位置（定点）を決める。
- 2) 1)で決めた定点から地面に向けて垂直に直線を下ろし、その点から10m離れた位置をメジャーで測って決め、その点を実測位置とする。

前時に天井に関して測定を行っていたため、当日の実測は問題なく行うことができた。

イ) 縮図をかいて計算で高さを求ること

班ごとに実測値をもとに縮図をかき、計算した。図をかく時点では、以下の課題が上がった。

- ・作図において、地面と平行になるように目線が正確に引けない。
- ・分度器を使って正確な角度をつくることができない。

この両者が原因になって、高さに誤差が一層生じることにつながった。

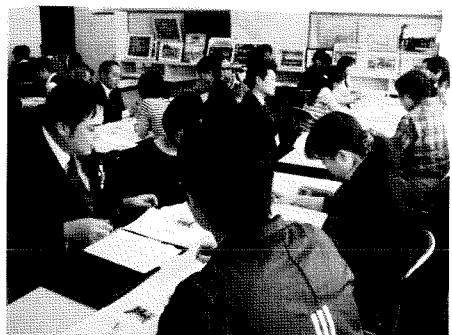
比例式を使って計算することに、時間がかかっている。図のかきかたや実測値による誤差によって、最大2m程度の違いが出ている。

6まとめ

<校舎の高さを求める>ことをテーマにした今回の2時間の授業では、まず、「教科書に示された現実場面」の図について図形の相似の性質を用いて示された校舎の高さを求め、続いて、校庭に出て「仰角測定器を使って実際に仰角を測定し」自校の校舎の高さを求めるという展開をとった。そこで生徒達の様子からは、三角形の相似条件や相似な図形の対応する辺の比の性質が使われ、実際の測定値には若干の誤差を伴うこと等の理解が深まり、現実場面に数学を活用する学習指導として、その有効性が確認できたと考えている。

7おわりに

町田市中教研では、研究主題<充実感・達成感を満たす数学教育>の下、研究授業・研究協議・講演会を年2回行っている。さらに、学期に1,2回程開催される数学科指導法研究会(数指研)においては、公開授業や校内研究での授業の指導案、日々の教材、定期試験の内容、指導上の悩みなどを持ち寄り、自由闊達な議論をしている。これらを通して参加教員の授業力の向上を図り、市内全体への波及効果も期待して研究内容を発信している。今後も全体研での授業研究の充実を図るとともに、数指研における実践研究を協働で継続していきたい。



事後研でのグループワーク

町田市中教研 数学科指導法研究会

風間 茂(顧問・町田第三中学校校長) 高木圭樹(部長・つくし野中) 平戸孝幸(副部長・忠生中)
吉田浩幸(町田第一中) 角方寛介(町田第一中) 小沼智瓦(町田第一中) 本荘まさみ(南大谷中)
松本勇(つくし野中) 津田龍太郎(成瀬台中) 磐貝元宏(鶴川第二中) 鈴木俊男(金井中)
宮島謙二(忠生中) 高橋麻也子(堺中) 向所慶太(堺中) 門長明(小山中) 村島了介(小山中)