第 100 回　全国算数・数学教育研究（東京）大会

中学校における「割合」の指導について

～「１にあたる大きさ」の理解と割合による量感の実態調査～

東京都中学校数学教育研究会　研究部　教育課程委員会

１　はじめに

(1)　本研究の動機とねらい

割合の概念は，小学校算数で重要な指導内容の一つであるが，教師が最も教えづらいと考えている指導内容でもある．これは割合の意味する内容が複雑で多岐にわたっているという概念固有の難しさによるものが大きい．算数で学習する割合の概念は，数の見方，計算の意味，数量関係の把握など，さまざまな指導内容との関わりが深く，さらに，他教科の学習や日常生活においても割合の表現がしばしば使われ，身近な生活場面で広く活用されているものである．一方，中学校で扱う割合は，どちらかというと抽象的なものであり，日常生活や社会とつながりをもった基本的な割合はほとんど扱われていないのが現状である．つまり割合の素地的な指導は小学校でひととおり完結されていると見なされ，中学校では抽象的な割合の立場での指導が中心に行われているような実態がうかがわれる．

そこで，本研究のねらいは，「割合とは見比べるところから生まれる概念である」ことを重視し，

○　算数とのつながりを前提に，中学校でのどちらかというと抽象的な割合の指導をできるだけ具体性のある教材を用いて，適切でスムーズな理解を図れるものにすること

○　算数教育で割合の概念の理解が不十分な生徒に，中学校の数学教育で再度，基礎的な割合の意味や求め方を学ぶ機会を適宜与えられること

○　割合のよさや利用価値を知ることの学習経験を積むことによって，割合についての理解の深化や，日常生活や社会の中において割合で表現したり考えたりする必要性を実感し得ること

などを，中学校数学のさまざまな学習場面において取り上げることの提案である．

(2)　これまでの研究

本委員会では，中学校の割合指導として，ここで目指すべきものは，

主たる学習内容の指導があり，その理解促進を図るために割合の見方・考え方を効果的に活用することで，主たる学習内容の学びが深まると同時に，割合の再学習が可能となり，割合の見方・考え方のよさを感得できる

授業の構築であると考えた．そこで，授業の構成を練るにあたり，数学的活動を位置付ける上では，「方法」「内容」「目的」の３つの側面があることを踏まえて，本委員会では，平成 24 年度より，割合指導の場面に限定し，その活動を「内容」面で次の４つに分類し，研究を進めている．

①　割合の意味を知る活動　　②　割合を求める，割合で求める活動

③　割合を読みとる活動　　④　割合を利用する活動

平成 24 年度～26 年度

関数領域から，割合を読みとる学習として１次関数の利用について授業実践を行い，ワークシートの分析を行う．

平成 26 年度～27 年度

図形領域から，割合を直接的に用いる学習場面として「おうぎ形の弧の長さや面積を求めること」

を取り上げ，$a/360$ の割合としての意味を考えさせる授業実践を行い，円をもとに割合の考えを利用して，おうぎ形の計量が可能となることの理解を図る．

平成 27 年度～28 年度

「おうぎ形」の学習について，７社の教科書の構成がどのようになっているか，教科書紙面の比較・分析を行う．

平成 28 年度

資料の活用領域から，割合の意味を知る学習，割合を利用して説明する学習として確率導入時の指導案を作成し検討する．

平成 29 年度

前年度の指導案の授業を実施し，改定を加え再度実施した際の生徒のワークシートを集計し，考察した．（以下は第 55 回東京都中学校数学教育研究発表大会において発表したものである．）

「確率」とは，あることがらが起こると期待される程度を表した「割合」であり，「どのくらい起こるか」「どれほど頻繁に起こるか」を示すものである．確率の学習は，まさに割合を日常生活や社会で利用する場面であり，割合の考え方を用いる必要性を実感できる学習内容と言える．

昨年度は，この導入に先立ち，割合でくらべなければならない場面，割合を用いれば的確に表現できる場面として，合計本数の異なる２種類のくじについて，どちらが得かを考えさせた．合計本数が異なることから，単純に当たりくじの本数だけでは比べることができない．比べるためにはどうすればよいかを考えさせることを通して，割合で比べる視点に気付かせた．

