第２学年　関数の利用における指導法の改善

～ ICT を活用した「２点の往復運動の課題」を通して ～

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

１．研究のねらい ……１ページ
２．本研究の内容
（１）ICT の活用について……１ページ
（２）本時について……１～２１ページ
①本時の課題と授業の構想
②本時の GeoGebra について
③本時の GC について
④本時の指導案
⑤授業記録と研究協議
⑥改訂指導案
３．今後の課題 ……２１ページ
引用・参考文献 ……２２ページ

１．研究のねらい

本委員会では，これまで関数における速さの指導について，速さを「向きをもつ速さ」として捉え，速さの概念とその理解を深める指導について研究を行ってきた。そして昨年度，中３の関数の利用においてリレーのバトンパス問題を扱い，ＩＣＴ機器（タブレット端末上で動的数学ソフトウェア GeoGebra を用いた）を活用して解決する指導案を作成し，研究授業や指導前後の生徒の実態の変容を調査し，この指導の妥当性を明らかにした。

本年度は，昨年度の研究を省み，ＩＣＴ機器を活用して課題を視覚化させたり，問題解決の道具として使ったりすることに焦点を当て，本委員会がこれまで作成した各学年の「関数の利用」の指導を見直すことにした。ＩＣＴ機器の活用に視点をおき指導改善をねらいとし，本年度は中２における指導を見直し，研究授業を通して，その指導の妥当性を明らかにする。

２．本研究の内容

（１）ＩＣＴの活用について

本研究は，第２学年の指導計画における，正方形の辺上を２点が往復運動することでできる図形を考える課題において，ICT の活用を視点におき指導改善を行うものである。

ここで，ICT とはモニターおよびタブレット端末をさす。本研究では，動的数学ソフトウェア GeoGebra，そして，GC(愛知教育大学飯島康之先生 GC/html5)の２つのソフトウェアを用いてコンテンツを作成した。

ICT の活用の場面として，次の２つの視点で教材の再考をした。

ア　GeoGebra で作成したコンテンツを教師が全体への教材提示，課題の把握場面で，２点の動きを観察し，その動きによってできる図形を生徒に予想させるために活用すること。

イ　GC で作成したコンテンツを用いて，タブレット端末上で，条件に合う２点を生徒が操作し，できる図形とその時間を見出すことに活用することを想定した。

本時の指導において，指導場面によって２つのソフトウェアを用いるコンテンツを変えた意図は，次の通りである。

・GeoGebra で作成したコンテンツでは，４点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれた図形が，どのような形になるのかを考えるために，Ｐ，Ｑの２点を自動で動かすことができ，その様子を全体のモニターに表示することにより，教師が操作に集中することなく，指導がしやすくなることや，視覚的に観察することで，できる図形を発見することができるため。

・タブレット端末上では，GC で作成したコンテンツを利用させることで，興味関心を高め，タブレット端末を媒介として，2 人から 4 人の班での話し合いを活発にすることに加えて，GC で作成したコンテンツでは，用意した方眼の利用が生徒の思考の助けとすることができるため。

（２）本時について

① 本時の課題と授業の構想

第２学年の指導計画（全１６時）における「関数の利用の指導」は，以下に示す通りである。

第１２時　正方形を積み上げていく課題

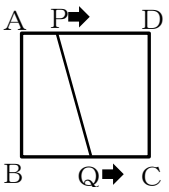
第１５時　エアロバイクの課題

第１６時　２点の往復運動の課題

本研究は，第１６時についての研究である。第１６時の課題場面は以下の通りである。

課題場面

1 辺が 30cm の正方形 ABCD があり，2 点 P，Q は辺 AD，BC 上をそれぞれ動く。2 点 P,Q はそれぞれ頂点 A,B を同時に出発し，P は毎秒 2 ㎝の速さで辺 AD 間を，Q は毎秒 3 ㎝の速さで辺 BC 間を繰り返し往復する。2 点 P，Q が出発してから 1 分間に 4 点 A，B，Q，P で囲まれた図形は，どんな形になるでしょうか。



課題の特徴は，点Ｐ，Ｑの動きを把握し，多角形ＡＢＱＰの形の変化をとらえるにはグラフを有効であることを実感させる課題である。指導の流れとして，グラフを利用して点Ｐ，Ｑの動きをとらえさせ，表，グラフ，式を相互に関連付けて問題解決させるものである。

本研究では，点Ｐ，Ｑが出発してから１分間の動きを提示し，４点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐに囲まれる図形を考えさせた後，次の課題を考えさせた。

課題

2 点 P，Q が出発してから 1 分間に，4 点 A，B，Q，P で囲まれる図形が直角三角形になるのは何回ありますか。

回数を考えさせる際に，グループで表を作成して考えた。その表をもとにして，グラフを作成して直角三角形になるのが何回あるかを確認させ，グラフを用いて考えさせることの有用性を実感させる。

② 本時の GeoGebra のコンテンツについて

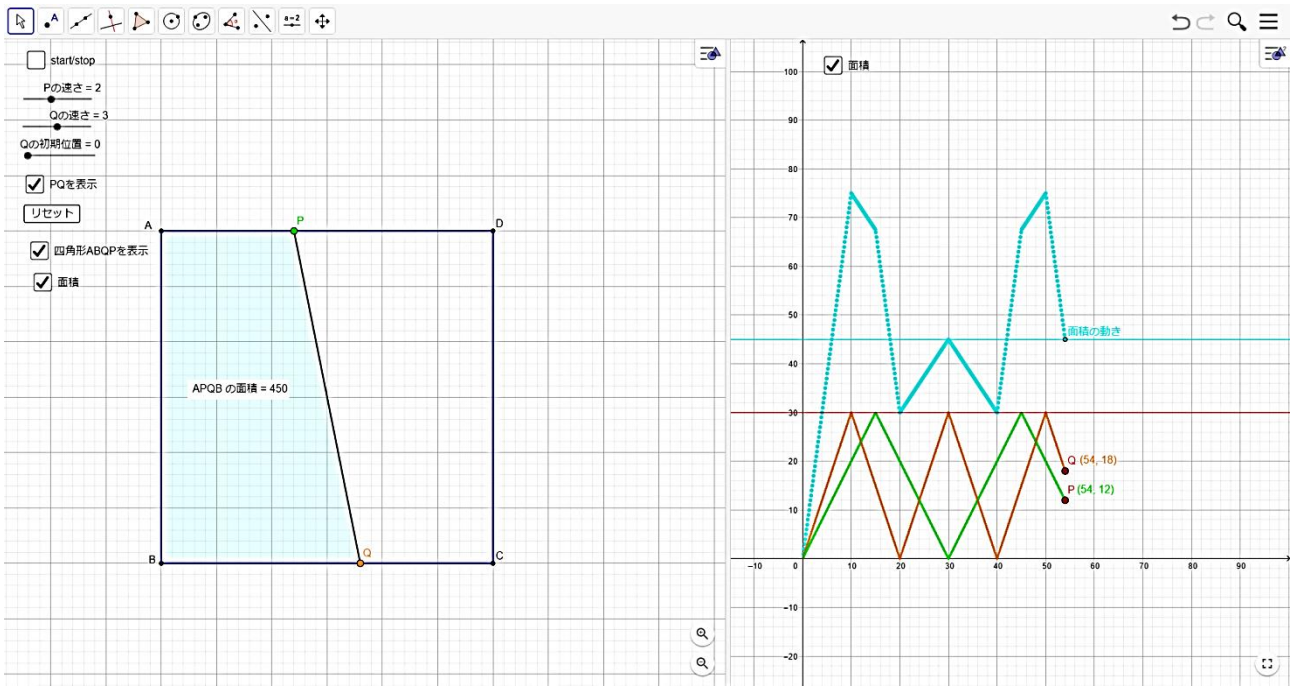
GeoGebra で作成したコンテンツの特徴は，画面の左上にある「start/stop」のチェックボックスにチェックを入れることで，２点Ｐ，Ｑを自動で動かすことができるものである。また，左の正方形の図形の画面の２点の動きに合わせて，右の画面に対応するグラフを表示することができるようにした。そして，このコンテンツでは２点を動かす際，左の正方形の図形の画面と右のグラフの画面について，次のことを設定ができる仕様にした。

