速さに関する関数の利用について（第２学年）

～変化の割合を視点として～

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

１．研究のねらい

本委員会はこれまで，「変化の割合」の意味の理解や，その概念の育成をねらいとして研究を重ねてきた．その中で，速度を向きがある速さとしてとらえること，すなわち「正の数・負の数について，反対の向きの量を統一してみること」に課題が見られることがわかった．速さの概念と関数は密接な関係があるにも関わらず，十分な研究がなされていない．そこで，本年度は次のねらいで研究を進めることにした．

・速さに関する関数の利用についての指導案の作成と研究授業を実施し，その指導の妥当性を探る．
・速さに関するグラフのよみの生徒の実態を把握する．

２．研究の内容

（１）これまでの研究の経緯

中学校第１学年の関数指導においては，小学校の比例・反比例の学習から，中学校関数の学習への移行について，いくつかの難しい問題点が含まれていると考える．

比例についていえば，比例の意味を中学校では単に$y=ax$という式を中心に表し，考えていくということだけではない．その意味を引き出し，比例が関数の例として一意対応であることを意識し，さらに，次の学習について展開されることが含まれている．

（ア）変数の変域を負の数も含めて拡張して比例をとらえる （イ）比例定数aの範囲も負の数まで拡げてその意味をとらえる

問題解決における変化の割合の見方や考え方の利用は，（ア）や（イ）の学習の後に行われる．その中で，グラフのよみについては，グラフに表された２つの数量の関係をよみ取り，グラフを利用して，問題を解決することができるようにすることを重視している．

小学校でのグラフは，座標平面上の第Ⅰ象限と考えることができる．中学校では，グラフは全象限に拡張され，また，$y=ax$のaは負の値を含む．しかしながら，その後の「関数の利用」では，多くの指導は，xの変域が第Ⅰ象限に限られ，$y=ax$で$a>0$の場面で課題を設定しており，小学校と同じ内容に留まっている指導傾向がある．また，学習指導要領では，比例・反比例の学習において，変域を負の数にまで拡張するこ

とは述べられているものの，$y = ax$のaについては，aが負の数まで含んでいることは述べられていない．また，教科書や他の研究事例でも$a < 0$を取り上げたものは少ない．

そこで，平成２４～２６年度の研究では，変域の負への拡張や関数$y = ax$，$y = ax + b$のaが負の値を含む具体的な場面の課題として，列車のすれ違いと追い越しという場面や，水槽の水位が変化する場面を課題とした「関数の利用」の実践を行った．そこでは，aが正負の両方の値をとること，それらが反対の向きの量を表していることの理解に困難性があることがわかった．

（２）グラフの第Ｉ象限から全象限への拡張

中学校第１学年の比例を含む関数の学習は，その領域に至るまでに次の流れをとる．

正の数･負の数 ⟶ 文字と式 ⟶ １次方程式 ⟶ 関数

また，正の数･負の数の単元では，数の範囲を負の数にまで拡張することにより，

（ａ）反対の方向や性質をもった数量を，基準を定めて＋や－を用いた数で表すこと

（ｂ）反対の向きの量を統一してみること

（ｃ）四則がいつでもできるようになること

ができるようになる.これらを踏まえ,中学校第１学年の比例を含む関数の学習が行われるが,現状では（ａ）～（ｃ）の関連を意識せずに指導が行われていることが多い．すなわち，座標平面や変数x，y，比例定数aを負の数まで拡げているにもかかわらず，利用や活用の場面では既習事項が生かされていないということである．例えば，次のようなことがあげられる．

・具体的な場面から関数$y = ax$の式を導き，比例の定義をしているにも関わらず，変数xが負の数になる場合について考えさせていない．また，表は，変数xが正の数または０の場合のときのみを扱う．

・比例定数aが負の数になる場面を考えさせていない．

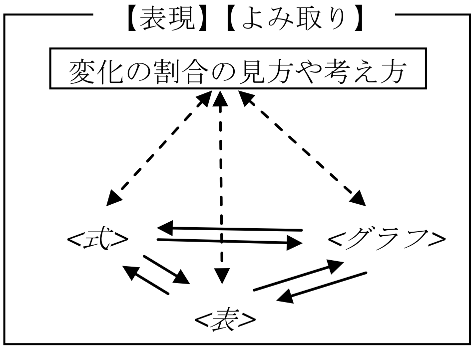
・座標平面を第Ｉ象限から全象限へ拡張させた後は，点の集合としての$y = ax$のグラフ(直線)を確認し，幾何的な見方で$a > 0$と$a < 0$のグラフをかかせる程度にとどまっている．

２.（１）の（ア）（イ）は，第１学年関数の学習では指導されているようにみえるが，「正の数・負の数については，反対の向きの量を統一してみること」などは意識された展開とはなっていない．特に，利用や活用の指導を意識すれば，関数のグラフについて上述の問題があり，その改善を図る必要がある．