学習指導案

① 本時のねらい

・ことがらの起こりやすさを比較するためには，割合の概念が必要であることに気付かせる．

・あることがらの起こりやすさを，割合の考えを利用して比べられるようにするとともに，割合の考えを利用することのよさを感じられるようにする．

② 割合との関連

この授業では，比べる基準が多岐にわたる商店の景品としてのくじ引きという場面を設定し，様々な視点から比べることを通して，割合の考え方にたどり着くように展開していく．比べる対象となる，もとにする量が異なれば，同じ数量でもくらべる量のもつ意味は変わってくる．そのような場面では割合で比べなければならないことに気付き，生徒の損得についての議論は割合を用いてすすめる．後日，その値がくじを引くときの当たりの確率となることを学習するが，本時は不確定な事象についての起こりやすさの程度を，割合を用いて数学的に表現できることに気付かせることをねらっているので，「導入のための導入」として位置付け，「確率」という用語は使わない．

③ 本時の展開

	学習活動	指導上の留意点
導入	T　知っている「くじ」をあげてみましょう． S「宝くじ」「スピードくじ」 S「掃除当番を決めるときのくじ」「あみだくじ」	・「確率」という言葉はあえて取り上げない．後日，日常でも使う言葉であることを確認する．

展開

【課題】　２つの商店 X，Y が，それぞれの店で使える商品券を景品として，はずれくじなしの次のようなくじ引きをしています．どちらかの店で１回くじを引くことができるとき，あなたなら，どちらの店でくじを引きますか．

X 店

等級	１等	２等	３等
景品	1000 円券	500 円券	200 円券
本数	20 本	180 本	600 本

Y 店

等級	１等	２等	３等	４等
景品	2000 円券	1000 円券	150 円券	100 円券
本数	10 本	90 本	500 本	600 本

１，２分自分で考えさせ，最初の意見を挙手で意思表示させる．
Ｓx　X 店にする．（以下，X 店支持生徒をＳx と表す）
Ｓy　Y 店にする．（以下，Y 店支持生徒をＳy と表す）
自分の考えと，その理由をワークシートに記入する．
「選んだ理由を数字を使って説明してください」
４人グループになり，グループ内で自分の意見と理由を発表し，理由を一つ一つ確認する．
Ｓx　・１等の本数が多いから．・３等でも 200 円券がもらえるから．
Ｓy　・１等が 2000 円券だから．・1000 円以上が 100 本もあるから．
Ｓ　合計の本数がわかっていないから入れたほうがいい.
Ｓ　X 店は 800 本．Y 店は 1200 本．
Ｓx　Y 店は 1200 本のうち 600 本も 100 円券になってしまう．
Ｓx　Y 店は３等でも 150 円券だから，200 円以下が 1100 本もある．
Ｓy　1000 円以上が当たるのは，X 店では 20÷800＝1/40．一方，Y 店では 100÷1200＝1/12．
グループとしての中間まとめを，代表者発表する．

・X 店か Y 店かのみで，おおよその人数を記録する．

・総数を意識することにより，比率としての多さが強調される．

各班の発表後，発表の仕方や内容に対して，良かった点を挙げ，疑問に思ったことを質問する．
どの班の発表に説得力があったかアンケートをとり，その後で，理由とともに発表させる．
この発表の中で，総数を求め割合を計算すると正確な比較ができることに気づかせる．
Ｔ　他の班の意見を聞いて，どんなことを調べれば本当に得する店がわかるのか考え，最終決定をしてください．理由を必ず書いてください．
時間に余裕があれば，数名に発表させる．

・理由を必ず，1，2 個言わせるようにする．
・的確な理由が挙げられたら，生徒全体にどの班の発表が良かったか（分かりやすさ，説得力）を尋ね，その班にはもう少し詳しく説明させる．または，他の生徒に質問させる．