<u>左の正方形の図形の画面</u>

- ２点Ｐ，Ｑの速さの設定
- 点Ｑの初期位置の設定
- 線分ＰＱの表示の設定
- ４点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐに囲まれる図形の表示および面積の値の表示の設定

<u>右のグラフの画面</u>

- ４点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐに囲まれる図形の面積のグラフの表示有無の設定



このコンテンツを教師がモニターに投影し，課題提示およびグラフの確認に使用した。課題提示の際には，設定を２点Ｐ，Ｑの速さをそれぞれ毎秒２㎝，毎秒３㎝にし，点Ｑの初期位置を０として，線分ＰＱの表示のみ設定して生徒に提示した。

右の画面の対応するグラフについては，グループで作成した表からグラフを作成した後に，全体の確認のために表示をした。

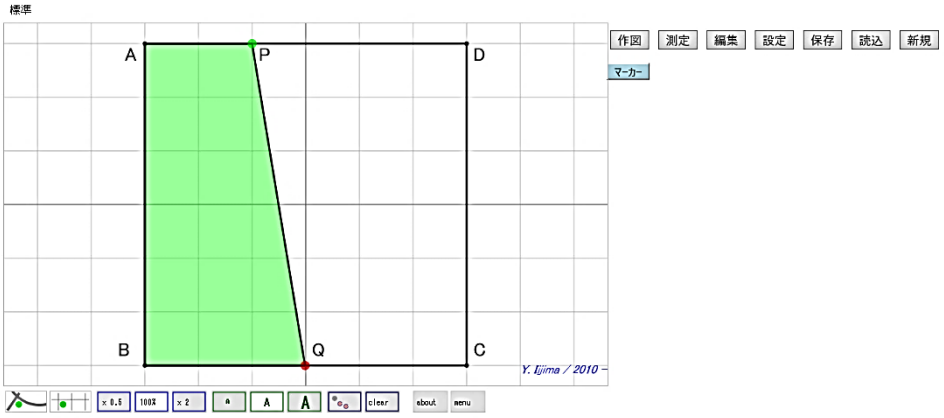
③ 本時の GC のコンテンツについて

GC とは愛知教育大学・飯島康之先生が開発した作図ツール（動的幾何ソフト）Geometric Constructor の略である。この GC は，ソフトとして使用できるホームページであり，ブラウザから

アクセスするだけで利用できるものである。

本研究では，飯島先生の協力のもと GC で作成したコンテンツを用意した。このコンテンツでは，タブレット上で生徒が２点Ｐ，Ｑを表す点を触れることによって操作することができる。本研究では，グループ活動に活用をしたり，全体での共有をしたりする場面において，モニターに映したこのコンテンツで操作をしながら説明させる活動に用いた。

この GC で作成したコンテンツの特徴は，２点Ｐ，Ｑをそれぞれ動かす際に，図の方眼に沿って，５㎝の間隔を目安に動かせる仕様にしたことである。GeoGebra で作成したコンテンツもタブレット上で操作可能であり，方眼もあるが，２点Ｐ，Ｑを動かす際の操作では，GC で作成したコンテンツの方が GeoGebra で作成したコンテンツよりも方眼を利用して操作することがしやすい。そのため，この GC で作成したコンテンツで生徒に操作させる方が，本研究では４点に囲まれた図形を考える際や表をかく活動の際に，タブレット上でのコンテンツの操作のしやすさから生徒の思考のしやすさにつながると判断し，GC で作成したコンテンツを生徒のグループ活動では用いることとした。



④ 本時の指導案

①授業実施

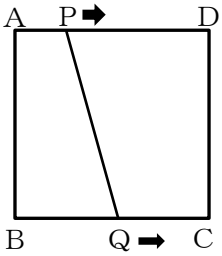
対　象：足立区立千寿青葉中学校　3 年 1 組

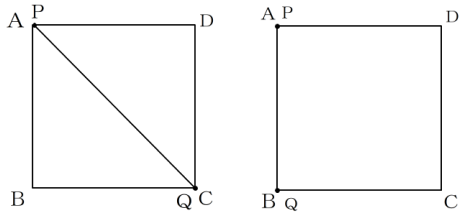
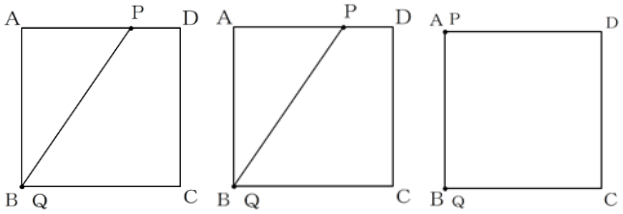
実施日：令和 2 年 1 月 30 日（木）第 6 校時（14:25～15:15）

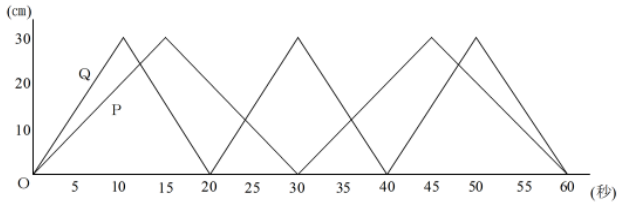
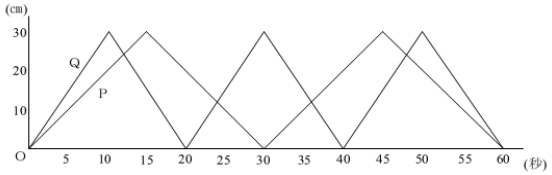
授業者：足立区立千寿青葉中学校　山本　恵悟

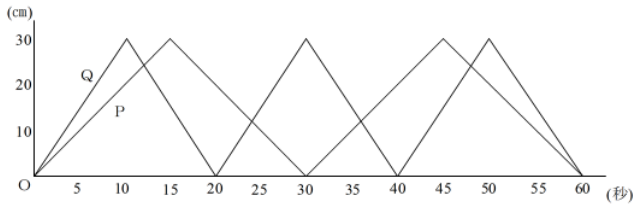
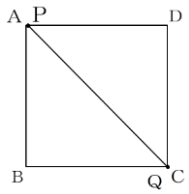
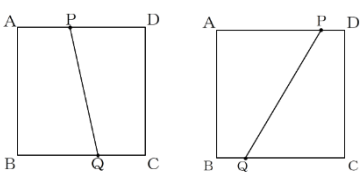
②指導案