（３）中学校第２学年での関数指導

関数の学習では，第１学年でxの変域を負まで拡張して考え，グラフは座標平面上の第Ｉ象限から全象限に拡張される．また，比例$y = ax$はaの値が負まで扱う．

この学習を受け，第２学年では１次関数の学習がなされる．１次関数$y = ax + b$はa, bの値が負まで，グラフは全象限まで扱う．第２学年での関数の利用では，$y = ax + b$において，$a < 0$となる課題場面を設定している．ほとんどの教科書では列車やバスなどのダイヤグラムを課題として取り上げており，変化の割合の負への拡張がなされている．しかし，座標平面については第Ｉ象限のみ取り上げており，全象限への拡張はなされていない．このことは，数学の基本姿勢である拡張の考えを見出す学習，例えば，変域の拡張やa, bの値を負に拡げるという学習につながっていかない．



そこで，本委員会としては，全学年を通して，右の図のような表・グラフ・式を一体化した指導が必要であり，その指導を通して，【表現】【よみ取り】に「変化の割合」の見方や考え方を考察の道具として利用していくことが重要であると考えた．

速さに関する関数学習においても，速さと変化の割合を関連させ，その考察を通して学習を深めることを重点とする．つまり，速さに関する学習場面でも右の図の関係を意識した展開の指導方針をとる．

（４）関数学習における「速さに関する」とらえ方とその拡張の素地の学習

本研究の関数における速さに関する学習については，次の３点を研究の重点とする．

・速さの意味を変化の割合を通して理解し，グラフのよみで，速さの概念を捉え直そうとすること
・関数$y = ax + b$ のaの値が変化の割合を表すとともに，向きを持った速さ（速度）として正負の両方の値を取ること，それらが反対の向きの量を表すということをも理解すること
・関数$y = ax + b$ のbの値が基準の時間における位置を表すことを理解すること

これらを踏まえ，
『「２つの関数 $y = ax + b$ と $y = a'x + b'$を相対的にとらえる見方」に視点をおき，相対的な関係をとらえること，つまり，２つの関数から第３の関数を見いだし，それを利用して新たな問題解決を図る』ことを（５）の研究の視点とした．

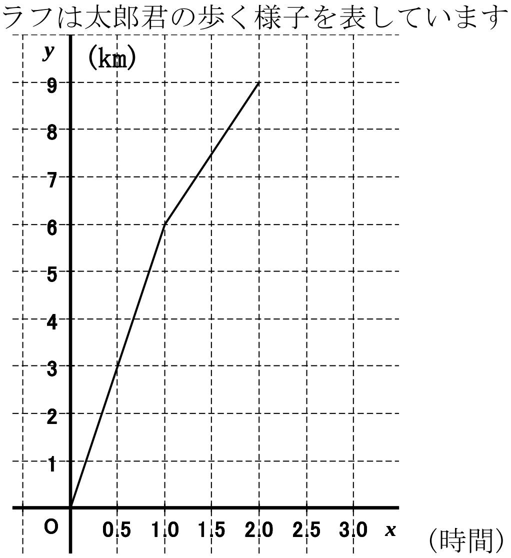
（５）第２学年　速さに関する関数の利用の指導

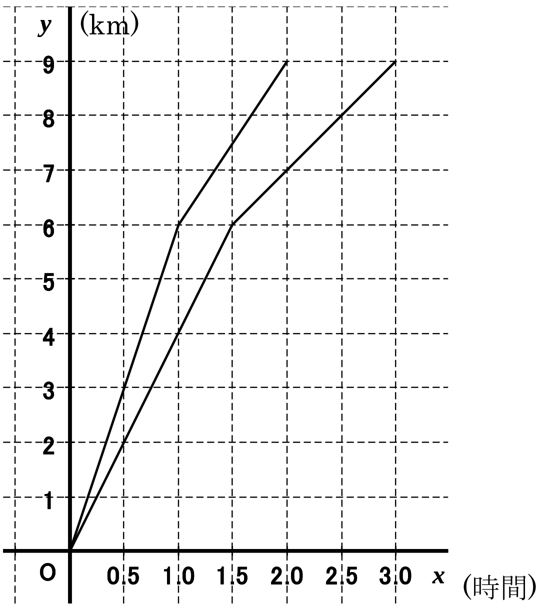
①指導案

◎本時のねらい

・変化の割合と速さの関係を理解する．
・相対速度の感覚を育成する．
・グラフからその場の情景を思い浮かべ，関数的な見方や考え方を用いて問題を解決することができる．