Ｓ　割合に直して比較したほうがいい．
Ｓ　各等級の金額が店ごとに違うから，考えにくい．

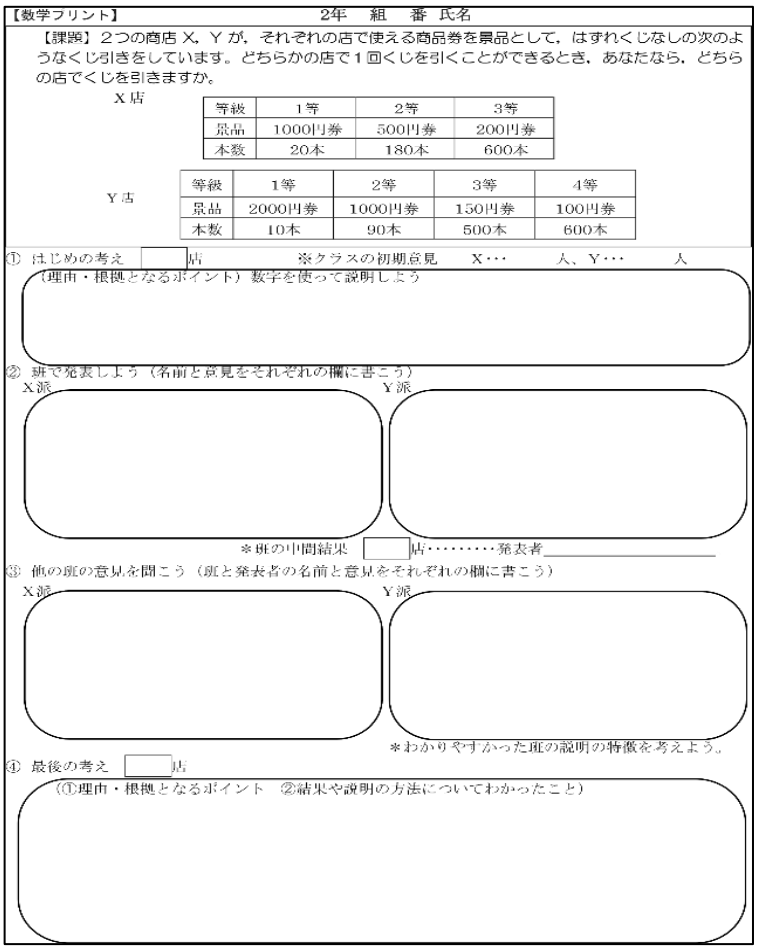
まとめ	T　景品総額という考え方があります．それぞれの店の提供している商品券の合計金額を計算してみましょう． S　X 店は 230000 円，Y 店は 245000 円です． T　それが，X 店は 800 本，Y 店は 1200 本のくじに割り当てられているので，くじ１本あたりの金額は， X 店は　230000÷ 800＝287.5 円 Y 店は　245000÷1200＝204.1 円　となります． S　X 店のほうが得です． T　皆さんは考えるときに，合計本数が違うことに注目できました．合計が違うと比較しにくいものです．そのようなときに，「割合」を用います．小学校で習ってから，％など難しい問題としてときどき登場していますが，このような課題場面でも解決のために役に立つものです．	・結論付けるための視点として紹介する程度とし，深入りはしない． 自分たちが計算したものが割合であり，(くらべる量)／(もとにする量)の計算によって求められる値だということに気付かせる．

実験的な授業からの分析と考察

以下は，都内公立中学校第二学年 134 人に行った授業でのワークシートの分析である．

最初に，自分はどちらを選ぶか，理由も含めてワークシートの①(はじめの考え)に記入させた．その後，グループで討議を行い，そこで決定したグループでの意見を発表，学級全体で共有した．そして他の班の意見をうけ，最終的な個人の考えをワークシートの④(最後の考え)に記入させた．

その結果を着目した根拠と割合を利用しようとする態度をもとに整理したものが表１である．枠内の矢印の左側の数字はワークシートの①に記入した人数，右側の数字はワークシートの④に記入した人数を表している．


【数学プリント】　2年　組　番　氏名

【課題】２つの商店 X，Y が，それぞれの店で使える商品券を景品として，はずれくじなしの次のようなくじ引きをしています。どちらかの店で１回くじを引くことができるとき，あなたなら，どちらの店でくじを引きますか。

X 店

等級	1等	2等	3等
景品	1000円券	500円券	200円券
本数	20本	180本	600本

Y 店

等級	1等	2等	3等	4等
景品	2000円券	1000円券	150円券	100円券
本数	10本	90本	500本	600本

① はじめの考え　　店　　※クラスの初期意見　X･･･　人、Y･･･　人

（理由・根拠となるポイント）数字を使って説明しよう

② 班で発表しよう（名前と意見をそれぞれの欄に書こう）

X派　　Y派

＊班の中間結果　　店･････････発表者＿＿＿＿＿＿＿＿

③ 他の班の意見を聞こう（班と発表者の名前と意見をそれぞれの欄に書こう）

X派　　Y派

＊わかりやすかった班の説明の特徴を考えよう。

④ 最後の考え　　店

（①理由・根拠となるポイント　②結果や説明の方法についてわかったこと）

表１

	a 等級に注目	b 金額に注目	c 全体に注目	計
A 割合を利用	3→7	12→24	0→27	15→58
B 割合を利用しない	13→8	59→34	5→0	77→42
計	16→15	71→58	5→27	

各項目については次のように設定した.

「A 割合を利用」

着目した２つの数量から割合を算出したり，期待値をもとに両店を比較している意見が記入されているものを累計した.