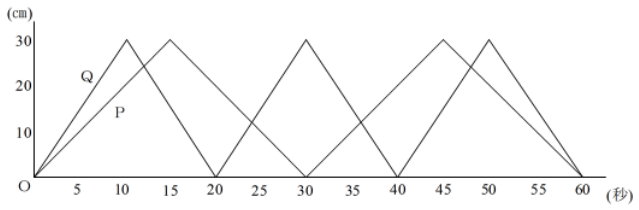
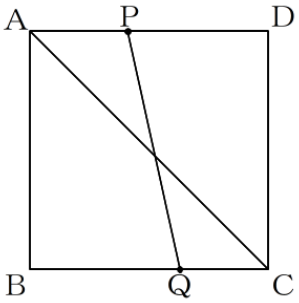
本時のねらい：具体的な事象から関数関係を見いだし，表，グラフ，式を利用し，課題を解決する。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する (3 分)	課題場面 右の図は，1 辺が 30 ㎝の正方形ＡＢＣＤである。 辺ＡＤ上を動く点Ｐ，辺ＢＣ上を動く点Ｑがある。2 点Ｐ，Ｑはそれぞれ頂点Ａ，Ｂを同時に出発し，Ｐは毎秒 2 ㎝の速さでＡＤ間を，Ｑは毎秒 3 ㎝の速さでＢＣ間を繰り返し往復する。 	・課題場面の印刷したワークシートを配付する。 ・課題を提示し，2 点Ｐ，Ｑの動き方を生徒に質問し確認する。
2 点が動くときの図形を観察する (5 分)	(1) 2 点Ｐ，Ｑが出発してから 1 分間に，4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれる図形の形は，どんな形になりますか。 S_1　台形　　S_2　長方形　　S_3　正方形 S_4　三角形　　S_5　直角三角形 S_6 直角二等辺三角形	・教師用タブレットの GeoGebra で作成したコンテンツをモニターに映し出し，正方形の辺上にある 2 点Ｐ，Ｑの動きを観察させて予想させる。(このコンテンツは，2 点が自動に動くものである。)
めあてを確認する(2 分)	めあて　2 点Ｐ，Ｑが出発してから 1 分間に，4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれた図形について考えよう。	
課題場面を把握する	課題 2 点Ｐ，Ｑが出発してから 1 分間に，4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれる図形が直角三角形になるのは何回ありますか。	
図形が直角三角形になる場合を観察する (5 分)	(2) 4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれる図形が直角三角形になるのは何回ありますか。 S_7　点を動かしてみると，3 回あります。	・(1)で見せたコンテンツを再度見せ，観察させる。
図形が直角三角形になる回数の求め方の見通しをもつ (5 分)	(3) 図形が直角三角形になるのが 3 回あることをどのように求められそうですか。 S_8　x 秒間にＰは $2x$ ㎝，Ｑは $3x$ ㎝動くとして，方程式をつくって求める。	・考え方を問う。 ・答えまで導き出せないような発言も受け止める。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
図形が直角三角形になる場合を考える 【グループ→一斉】 (15 分)	S9　四角形でなく直角三角形になるのは，点ＰがＡと重なるときか，点ＱがＢと重なるときです。点Ｐ，Ｑが点Ａ，Ｂを出発して戻るまでの時間を計算する。 点Ｐ…60÷2＝30 なので，30 秒，60 秒  30 秒　　60 秒 点Ｑ…60÷3＝20 なので，20 秒，40 秒，60 秒  20 秒　　40 秒　　60 秒 60 秒は線分になるので，20，30，40 秒の 3 回。 S10　何秒のとき点 P と Q がどの位置にあるかわかるような表を書いて求める。 S11　グラフをかいて求める。 (4) 点Ｐ，Ｑが頂点Ａ，Ｂを出発して x 秒後のＡＰ，ＢＱの関係を表す表を書いて，点ＰとＱの位置を調べ，3 回かを確かめよう。 S12　2 つの表をかく。 時間(秒)　0　5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 ＡＰ(cm)　0 10 20 30 20 10　0 10 20 30 20 10　0 時間(秒)　0　5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 ＢＱ(cm)　0 15 30 15　0 15 30 15　0 15 30 15　0 直角三角形になるのは，ＡＰかＢＱの値のどちらかが 0 になるのは，20，30，40 秒の 3 回。 ＡＰ＝ＢＱ＝0 は線分になるので，除く。	・「直角三角形になるのは，点ＰがＡと重なるときか，点ＱがＢと重なるとき」の考えが出ないときは，教師が 30 秒の図を示しながら説明する。 ・生徒の反応がない場合は，「今日は，関数を利用して考えてほしい。どのように求めますか。」と問い，S10，S11 のような発言を引き出す。 ・時間 x 秒にともなう y を何にするか考えさせてもよい。そのときは，何秒のときに点ＰとＱがどの位置にいるかを考えるから，時間を x，点ＡやＢからの位置つまりＡＰやＢＱを y とするよう考えさせる。 ・3～4 人に 1 台のタブレットを配付し，図の 2 点Ｐ，Ｑが動かして考える。(コンテンツは，ＧＣで作成されたもので，生徒が 2 点を自由に動かすことができるものである。)

	S13　1つの表をかく。 時間(秒) 0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 ＡＰ(cm) 0 10 20 30 20 10 0 10 20 30 20 10 0 ＢＱ(cm) 0 15 30 15 0 15 30 15 0 15 30 15 0 直角三角形になるのは，ＡＰかＢＱの値のどちらかが0になるのは，20，30，40秒の3回。 ＡＰ＝ＢＱ＝0は線分になるので，除く。 S14　2つの表をかく。 時間(秒) 0 10 20 30 40 50 60 ＡＰ(cm) 0 20 20 0 20 20 0 時間(秒) 0 10 20 30 40 50 60 ＢＱ(cm) 0 30 0 30 0 30 0 直角三角形になるのは，ＡＰかＢＱの値のどちらかが0になるのは，20，30，40秒の3回。 ＡＰ＝ＢＱ＝0は線分になるので，除く。 S15　グラフをかく。  ＡＰ＝0かＢＱ＝0になるときだから，20，30，40秒の3回。	・表をかくとき，xの値を「0，1，2，…，60」と書いてもよいが，表が長くなってしまうので，「0，5，10，…，55，60」や「0，10，20，…，60」などのように決めさせてもよい。なお，「0，10，20，…，60」のように大雑把なときには長方形になるときが読み取りにくいことに気づかせる。 ・表を見て，どのようなときに直角三角形になるかを見通せないグループにはタブレットを操作し，点ＰかＱが頂点にくるときだから，それは何秒のときかに気づかせる。 ・グラフで考えようとする生徒やグループには，座標軸，目盛りが書かれた方眼紙を配付する。 ・全員に方眼紙を配付し，グラフもかかせる。
図形が直角三角形以外になるのはいつかをグラフで考える (10分)	(5) グラフを見て，いつ直角三角形以外の形になるかわかりますか。 S16　たとえば10秒のとき，台形です。 S17　長方形になるのは，ＡＰ＝ＢＱになるときだから，点Ｐと点Ｑのグラフが交わっている4回です。  (6) 点Ｐが出発してから，図形が初めて長方形になるのは何秒後ですか。 S18　グラフを見て，だいたい12秒後です。 S19　Ｐのグラフは$y=2x$, Ｑのグラフは$y=-3x+60$ なので，連立方程式として解いて，$x=12$となり，12秒後である。	・理由を問い，形とＰ，Ｑの位置を確認する。 ・長方形になるのがいつかわからないときは，ＡＰ，ＢＱがどのような関係になるときかを考えさせる。また，ＡＰ＝ＢＱになるのはグラフではどこかを問う。 ・$10 \leqq x \leqq 20$のときの点Ｑの動きを表す式が，$y=-3x+60$になることを丁寧に指導する。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
面積が正方形の半分になるときの図形を考える (次時または発展)	課題 2点P，Qが出発してから1分間に，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは何秒後ですか。 (8) 2点P，Qが出発してから1分間に，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは何秒後ですか。 S20　点PがA，点QがCにあるときで，直角二等辺三角形になるから30秒後。 S21　表を見ると，ＡＰ＝0，ＢＱ＝30のときに二等辺三角形になるから30秒後。 時間(秒) 0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 ＡＰ(cm) 0 10 20 30 20 10 0 10 20 30 20 10 0 ＢＱ(cm) 0 15 30 15 0 15 30 15 0 15 30 15 0 S22　グラフをみると，点PがA，点QがCにあるときに直角二等辺三角形になるから30秒後。  S23　ＡＰ＝ＣＱのとき，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になる。表を見てもよくわかりません。 S24　ＡＰ＋ＢＱ＝30のとき，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になる。 時間(秒) 0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 ＡＰ(cm) 0 10 20 30 20 10 0 10 20 30 20 10 0 ＢＱ(cm) 0 15 30 15 0 15 30 15 0 15 30 15 0 表を観察すると，5～10秒の間，15～20秒の間，30秒後，40～45秒の間，50～55秒の間の5回と予想できます。	・グループでタブレットを操作し，面積が正方形の半分になっている図形を見つけださせる。 ・30秒後のときの直角二等辺三角形の場合を表やグラフで確認する。 ・生徒にとってわかりやすいのは30秒後のときの直角二等辺三角形の場合である。他の場合が出ない場合は，コンテンツの図に対角線ＡＣを引かせ，点P，Qを動かしてＰＱが対角線の交点を通るときに面積が半分になることを考えさせる。 30秒後  ・6秒後や18秒後のように，見た目だけでは判断しにくいことを感じ取らせ，表やグラフで解決できないか考えさせる。 6秒後　　18秒後 