「B 割合を利用しない」

複数の数量を関係づけずに，１つの数量のみを単純に比較している意見が記入されているものを累計した.

「a 等級に注目」

同じ等級の本数を比べたり，等級そのものの数を比較したり，等級を基準に両店を比較している，またはそれを基に割合を算出している意見が記入されているものを累計した.

「b 金額に注目」

あたりくじの最低金額や最高金額，自分で定めた基準以上の金額の本数を比較する等，金額をもとに両店を比較している，またはそれを基に割合を算出している意見が記入されているものを累計した.

「c 全体に注目」

あたりくじの合計の本数や景品総額を基準に両店を比較している，またはそれを基にくじ１本あたりの金額を算出している意見が記入されているものを累計した.

それぞれの項目に分類した代表的な意見を表２に表した.

表２

	a 等級に注目	b 金額に注目	c 全体に注目
A 割合を利用	X 店は 1 等が当たる確率が $\frac{1}{40}$ に対して, Y 店は確率が $\frac{1}{120}$ だから	X 店は 1000 円が当たる確率が $\frac{1}{40}$ に対して, Y 店は確率が $\frac{3}{40}$ だから	１本あたりの値段が X 店は約 287 円で，Y 店は約 204 円だから
B 割合を利用しない	1 等と 2 等の本数の合計は X 店が 200 本で, Y 店は 100 本だから	1000 円以上が X 店が 20 本で Y 店が 100 本だから	あたりくじの景品総額は X 店が 230000 円で Y 店が 245000 円だから

まず，初めに個人の考えを記入したワークシートの①について分析していく．①では「B 割合を利用しない」の「b 金額に注目」が 59 人で最多数であった．また，a・b・c の項目の総計に注目すると，a が 16 人，b が 71 人，c が 5 人と，金額について比較している生徒がほとんどだった．当たりが商品券という場面設定では，金額を重要視して比較する様子がうかがえた．また，A・B の項目の総計に注目すると，A が 15 人，B が 77 人と，ほとんどの生徒が具体的な数値を用いて比較しようとしているが，母数の異なるくじであっても，単純に本数や金額を比較し，割合を用いないで試行錯誤している様子がうかがえた.

表１に含まれていないが，白紙や「夢がありそう」「第六感」等，直感的な意見のような数学的な考えを用いて比較を行っていない生徒が①では 42 人いた.

①での傾向をまとめると，２店のくじは，母数が異なるくじであるにもかかわらず，どちらが得かを比較をするときに，割合を用いて比較する生徒は 134 人中 15 人(約 11%)しかいなかった．大多数の生徒は，単純にある金額の本数だけに注目し，くじを選んでいた.

次に，グループで討議を行い，グループごとの考えを共有した後に，個人の意見を記入したワークシートの④について分析した．④でも「B 割合を利用しない」の「b 金額に注目」が 34 人で最多数であった．また，a・b・c の項目の総計に注目しても，a が 15 人，b が 58 人，c が 27 人と，金額について比較している生徒が多かった．しかし，Ａ・Ｂの項目の総計に注目すると，Ａが 58 人，Ｂが 42 人と，具体的に割合を数で表し，その数をもとに比較しようとしている生徒が一番多かった．

特に「A 割合を利用」の「c 全体に注目」に分類される意見は①では 0 人であったのに対し，④では 27 人になっている．ここに分類される意見は期待値の計算をして，その数をもとに両店を比較している意見であり，個人の考えだけでは出し得なかったものが，討議を行うことによって出てきたものである．

また，表１に含まれていないが「くじを引かない」という意見や白紙等,「難しい話をするくらいならやりたくない考えることが嫌だ」となってしまった生徒が④では 34 人いた．①のときに，基準となる数量がなく直感で判断していた生徒は，④のときには大多数がこの中に分類されている．

④での傾向をまとめると，友人の意見を聞いたり，グループでよりよい比較方法を模索したりする中で，割合を利用することに価値を感じ，割合を用いてくじの比較をする生徒が増えた．また，期待値を用いるグループの説明を聞き，くじ１本あたりの価値である期待値に説得力を感じ，それを利用しようとする生徒も増えた．一方で，①のときに直感で店を選択していた生徒は，店の選び方を悩み考えること自体に抵抗を示していたが，④のときであっても割合を利用しようとする態度をみせない生徒が 34 人もいた．

この実験的な授業を通して，はじめ割合を利用しないで課題解決しようとしていた生徒が，割合を用いた説明を聞いたり，グループとして割合を用いて考えてみたりする中で，課題解決に割合を利用することに価値を感じ，割合を利用しようとする態度を育むことができた．また割合の基本的な考え方を，課題解決に利用していく中で，再確認することができた．さらに，対話的な学びの場面では，人に考えを説明するときに，説得力をもたせるようにするために，割合が利用できるということを生徒は学ぶことができた．

１回の授業の中で，生徒の「割合を利用しよう」とする態度にこれだけの変容があった．中学校での数学の学習においては, 割合を課題解決に利用する場面を適宜設定することが, 生徒がすすんで「割合を利用しよう」とする態度を育むことに有効的であることが分かった．

２　本年度の研究

(1)　研究の動機

昨年度の研究では，割合の意味を知る活動・割合を利用する活動の場面を設定した実験的な授業を行った後，授業を通して生徒がどの程度割合の利用価値を感じとれるかを分析し，考察を行った．そこでは，割合を利用して課題解決しようとした生徒が，はじめ 11%だったのが，友人の意見を聞いたり，グループでよりよい比較方法を模索したりする中で，割合を利用することに価値を感じ，割合を用いて比較をする生徒が 43%に増えた．一方で，そのような学習経験があっても，割合を利用しようとする態度をみせない生徒が 57%もいた．

その結果から，そもそも割合の概念ともいえる「１にあたる大きさ」の理解不足により，割合を利用することができない生徒が多くいるのではないかと考えた．そこで,「１にあたる大きさ」を求めるために，除法が用いられることの理解が不十分であるという算数教育の報告を受けて，中学校から本

格的に導入される文字を使って表した量について，その「１にあたる大きさ」をどの程度的確に表せるかを探ること，また，割合で表された量について，その大きさをどの程度認識できるかの量感のあり様について探るために，実態調査をおこなった．調査問題を作成するにあたり，まず,『教育課程実施状況に関する総合的調査研究調査報告書－小学校－算数』(平成９年)と全国学力・学習状況調査（平成２２・２５・２９年度）の結果を参考にした．

(2)　調査問題と考察

算数教育の先行研究として,『教育課程実施状況に関する総合的調査研究調査報告書－小学校－算数』(平成９年)では，当時「分数のわり算は難しい，だから中学校へ」という議論がある中で，次のような調査問題についての報告がある．

「水そうに水を入れています．$\frac{2}{3}$ 分間に $\frac{5}{6}$ Ｌの水が入ります．同じ割合で水を入れていくと，

１分間では何Ｌの水が入りますか．答えを求める式を□の中に書きましょう」

この問題に対する立式の正解率は 27.2％であり,「分数のわり算は中学校へ」という根拠にされた．

（一方で，$\frac{2}{7}\div\frac{3}{4}$ という計算の正答率は 89.7％もあり，中学校への移行は見送られた.）

この問題は文章中に出てくる数の順序と立式における数の順序が逆転していて，これが正答率を下げている一因とも言える．実際，文章中に出てきた順に $\frac{2}{3}\div\frac{5}{6}$ とした回答は 20.1％である．この誤答は，演算を除法ではなく乗法とした回答 18.1％と並んで代表的な誤答である．なお，正答率は 27.2％だが，$\frac{5}{6}\div\frac{2}{3}$ とした回答は 24.0％であり，$\frac{5}{6}\div2\times3$ などとした正答が 3.2％であった．したがって，分数の除法として立式した回答(正答と誤答)だけを示すと，次のようになる．

$\frac{5}{6}\div\frac{2}{3}$ (正答)　24.0％　　$\frac{2}{3}\div\frac{5}{6}$ (誤答)　20.1％

これらの合計は 44.1％である．つまり，44.1％の子どもたちは，立式が分数の除法となることは認識しているのである. 問題において, 被除数を先に書いて,「$\frac{5}{6}$ Ｌの水を入れるのに$\frac{2}{3}$ 分かかります．１分間では？」と素直に聞いたら，正答率は 44％くらいになったと推測される．