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
	S_{25}　ＡＰ＋ＢＱ＝30 のとき，4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になる。  グラフ上で，ＡＰ＋ＢＱ＝30 となる時間を針金を使って見つける。 S_{26}　ＡＰ＋ＢＱ＝30 のとき，4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になるから，5～10 秒の間では $2x+3x=30$ $5x=30$ $x=6$　　6 秒後  	・ＡＰ＋ＢＱ＝30 になっていることを図で確認する。 ・S_{26} のように，6 秒後以外の場合も計算で求めることができることを確認する。
速さを変えて考える	(発展) 点Ｑの速さを変えて調べよう。	

⑤ 授業記録と研究協議

・授業記録

Ｔ：今日は，20 年以上前に入試問題に出た問題を考えてもらいます。
問題をかきます。正方形 ABCD があります。この辺上を点 P と Q が動きます。
（課題場面をかいた紙を掲示し）１辺が 30cm の正方形 ABCD がある。点 P は辺 AD 上を，点 Q は辺 BC 上を動く。２点 P，Q はそれぞれ頂点 A，D を出発し，P，Q の動く速さが決まっています。Ｐは毎秒 2cm の速さで AD 間を，Q は毎秒 3cm の速さで BC 間を繰り返し往復する。想像できますか。S1 さん，どうですか。

S1：(P は）D まで行ったら A に戻る。

Ｔ：そうですね。P は D まで行ったらまた戻る。(指で動きを示しながら）繰り返しだから何回も何回も行くのね。下も同じです。それでは，問題です。2 点 P，Q が出発してから 1 分間に 4 点 A，B，Q，P で囲まれた図形について考えます。まず，今日はこの形に注目してください。どんなふ

うに動きか，どんな図形になるか考えてもらいます。

（ねらい＝4 点 A，B，Q，P で囲まれた図形について考えよう　の板書と確認）

1 つ目の問題です。1 分間に囲まれた図形はどんな形になりますか。想像してみましょう。

いろんな形に変わるのはわかりますか。モニターを見てください。どんな形になるか確認して，書き落としている人は必ず書いて。意外に点は速いから，見逃さないでください。あ，あの形になった，というのを覚えておいて。1 分経ったところで止めるので，書いてください。２回見せます。（動かす）

これで 1 分です（モニターは 1 分より少し過ぎたもの）。1 分経つと A，B に戻ってくる。自分の書いた形が全部入っていましたか。1 種類だけではないですね。今映っているのは何ですか。

S2：台形

Ｔ：そう，台形ですね。台形以外にもありましたね。通過点だから見逃さないでください。もう 1 回見せます。さて，どんな形ができたでしょうか。単なる四角形はなしです。四角形の中でも台形があるでしょう。もちろん五角形にはならないけど，四角形の中でも何とかとか，そういう風に答えてください。S3 さん。

S3：二等辺三角形

Ｔ：二等辺三角形，あった人。（数人挙手）二等辺三角形は，どんな形でしたか。

S3：A から C が結ばれている。

Ｔ：A から C が結ばれている。これが二等辺三角形。でも，正式にはこの形（直角二等辺三角形の定規を示して）でしょう。これ，もう少し限定できませんか。

S4：直角二等辺三角形。

Ｔ：そう，直角二等辺三角形です。二等辺三角形と書いた人は，直角も入れておこう。では他は。

S5：長方形

Ｔ：長方形。見つけられた人。（数人挙手）長方形はありました。

他に。

S6：直角三角形。

Ｔ：直角三角形。見つけた人。（3 割くらい挙手）これ（直角二等辺三角形）でない直角三角形が見つけられましたか。ありましたね。他にありますか。実はこの 4 つなのです。さらに問題です。直角三角形になるのは何回あるか。できれば，何秒後のときに何回目，というように求めてもらいたい。答え，求められそうですか。どういうふうに求めますか。S7 さん。

S7：直角三角形になるということは，P，Q のどちらかが，例えば P だったら A か D に着いていて，Q だったら B か C に着いている。

Ｔ：今言っていること，わかりましたか。ちょっと見てみよう。P がどこにあればいい。

S7：A か D。

Ｔ：A か D にあればいい。例えば P が A にあったとき，Q は。どこでもいいのですか。

S7：はい。

Ｔ：どこでもいいから，こんな感じであれば直角三角形だ。もし Q が C にきていてもいいよね。これはさっき言った直角二等辺三角形。これも直角三角形の中に入れてください。これも 1 回と数えます。A に P が来ているか，または Q が B に来たとき，これ（P＝A，Q＝B の図）はだめか。こうなれば（Q が B に来ている図），直角三角形になっている。そのあと，どのように求められそうですか。計算でいく。（２人挙手）。違う方法で求められそうだという人はいますか。こうい

う問題は動点の問題で，２年生で習っているけど，どこの単元で習いましたか。

S8：一次関数。

Ｔ：そう，一次関数で習ったの。これ入試問題で出てきて，図形の問題だけど，これを関数で解いてみましょう。普通の計算でも求められるけど，関数で求めてもらいたいな，と思います。関数で求めるためには，どういうふうにすれば求められるか，最初に何をやればいいですか。

S9：文字を当てはめる。

Ｔ：文字を当てはめる。どこに。

S9：毎秒何 cm とかに。

Ｔ：毎秒何 cm。じゃ，x を何にしますか。

S9：例えば，1 秒を x とすれば。

Ｔ：時間を x 秒とするのね。

S9：上は $2x$ になって。下は $3x$ になって。そこが 30cm だから，それで計算すればできそう。

Ｔ：関数で解くということは，大体表をかいたりグラフをかいたり，式で求めたりするわけじゃない。今，時間を x 秒にしてみましょう。今日は関数的に求めてもらいたいので，表を書いてもらおうと思います。時間は 1 分間だから，0 からスタートして，0 ってこういう状態ね（モニター提示）。ここから 1 秒，2 秒，3 秒，…と経っていくと P，Q は動いていきますね。そのときの表を書いてもらいます。そうすると，表から直角三角形になるのは何回あるか，というのがよみとれます。関数的に解こうというのは，表を書いたりグラフをかいたりすればいい。やり方はいいですか。問題は，S9 さんは x を時間にしたけど，何を y にするか，ということなんです。S7 さんが言うように，P が A にあるか D にあるかで直角三角形になるわけでしょう。A に来るというのは，どうやったらわかるかと言ったら，$2x$ cm で，30 秒経ったら 60cm だけど，60cm だと，どこにいるの。30 秒後。

Ｓ：（反応なし）

Ｔ：15 秒経つと，2×15 で 30cm だから，D に行くよね。もう 15 秒動いて 30 秒になったらどこにいますか。S10 さん。

S10：A

Ｔ：A にいますね。そうすると，60 という値で A に来るというのは見分けがつきにくいかもしれないので，今回，y はこうします。A の長さを y cm。BQ の長さを y cm。同じ y にするけどね。分かりにくくなっちゃうので，表は，

x（秒）	
AP（cm）	

として，AP を y とします。P のほうの y ね。もう一つ，Q のほうは２つ表をかいてもいいし，ドッキングしてもいいです。お任せします。0 秒のときは，スタートしていないので，（AP，BQ ともに）0cm とします。x は 60 までかいてください。1 分で終わりだから。1 ずつかくか，5 ずつかくかその辺は自由でやってください。表をかいて，そこから直角三角形になるのは何回か見つけてもらおうと思います。実際に，どこに P がくるか Q がくるか，タブレットがあった方がわかりやすいと思うので，渡します。4 人のグループで相談しながら表を完成させて回数を求めてください。時間は 10 分取ります。

（グループ活動）

Ｔ：ちょっと前を見てください。S11 さんの班は，すごいミスをしていました。

図形がこうなったときに（P＝D），直角三角形ができている，と数えちゃっている。
問題は，4 点 A，B，Q，P で囲まれた図形だから，色がついているものが三角形だからね。
ここ（P，Q，C で囲まれた図形）だと思って，これも 1 回と数えてしまいました。P が D にきたときは直角三角形になりません。A に戻ってこないと直角三角形になりません。
（再度グループ活動）

T：表は完成したでしょうか。今，S11 さんにかいてもらっています。x の値は 1 ずつかいている人もいるし，5 ずつかいている人もいるけど，その辺はお任せします。この表を見て，直角三角形になるのはどこか考えます。それでは，説明をお願いします。

S12：0 になるのは，（表の x＝20,30,40 のときを指して）だから，3 回。

T：どこ。

S12：これ（表の x＝20 を指す）

T：なぜこれが直角三角形ですか。

S12：0 がある。

T：BQ が 0 になるということ。

S12：そうです。

T：AP＝20 ということは。（S12 に操作させて）1 個が 0 になると，Q が B に来ているということですね。次は。

S12：これ（表の x＝30 を指す）

T：なぜですか。

S12：AP が 0 で，BQ が 30 だから（自分で操作して示す）

T：直角二等辺三角形ですね。あとは。

S12：これ（表の x＝40 を指す）

T：BQ が 0。ここ（x＝20）と形的には同じになっていて，これ（x＝60）は違いますか。

S12：違います。

T：なぜ違うのですか。

S12：（操作をして）三角形にならないから。

T：全部 0 になってしまって三角形ができないからだね。だから 3 回。いいですか。
では，長方形になるのは何回でしょうか。考える時間は 1 分にします。
（グループ活動）

T：求まった人。何回ですか。

S13：4 回。

T：4 回という人。（挙手）どういうときに長方形になるの。

S13：2 つ（AP と BQ）の値が同じになるとき。

T：2 つの値が同じになるとき，例えば，こういう場合。10cm，10cm になるとか，こういう風になるときに長方形になる。この表ではよみ取れないけど，表を 1 ずつかいていたからだよね。
1 ずつかくと表でよみ取れますね。表で解決したけど，グラフをかいてもらおうと思います。
グラフをかくと，すぐ発見できると思います。同じ座標平面上に P と Q のグラフをかいてもらいます。もし余裕があれば，P のグラフ，Q のグラフの色を変えるといいでしょう。
（グラフをかく）
かけたひとは，長方形になるのは何回かよみ取れるか，考えてみましょう。長方形になるのは AP

と BQ が同じ値になるときだよ。それでは，グラフをにらめっこしてもらいます。長方形になるのは，グラフのどんなときですか。

S14：交わっているところ。

Ｔ：交わったところ。交わったところというのは，こういうグラフとこういうグラフですか（板書する）交わったところというのは，ここ。ここが何秒かのときに，ちょうど AP も BQ も同じ長さになるということ。なので，グラフの交点の数を数えればいい。ちょっと皆さん見てください。点も動くけど，グラフも同時に動きます。はい，長方形。一瞬なったよね。次，ここ。次，長方形。こういうことです。長方形になるというのは，y の値がちょうど同じになるところだから，交点だ。ちょっと戻るけど，直角三角形になるのはどっちかが 0 になるとき。20 秒のとき，P が 0 のとき。（30 秒のときを指して）Q が 0 のとき，（40 秒のときを指して）P が 0 のとき，この 3 か所。ここ（60 秒のときを指して）は違う。両方 0 のときは線分になってしまう。このようにグラフでよみ取れます。

こういう問題があったら図形の問題のようですが，どうやって解決するかといったら，関数で解くというのも一つの考えです。表をかいたり，グラフをかいたりすれば，グラフからのよみ取りができます。こういう特別な点が長方形や直角三角形になるところです。参考にしてください。最後に発展課題。この図形の面積が半分になるとしたら，何秒後か，何回あるかでもいいです。考えてみてください。

研究協議

●授業者自評

・最初，作った指導案から見て，足立区はめあてが必要だった。これがめあてかどうか…。
・まとめは表やグラフで解決できるというまとめをしていた。
・どんな形になるのかは，最初は気がつかないので，見せてやれるのは良いと思った。
・最初の指導案では，何回ありますかというのは出てこないので，見通しをもたせるような感じが良かった。$2x$, $3x$ やＰ，Ｑが頂点と重なるということを答えてくれる。(3)の S8 のような発言がある。頂点に来た時に直角三角形になるという発言をしてくれる。ＡＰ，ＢＱがわかる表はどうしたらよいというＡＰを y とした理由を，もう 1 回授業の中で押さえておくとよいと思った。
・表はいろいろな表をかかせるとあったが，時間を使うのが嫌だったので，ある程度，見通しをもたせながら作らせた。
・ＰがＡやＤに来るときは S9 のようにならないように，関数で求めようという方向付けをした。2 年　生では大丈夫だろう。
・あるクラスでは，いきなりノートにグラフをかいていた。グラフを活用して課題を解決していた。表を作って，すぐにグラフをかいていた。
・表はどの班もかけていた。タブレットが手元にあるので，表を完成できない生徒に示すにも有効であった。タブレットを使うことで，学力の低い生徒の理解にもよかった。
・長方形が何回できるかというのも，すぐ 4 回と分かった。グラフから交点の値 12 をすぐにわかっていた。
・時間的には今日の授業くらいがちょうどいい感じと思った。そこは議論の余地がある。
・表で考えなさいと言ったものの，見通しをもたせたときに表やグラフと問うたので，S15 の反応を入れた。グラフが先に来た感じの指導案にして，(5)を本日は省いた。

【雑談】

・今日の授業より，他の授業の方が活発と言っている。流れ的には(5)

● コンテンツについて

・飯島先生の作ったものの方が，テレビ画面で見やすく，生徒に提示しやすい。

・今日，使ったのは GC00092 を使った。こちらは方眼のマス目が均一で細い。93 は方眼のマス目が濃い。94 は格子点がドット。95 はそのドットが大きい。96 と 97 は辺上に点が動かず，ドット上に動く。91 は方眼がとても細かい。92 を採用した理由は，方眼の線が細く，図形の方が太いので見やすい。また，5 ㎝刻みの方眼なのでわかりやすい。