この調査結果から言えることは，立式が除法であることを承知していながら，どちらを除数とすべきかの判断が的確にできない実態があるといえる．

つづいて全国学力・学習状況調査では「８ｍの重さが４kg の棒があります．この棒の１ｍの重さは何 kg ですか」（平成２２年度 小学校 算数）という問題の正答率が 54.1%であったのに対し,「aｍの重さが b g の針金があります．この針金の１ｍの重さは何ｇですか」（平成２５年度 中学校 数学）という問題の正答率が 33.7%であった．（平成 22 年度の小学６年生と平成 25 年度の中学 3 年生は同年代の生徒にあたる．つまり，追跡調査のような形になっている.）このことから,「１にあたる大きさ」の理解不足に加え，文字を用いて式にすることに躓きがあるのではないかと考えた．しかし,「５ｍの重さが a g の針金があります．この針金の１ｍあたりの重さは何ｇですか」（平成２９年度 中学校 数学）という問題の正答率が 57.4%であった．このことから，文字を用いて式にすることが苦手なのではなく，除数が文字の場合は「１にあたる大きさ」がイメージしづらくなるのではないかと感じた．

そこで，今回は

① 文字で割る場合と数で割る場合の２つの問題で，正答率に差がでるのかどうか

② 除数と被除数の順番を変えた２つの問題で，正答率に差がでるのかどうか

を調べるため，次の 問題A と 問題B を作成し，都内の中学生第２学年５２４人を対象に調査を行った．調査結果の集計表も合わせて載せておく．

問題A

１．長さ$30m$で重さakgのはりがねがあります．このはりがね$1kg$あたりの長さは何mですか．

ア：$30a$　　イ：$\frac{a}{30}$　　ウ：$\frac{30}{a}$

２．aリットルで500円のガソリンがあります．このガソリン1リットルあたりの代金は何円ですか．

ア：$500a$　　イ：$\frac{a}{500}$　　ウ：$\frac{500}{a}$

問題B

１．長さ$30m$で重さakgのはりがねがあります．このはりがね$1m$あたりの重さは何kgですか．

ア：$30a$　　イ：$\frac{a}{30}$　　ウ：$\frac{30}{a}$

２．aリットルで500円のガソリンがあります．1円あたりのガソリンの量は何リットルですか．

ア：$500a$　　イ：$\frac{a}{500}$　　ウ：$\frac{500}{a}$

問題A

2＼1	ア：$30a$	イ：$\frac{a}{30}$	ウ：$\frac{30}{a}$	計
ア：$500a$	１０(4%)	６　(2%)	１７　(7%)	３３　(13%)
イ：$\frac{a}{500}$	４　(2%)	１０(4%)	４３　(17%)	５７　(23%)
ウ：$\frac{500}{a}$	８　(3%)	５７(23%)	９８　(39%)	１６３(64%)
計	２２(7%)	７３(29%)	１５８(62%)	２５３

問題B

2＼1	ア：$30a$	イ：$\frac{a}{30}$	ウ：$\frac{30}{a}$	計
ア：$500a$	５　(2%)	８　(3%)	４　(1%)	１７　(6%)
イ：$\frac{a}{500}$	１４(5%)	８４　(31%)	６３(23%)	１６１(59%)
ウ：$\frac{500}{a}$	６　(2%)	５２　(19%)	３５(13%)	９３　(34%)
計	２５(7%)	１４４(53%)	１０２(38%)	２７１

まず，予想していた「文字で割る」ことへの抵抗感があるかどうかに注目してみる．問題Ａは１・２も共に文字で割る方が正答で，問題Ｂは１・２ともに数で割る方が正答である．すると，問題Ａの１・２どちらも正答した割合が 39%に対して，問題Ｂの１・２どちらも正答した割合は 31%であった．この結果から，文字で割ることに躓きがあるとはいえないことが分かった．中学校第１学年で学習する，反比例の式も数を文字で割ることから，そこまでの抵抗感はないのかもしれない．

次に，除法で割合を表そうとしたときに，どちらを除数とすべきなのか，というところに躓きがあるかに注目してみる．問題Ａでは１・２どちらも正答は「文字で割る」であるが，１は問題の前の方に被除数があり，２は問題の前の方に除数がある．１のみの正答率は 62%で，２のみの正答率は 64%である．このことから，どちらが除数なのかを判断できる人数は，割合の数値としては差がないようにみえる．しかし，被除数と除数を逆にした選択肢の数の割合にも注目したい．１では 29%，２では 23%の生徒が，被除数と除数を逆にした選択肢を選んでいる．これらの生徒が概ね同じ生徒達であれば，差がないと言えそうであるが，両方正答している割合が 39%であることから，片方は正答したが他方は不正解だった生徒が多くいることが分かる．

問題Ｂでも分析してみる．問題Ｂは問題Ａとは逆で，１は問題の前の方に除数があり，２は問題の前の方に被除数がある．ここでは，１のみの正答率は 53%で，２のみの正答率は 59%である．また，被除数と除数を逆にした選択肢の数の割合にも注目すると，１では 38%，２では 34%の生徒が，被除数と除数を逆にした選択肢を選んでいる．前述の通り，両方正答した生徒は 31%であるので，問題Ｂでも一方は正解で，他方は不正解という生徒が多くいることが分かる．