● 授業について

【課題場面】

・辺ＡＤ間という表記だったが，辺を取った。辺を取ればＡＤの間を動くという意味になるかなと思った。

→Ａ，Ｄ間とＢ，Ｃ間とすればよい。

【課題１】

・(1)までは特に問題なし。

・教材提示用の GeoGebra が有効であった。いきなり使うのではなく，生徒と考えさせてから提示していてよかった。生徒たちが手で操作して，想像しながらやるのも良いのではないか。

・台形や長方形など，どこまでわかっているのだろうか。生徒はノートに書かれたものをすぐに写してしまう。

・点同士を結ぶ作業が必要であろう。誰が何を考えているのかが見えなかった。(1)ではどのくらいの形を想像しながら，GeoGebra を見ているのかわからなかった。点の動きがどのくらい理解できているのかはわからなかった。飯島先生のコンテンツで点を動かしてみると生徒の理解が早いのではないだろうか。

・GeoGebra の自動的に点が動くのは危険を孕んでいる。これに固執してしまってはいけない。飯島先生のコンテンツみたいに 1 つずつ動かせるのが良い。GeoGebra だけで終わってしまったら，本当に操作しているという実感は得られないだろう。

・GeoGebra では速さを変えられる。ゆっくりと動く点の方が点の動きと図形の形がよみ取りやすい。

・めあてについては後程考える必要あり。

・(1)でどんな形かは明らかにしなくても良いのでは。

→たくさんある。(2)へつなげてしまってよいと思う。

→二等辺三角形が出ると思わなかったので，どういうときに二等辺三角形になるのかと聞いた。

【課題１】

(2)について

・飯島先生のコンテンツが出てきて，とても良かった。子供の流れもよくなり，反応が良かった。

→生徒もよく使えていた。

→勝手に使ってどうぞというコンテンツを作ればよいと思う。

→飯島先生の方の画面はとても良かったと思う。

→点の大きさもよく，生徒同士の説明の場面でもコミュニケーションの道具としてよく使えていた。

(3)について

・$2x$，$3x$という考え方が出てきていて順調であった。そこから表へ移行するときの発問を変える必要がある。今日は山本先生のリードで表にいった。その辺を生徒主導で何とか引き出せないだろうか。$2x$，$3x$と出たら，1秒後はどこか具体的な位置に考えてみてはどうか。図のようなＡＰとＢＱの位置を確認できればと思った。(4)に行く間を工夫するために表を必要としている。

→今日は関数で考えてみようという発問で時間をxにするという考えは出ていた。$2x$，$3x$からどのように表につなげるのか。位置を確認するのか…。

→表という考え方がほとんどない生徒がいた。コンテンツを使って，5 秒ごとの動きを表していた。・直角三角形が 3 回出てきた。それで解決して終わってしまった。

→表を使わなくても，直角三角形を見つけられてしまう。他の図形では表の必要がある。長方形からなら，表が使える。

→それは無理。

→図でもよい，表的なメモを生かして，表へつなげる。今は三角形をやっているが，他の図形はどうなんだろう。

→表の良さ。

→3 回あるというところまでは良い。S9 みたいなときに，S10 や S11

→「3 回」という理由を明確にさせることで表への素地を作れると良い。

→点の動きをやっているうちに，点の動きがわからなくなっている生徒がいた。動きをノートにメモしておけばよい。そこを取り上げることで，表が見えてくる。

→5 秒，10 秒…の図をかき，表の素地的なもの入れ，生徒の発言を元に表へ移行させる。生徒がタブレットを操作させながら，

→教師が 1 コマ 1 コマ取り上げなくても，コンテストの優秀さで生徒が自分たちで理解を深められる。

・yはいらない。

→留意点にyを何にするかと書いていた。ずっと$2x$，$3x$と思っている生徒がいる。xに対して，変化しているのは$2x$なのかＡＰなのか。

→yを取り上げなくても，この課題は進められる。この場面は変数ではなく，線分の長さなので，それがわかることによって，分けて進めても統合できる。

→Ａから，Ｂからの距離がy。表をかこうと思わなかったら，図だけで終わってしまう。表をかくのに，関数と思っていなくて，生徒に投げた時に関数と思っていない場合は固まってしまう生徒が出てきてしまうのではないかと思って，今回は流れを作るためにレールを敷いた。

→ＡＰ，ＢＱの長さを整理すると見えてくる。

→この部分が一番やりにくかった。どのようにしたら，しっくりくるのか考える必要がある。

→何も答えないクラスがあった。ＡＰとＢＱはどこで登場させるのか。

→端にあるときという話が生徒から出てきているから，スタートからの距離ととらえさせれば良い。

→ＡＰとＢＱの長さを調べれば良いことを生徒に着目させればよい。

→この場面はフッと頭で考えていたことを引っ張っていくような場面。

(4)について

・表はx，ＡＰ，ＢＱの 3 段の表をかいて，後は生徒の多様性に任せる。

→5 ずつ書く生徒も，1 ずつかく生徒も多様にいた。できない生徒には偶数か 5 の倍数にさせればよい。10，20 はやった生徒もいたがグラフに表しづらそうだった。生徒は一生懸命に考えている。道具が適切であった。距離感のある教具だった。グループで説明して，表がかけていく。日頃，見られない積極的な授業姿勢が見られた。自らが働きかけ学習に取り組むことができた。自分から動かせるコンテンツとイメージを作りやすい GeoGebra のコンテンツの良さだと思う。

(5)について

・長方形になるのは何回ですか。という発問に変える。

→本日は表だとわかりにくいから，グラフにしてみよう。という流れでやった。

→グラフを主で扱っていって，それで解決できれば良い。一般性を必要とするときにグラフが登場する方が良いのか。

→生徒から出なければ，今回の形がよい。

→生徒に不安定さが出ている。生徒に問うたら，交点を主張するが本当にそれで良いのか問うとぐらついた。直感的には思うが，意味を問うと…それでこそ一般性のものになっていく。グラフを，意図をもって読むのは大変と感じた。0 のところで交点があっても，違うと言い切っていた。表と交点をしっかりと一致させることが大切だと思う。

・長方形と直角三角形以外によみ取れるものはありますか。と問うても良い。

・交点が同じ長さだからこうだ。といってからジオジブラで確認したのは，本時で終わらせるために使った。

→グラフを見せるためにジオジブラに使ったが，普段は書画カメラを使ってかいている。

→今までやってきたことが主役である。

→グラフから他のこともよみ取れることを抑えられると良い。10 秒や 15 秒のところをよみ取り，どのような形かを問うことで他の範囲へと活用できる。

(めあてについて)