除法で割合を表そうとした生徒は問題Ａでは１・２ともに約 90%，問題Ｂでも１・２ともに約 90%いるのにも関わらず，両方正答している生徒が約 30%～40%にとどまっていることから，少なくも一つの躓きとして，除数と被除数の判断がつかないということが言えそうである．

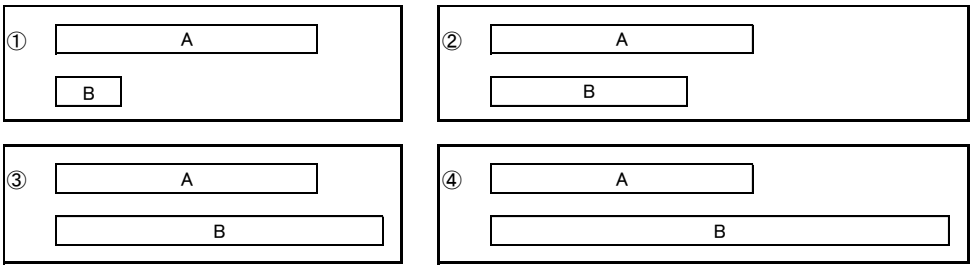
なお，『教育課程実施状況に関する総合的調査研究調査報告書―小学校―算数』の調査では，正答と誤答を含む除法を用いた解答が 44.1%だったのに対し，今回は約 90%であった．中学校段階では「１にあたる大きさ」を求めるために除法を用いることは定着している．ただし，今回は立式させる問題ではなく，選択する問題であったことから，本当に約 90%の生徒が除法を用いて立式できるかは不明である．

次に，割合で表された量についての量感を，どの程度感じているのかを調査するために，次のような問題Ｃを作成し，調査を行った．

問題C

AとBの２本のテープがあります．Aのテープの長さはχmです．Bのテープの長さは，Aのテープの長さの$\frac{3}{4}$にあたります．Bのテープの長さを求める式として正しいものを，次のア～エの中から１つ選び○をしなさい．また，AとBのテープの関係を図に正しく表しているものを，①～④ の中から１つ選び○をしなさい．

ア：$\chi+\frac{3}{4}$　　イ：$\chi-\frac{3}{4}$　　ウ：$\chi\times\frac{3}{4}$　　エ：$\chi\div\frac{3}{4}$



まず，図の方では①が10%，②が72%，③が3%，④が3%，無回答が13%であった．つまり「Bの長さはAの長さよりも短い」と感じている生徒は82%で，「Bの長さはAの長さよりも長い」と感じている生徒は6%であった．このことから，ほとんどの生徒が「Bの長さはAの長さよりも短い」ということは理解できていると考えられる．

では，その量感を表すために立式できるかどうかを探っていく．図の方で正答である②を選んだ生徒に限定し，立式の回答集計を示すと，アが1%，イが18%，ウが71%，エが10%という結果になった．正答が 71%と，割合を用いて表すことに関してはある程度できていることが分かった．しかし，ここで注目したいのが，イやエを選んだ生徒の数である．イやエを選んだ生徒は合わせて28%もいる．この生徒達は全て「Bの長さがAの長さよりも短い」ことは理解している生徒である．その量感を式で表すために，なぜこれだけの生徒がイやエを選んだのだろうか．イを選んだ生徒は「短い」を表すためには「減法」というイメージを強くもっていると考えられる．つまり，引き算をすれば必ずもとの量より短く（小さく）なるというイメージが，強くあるのだと考えられる．また，エについても同様に，被除数は割られる前より割られた後の方が必ず短く（小さく）なるという考えが根底にあるように考えられる．

問題Cではほとんどの生徒が「Bの長さはAの長さよりも短い」というイメージを持っているが，図も式も正答できたのは全体の53%しかいない．そのことから，割合で表された量についての量感は，概ね正しく捉えているものの，立式になると誤答が多くなることが分かった．

今回この分析で分かったことは，

①割合を表すために除法を用いることは，多くの生徒が理解をしている．しかし，どちらが除数・被除数なのかの判断に躓きがあるということ

②割合についての図から読み取れる量感は，どの程度増えるか減るかという視点では，多くの生徒が正しく捉えている．しかし，それを式で表現することに難しさがあるということ

である．また，これらのことは，小学校算数のときから続いていることであり，中学校数学でどのように復習を行いながら，中学校で扱うような抽象的な割合の理解を促していくかが，これから検討すべきことであると感じた．

3　おわりに

今回は，中学校における「割合」の指導を行うために「１にあたる大きさ」の理解と割合による量感の実態調査を行った．実態調査の結果から文章を読み取り，立式をする際に立式が除法であることは理解できていることがわかった．しかし，どちらを除数とすべきかの判断ができていないことが明らかとなった. また, 割合で表された量についての量感は, 図では正しく捉えることができているが, 式で表すことに難しさがあることがわかった.