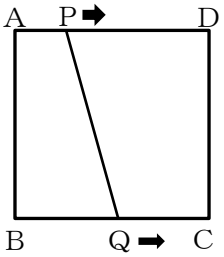
・囲まれた図形の「変化」について考えよう。

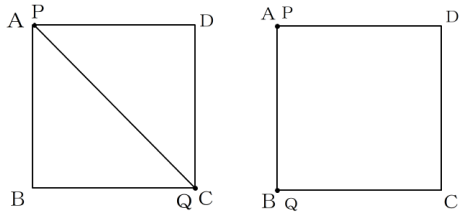
⑥ 改訂指導案

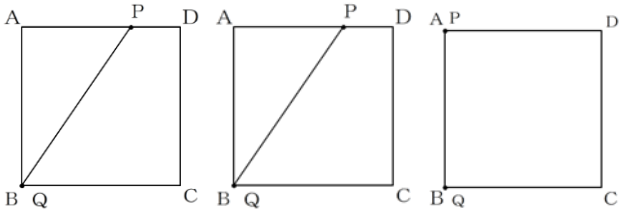
①本時のねらい

・具体的な事象から関数関係を見いだし，表，グラフ，式を利用し，課題を解決する。

②本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する (3 分)	課題場面 右の図は，1 辺が 30 ㎝の正方形ＡＢＣＤである。 辺ＡＤ上を動く点Ｐ，辺ＢＣ上を動く点Ｑがある。2 点Ｐ，Ｑはそれぞれ頂点Ａ，Ｂを同時に出発し，Ｐは毎秒 2 ㎝の速さでＡＤ間を，Ｑは毎秒 3 ㎝の速さでＢＣ間を繰り返し往復する。 	・課題場面の印刷したワークシートを配付する。 ・課題を提示し，2 点Ｐ，Ｑの動き方を生徒に質問し確認する。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
2 点が動くときの図形を観察する (5 分)	(1) 2 点P，Qが出発してから 1 分間に，4 点A，B，Q，Pで囲まれる図形の形は，どんな形になりますか。 S_1　台形　　S_2　長方形　　S_3　正方形 S_4　三角形　　S_5　直角三角形 S_6 直角二等辺三角形	・教師用タブレットの GeoGebra で作成したコンテンツをモニターに映し出し，正方形の辺上にある 2 点P，Qの動きを観察させて予想させる。(このコンテンツは，2 点が自動に動くものである。)
めあてを確認する(2 分)	めあて　2 点P，Qが出発してから 1 分間に，4 点A，B，Q，Pで囲まれた図形について考えよう。	
課題場面を把握する	課題 2 点P，Qが出発してから 1 分間に，4 点A，B，Q，Pで囲まれる図形が直角三角形になるのは何回ありますか。	
図形が直角三角形になる場合を観察する (5 分)	(2) 4 点A，B，Q，Pで囲まれる図形が直角三角形になるのは何回ありますか。 S_7　点を動かしてみると，3 回あります。	・(1)で見せたコンテンツを再度見せ，観察させる。
図形が直角三角形になる回数の求め方の見通しをもつ (5 分)	(3) 図形が直角三角形になるのが 3 回あることをどのように求められそうですか。 S_8　x 秒間にPは $2x$ ㎝，Qは $3x$ ㎝動くとして，方程式をつくって求める。	・考え方を問う。 ・答えまで導き出せないような発言も受け止める。
	S_9　四角形でなく直角三角形になるのは，点PがAと重なるときか，点QがBと重なるときです。点P，Qが点A，Bを出発して戻るまでの時間を計算する。 点P…60÷2＝30 なので，30 秒，60 秒  30 秒　　60 秒 点Q…60÷3＝20 なので，20 秒，40 秒，60 秒	・「直角三角形になるのは，点PがAと重なるときか，点QがBと重なるとき」の考えが出ないときは，教師が 30 秒の図を示しながら説明する。

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


20 秒　　40 秒　　60 秒
60 秒は線分になるので，20，30，40 秒の 3 回。

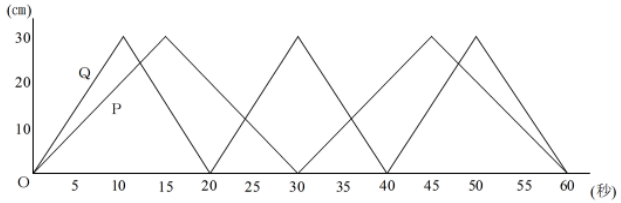
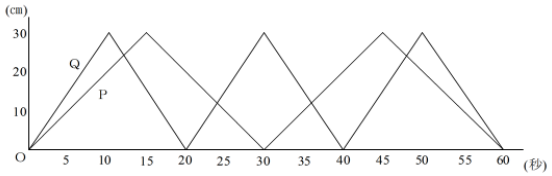
S10　何秒のとき点 P と Q がどの位置にあるかわかるような表を書いて求める。

S11　グラフをかいて求める。
</td>
<td>・生徒の反応がない場合は，「今日は，関数を利用して考えてほしい。どのように求めますか。」と問い，S10，S11 のような発言を引き出す。</td>
</tr>
<tr>
<td>図形が直角三角形になる場合を考える
【グループ→一斉】
(15 分)</td>
<td>
(4) 点Ｐ，Ｑが頂点Ａ，Ｂを出発して x 秒後のＡＰ，ＢＱの関係を表す表を書いて，点ＰとＱの位置を調べ，3 回かを確かめよう。
S12　2 つの表をかく。
<table>
<tr><td>時間(秒)</td><td>0　5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60</td></tr>
<tr><td>ＡＰ(cm)</td><td>0 10 20 30 20 10　0 10 20 30 20 10　0</td></tr>
<tr><td>時間(秒)</td><td>0　5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60</td></tr>
<tr><td>ＢＱ(cm)</td><td>0 15 30 15　0 15 30 15　0 15 30 15　0</td></tr>
</table>
直角三角形になるのは，ＡＰかＢＱの値のどちらかが 0 になるのは，20，30，40 秒の 3 回。
ＡＰ＝ＢＱ＝0 は線分になるので，除く。

S13　1 つの表をかく。
<table>
<tr><td>時間(秒)</td><td>0　5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60</td></tr>
<tr><td>ＡＰ(cm)</td><td>0 10 20 30 20 10　0 10 20 30 20 10　0</td></tr>
<tr><td>ＢＱ(cm)</td><td>0 15 30 15　0 15 30 15　0 15 30 15　0</td></tr>
</table>
直角三角形になるのは，ＡＰかＢＱの値のどちらかが 0 になるのは，20，30，40 秒の 3 回。
ＡＰ＝ＢＱ＝0 は線分になるので，除く。
</td>
<td>・時間 x 秒にともなう y を何にするか考えさせてもよい。そのときは，何秒のときに点ＰとＱがどの位置にいるかを考えるから，時間を x，点ＡやＢからの位置つまりＡＰやＢＱを y とするよう考えさせる。

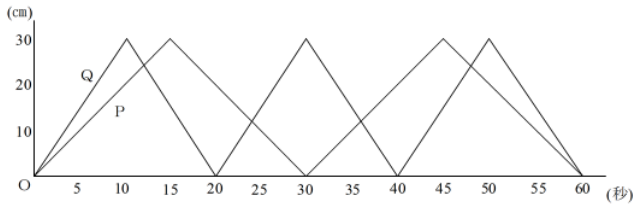
・3～4 人に 1 台のタブレットを配付し，図の 2 点Ｐ，Ｑが動かして考える。(コンテンツは，ＧＣで作成されたもので，生徒が 2 点を自由に動かすことができるものである。)

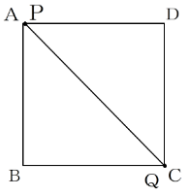
・表をかくとき，x の値を「0, 1, 2…60」と書いてもよいが，表が長くなってしまうので，「0，5，10…55，60」や「0, 10, 20…60」などのように決めさせてもよい。なお，「0, 10, 20…60」のように大雑把なときには長方形になるときが読み取りにくいことに気づかせる。
</td>
</tr>
</table>

	S14　2 つの表をかく。 時間(秒) | 0 10 20 30 40 50 60 ＡＰ(cm) | 0 20 20 0 20 20 0 時間(秒) | 0 10 20 30 40 50 60 ＢＱ(cm) | 0 30 0 30 0 30 0 直角三角形になるのは，ＡＰかＢＱの値のどちらかが 0 になるのは，20，30，40 秒の 3 回。 ＡＰ＝ＢＱ＝0 は線分になるので，除く。 S15　グラフをかく。  ＡＰ＝0 かＢＱ＝0 になるときだから，20，30，40 秒の 3 回。	・表を見て，どのようなときに直角三角形になるかを見通せないグループにはタブレットを操作し，点ＰかＱが頂点にくるときだから，それは何秒のときかに気づかせる。 ・グラフで考えようとする生徒やグループには，座標軸，目盛りが書かれた方眼紙を配付する。 ・全員に方眼紙を配付し，グラフもかかせる。
図形が直角三角形以外になるのはいつかをグラフで考える (10 分)	(5) グラフを見て，いつ直角三角形以外の形になるかわかりますか。 S16　たとえば 10 秒のとき，台形です。 S17　長方形になるのは，ＡＰ＝ＢＱになるときだから，点Ｐと点Ｑのグラフが交わっている 4 回です。  	・理由を問い，形とＰ，Ｑの位置を確認する。 ・長方形になるのがいつかわからないときは，ＡＰ，ＢＱがどのような関係になるときかを考えさせる。また，ＡＰ＝ＢＱになるのはグラフではどこかを問う。
	(7) 点Ｐが出発してから，図形が初めて長方形になるのは何秒後ですか。 S18　グラフを見て，だいたい 12 秒後です。 S19　Ｐのグラフは $y=2x$, Ｑのグラフは $y=-3x+60$ なので，連立方程式として解いて，$x=12$ となり，12 秒後である。	・$10 \leqq x \leqq 20$ のときの点Ｑの動きを表す式が，$y=-3x+60$ になることを丁寧に指導する。

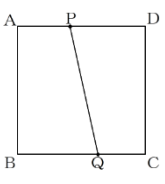
面積が正方形の半分になるときの図形を考える (次時または発展)	課題 2点P，Qが出発してから1分間に，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは何秒後ですか。 (8) 2点P，Qが出発してから1分間に，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になるのは何秒後ですか。 S20　点PがA，点QがCにあるときで，直角二等辺三角形になるから30秒後。 S21　表を見ると，ＡＰ＝0，ＢＱ＝30のときに二等辺三角形になるから30秒後。 S22　グラフをみると，点PがA，点QがCにあるときに直角二等辺三角形になるから30秒後。 S23　ＡＰ＝ＣＱのとき，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になる。表を見てもよくわかりません。 S24　ＡＰ＋ＢＱ＝30のとき，4点A，B，Q，Pで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になる。 表を観察すると，5～10秒の間，15～20秒の間，30秒後，40～45秒の間，50～55秒の間の5回と予想できます。	・グループでタブレットを操作し，面積が正方形の半分になっている図形を見つけださせる。 ・30秒後のときの直角二等辺三角形の場合を表やグラフで確認する。 ・生徒にとってわかりやすいのは30秒後のときの直角二等辺三角形の場合である。他の場合が出ない場合は，コンテンツの図に対角線ＡＣを引かせ，点P，Qを動かしてＰＱが対角線の交点を通るときに面積が半分になることを考えさせる。 30秒後 ・6秒後や18秒後のように，見た目だけでは判断しにくいことを感じ取らせ，表やグラフで解決できないか考えさせる。 6秒後　18秒後

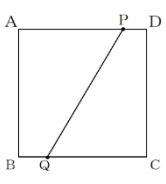
時間(秒)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
ＡＰ(cm)	0	10	20	30	20	10	0	10	20	30	20	10	0
ＢＱ(cm)	0	15	30	15	0	15	30	15	0	15	30	15	0

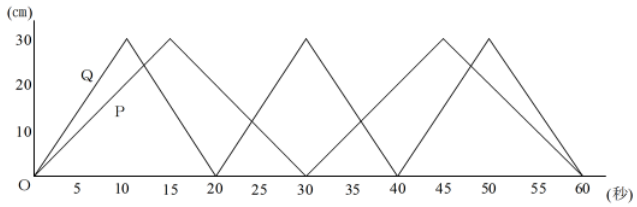
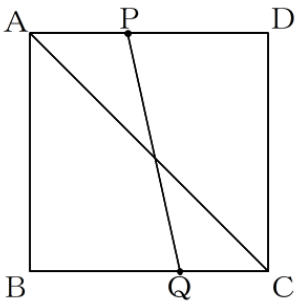




時間(秒)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
ＡＰ(cm)	0	10	20	30	20	10	0	10	20	30	20	10	0
ＢＱ(cm)	0	15	30	15	0	15	30	15	0	15	30	15	0





	S_{25}　ＡＰ＋ＢＱ＝30 のとき，4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になる。  グラフ上で，ＡＰ＋ＢＱ＝30 となる時間を針金を使って見つける。 S_{26}　ＡＰ＋ＢＱ＝30 のとき，4 点Ａ，Ｂ，Ｑ，Ｐで囲まれる図形が正方形ＡＢＣＤの面積の半分になるから，5～10 秒の間では $2x+3x=30$ $5x=30$ $x=6$　　6 秒後  	・ＡＰ＋ＢＱ＝30 になっていることを図で確認する。 ・S_{26} のように，6 秒後以外の場合も計算で求めることができることを確認する。
速さを変えて考える	(発展) 点Ｑの速さを変えて調べよう。	

３．今後の課題

ＩＣＴ機器を用いることにより，生徒が課題を視覚的に把握し，解決に利用することができ，その理解の定着が進んだ。また，改善指導案での授業研究を行う。

今後は次の ①～③を課題として，研究を進めていく。

① 本発表の指導案を改善し，授業研究を行う。

② 今後も指導を継続し，生徒の変容を把握し，指導をよりよいものにしていく。

③ 関数指導にＩＣＴ機器を取り入れつつ，数学的に解決できる能力を養えるような指導計画の改善や指導案の作成を行い，実証的に研究を進める。

［引用・参考文献］

1)　東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会
日数教(和歌山)大会発表資料(2017)
「関数における速さの指導～関数指導における負の速さの必然性に迫る指導～」

2)　東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会
日数教(東京)大会発表資料(2018)
「第 2 学年　関数における速さの指導～1 次関数のグラフと利用～」

3)　GeoGebra HP
https://www.geogebra.org/about

4)　愛知教育大学・飯島康之研究室　HP
https://www.auemath.aichi-edu.ac.jp<iijima　山本恵悟先生

5)　東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会(2012)
「中学校数学科　関数指導を極める」, 明治図書, pp. 144-146

○　東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

・日数教(鳥取)大会発表資料(2014)
「『変化の割合』の指導について～速さに関する課題を，変域を拡げて考察する～」

・日数教(北海道)大会発表資料(2015)
「速さに関する関数の利用について（第２学年）～変化の割合を視点として～」

・日数教(岐阜)大会発表資料(2016)
「関数における速さの指導～関数 $y = ax$ の a の意味と第Ⅰ象限から全象限への拡張～」

・日数教(和歌山)大会発表資料(2017)
「関数における速さの指導～関数指導における負の速さの必然性に迫る指導～」

・日数教(東京)大会発表資料(2018)
「第 2 学年　関数における速さの指導～1 次関数のグラフと利用～」

・日数教(東京)大会発表資料(2019)
「第 3 学年　関数における速さの指導～ICT 活用した関数の利用「バトンパス問題」～」

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

小髙　洋平（北区立滝野川紅葉中学校）
桑原　宏一（港区立高陵中学校）
菅田　圭一（江戸川区立清新第一中学校）
齋藤　圭祐（東京都教育庁指導部）
関　富美雄（渋谷区立上原中学校）
高村　真彦（板橋区立高島第二中学校）
高山　琢磨（大田区立志茂田中学校）
塚本　桂子（世田谷区教育委員会）
堀　孝浩（中野区立中野中学校）
待山　貴彦（足立区立新田中学校）
山本　恵悟（足立区立千寿青葉中学校）
吉田　直樹（練馬区立大泉第二中学校）
吉田　裕行（世田谷区立三宿中学校）

共同研究者
風間喜美江（梅光学院大学）
半田　進（元東北福祉大学）

http://www.tochusu.com/function.html