１mあたりの重さ，１円あたりの量，１kg あたりの長さ，１リットルあたりの代金のような,「１にあたる大きさ」を求めることは，小学校段階のみならず，中学校段階でも定着できていない.「１にあたる大きさ」を求める意味，つまり，割り算の結果とは除数が１の場合の被除数の大きさを表していることの理解が大きく欠如しているといえる．今後は，割合の再学習の一観点としてこれを定め，教材や適切な学習場面の設定について引き続き研究を進めていこうとする.

【参考文献・引用文献】

- 筑波大学附属小学校算数研究部 企画・編集(2012)「算数授業論究 Ⅲ」2012（平成 24）年; 特集 ～「割合」に強くなる～,『算数授業研究』VOL.83, 東洋館出版社
- 筑波大学附属小学校算数研究部 企画・編集(2013)「算数授業論究 Ⅴ」2013（平成 25）年;特集 ～ わり算の本質～,『算数授業研究』VOL.89, 東洋館出版社
- 尾崎正彦(2013)『算数 special まるごと割合の指導』教育技術 MOOK COMPACT64, 小学館
- 永田潤一郎(2012)『数学的活動をつくる』東洋館出版社
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2013a)「中学校における「割合」の指導について」, 平成 24 年度 第 50 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2013b)「中学校における「割合」の指導について」, 第 95 回 全国算数・数学教育研究(山梨)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2014a)「中学校における「割合」の指導について」, 平成 25 年度 第 51 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2014b)「中学校における「割合」の指導について ～割合の見方・考え方を育むことを目指した、第 1 学年「おうぎ形」の計量指導～」, 第 96 回 全国算数・数学教育研究(鳥取)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2015a)「中学校における「割合」の指導について ～割合の見方・考え方を育むことを目指した、第 1 学年「おうぎ形」の学習～」, 平成 26 年度 第 52 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2015b)「中学校における「割合」の指導について ～割合の見方・考え方を育むことを目指した、第 1 学年「おうぎ形」の学習～」, 第 97 回 全国算数・数学教育研究(北海道)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2016)「中学校における「割合」の指導について ～第 1 学年「おうぎ形」の学習を教科書の紙面から考える～」, 第 98 回 全国算数・数学教育研究(岐阜)大会 中学校「図形①」分科会 当日発表資料
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2017a)「中学校における「割合」の指導について ～第 2 学年「確率」の学習を、指導案検討を通して考える～」, 平成 27 年度 第 53 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2017b)「中学校における「割合」の指導について ～第 2 学年「確率」の学習を、指導案検討を通して考える～」, 平成 28 年度 第 54 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2018)「中学校における「割合」の指導について ～第 2 学年「確率」における生徒の思考についての分析を通して考える～」, 平成 29 年度 第 55 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録

平成 30 年度　東京都中学校数学教育研究会　　研究部　教育課程委員会

浅尾　博之（大田区教育委員会）	宇田川裕規（武蔵野市立第一中）	奥秋　直人（豊島区立西池袋中）
緒環　吾郎（豊島区立西池袋中）	小林　和明（大田区立大森第八中）	諏佐　佳典（大田区立羽田中）
鈴木　明　（江戸川区立松江第四中）	高井　洋美（板橋区立志村第二中）	戸﨑　大和（大田区立馬込中）
長山　靖　（品川区立荏原平塚学園）	延本　直子（府中市立府中第二中）	蓮沼　喜春（府中市教育委員会）
前田　利江（台東区立駒形中）	松本　健児（豊島区立西池袋中）	三田　哲也（豊島区立千川中）
宮本　泰雄（大田区立東調布中）	元木　靖則（武蔵野市教育委員会）	山内　博人（都立小石川中等教育）
山根　浩孝（練馬区立石神井中）		
＜研究協力者＞	倉次　秀夫（青山学院高等部）	鈴木　裕　（元東京学芸大附竹早中）
	羽住　邦男（電気通信大学）	傍士　輝彦（東京学芸大附世田谷中）