◎本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する	課題場面 Ａ地点からＣ地点までの一本道の途中にＢ地点があり，Ａ地点からＢ地点まで坂を下り，Ｂ地点からＣ地点まで坂を上ります．いま，２人は同時にＡ地点を出発し，Ｂ地点で止まることなくＣ地点まで向かいます．なお，坂の上りと下りはそれぞれ一定の速さで歩きます．	・課題場面を提示する．物語などの例を用いて，課題場面のイメージをもたせる． ・坂道の上る場面，下る場面では２人はそれぞれ一定の割合で歩くことを強調する．
課題１を把握する	課題１ 次のグラフは太郎君の歩く様子を表しています． 	・途中で速さが変化することに気付かせ，グラフがどのように変化するかを理解させる．

	(1) グラフからどんなことがよみとれますか. ア　２時間後にＣ地点に到着した. イ　１時間後にＢ地点に到着した. ウ　Ａ地点からＣ地点まで９ｋｍである. エ　Ａ地点からＢ地点まで６ｋｍである. オ　Ｂ地点からＣ地点まで速さは時速３ｋｍである. カ　Ａ地点からＢ地点まで速さは時速６ｋｍである. キ　Ｂ地点からＣ地点まで式に表すと$y=2x+4$である ク　Ａ地点からＢ地点まで式に表すと$y=6x$である ケ　Ａ地点からＣ地点までの平均の速さは時速４.５ｋｍである.	・意見が出てこない場合は，座標がよみ取れるようにするための発問をする. ・太郎さんは 1.5 時間後に 7.5ｋｍの地点にいることも生徒から出るとよい. ○１時間で３km だから，0.5 時間で 1.5km ○$y=3x+3$ にx＝1.5 を代入
課題２を把握する グラフを完成させる	課題２ 花子さんは，Ａ地点からＢ地点，Ｂ地点からＣ地点までの速さがそれぞれ時速４ｋｍ，２ｋｍであった. 花子さんの動きを表すグラフはどうなりますか. (2) 太郎さんのグラフに花子さんの動きを表すグラフをかき入れてみましょう. 	・グラフをかく前に，グラフの概形を考えさせる. 「太郎さんのグラフと同じような折れ線になる」 「太郎さんのグラフよりも花子さんのグラフが下になる」 ・x とy の変域を確認する.
課題３を把握する	課題３ 時間にともなって２人が進んだ道のりの差について調べましょう. (3) 花子さんから太郎さんまでの距離は時間とともにどのように変わりますか. ア　広がっていく. イ　縮まっていく. ウ　どちらともいえない.	・「２人の進んだ距離の差は，グラフのどの範囲で変化するか.」 ⇒２つのグラフの縦の差の変化をみることに気が付くとよいが，ここでは気が付かなくてもよい.
表からグラフを完成させる	(4) ｙ＝(太郎さんの位置)－(花子さんの位置)として表やグラフをつくり，考えてみましょう.	・グラフでどの部分をよみ取るか確認する. ・答えを求められたら，グラフ上でその意味を確認する.

ア　表

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$y_{太郎}$	0	3	6	7.5	9	9	9
$y_{花子}$	0	2	4	6	7	8	9
y	0	1	2	1.5	2	1	0

・表を作成してからグラフを作成する方向性を生徒から発言させる．
・グラフは４段にすると見やすいことを生徒から答えさせる発問をする．太郎さんの下りと上り，花子さんの下りと上りの組み合わせが４通りとなることも理解できるとよい．

イ　２人のグラフの時間ごとのyの値の差から，２人の距離の差を求め，直線で結んだグラフを作ります．

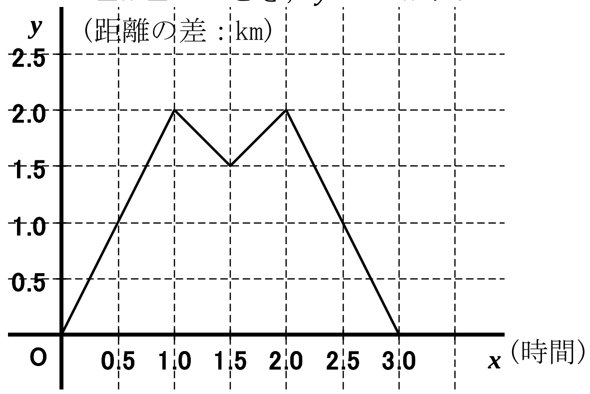
$(x,\ y)=(0,0),(1,2),(1.5,1.5),(2,2),(3,0)$

$0\leqq x\leqq 1$のとき，$y=2x$

$1\leqq x\leqq 1.5$のとき，$y=-x+3$

$1.5\leqq x\leqq 2$のとき，$y=x$

$2\leqq x\leqq 3$のとき，$y=-2x+6$



・２人の間の距離が，変化する５つの点を，本当に直線で結んでよいのかを生徒に問う．
⇒例えば，高速道路を２台の車がそれぞれ一定の速度で走っている状況を思い浮かばせるとよい．
・グラフの変域をきちんと不等式で表現させる．

(5)　２人の距離の差は縮まったといえますか．
　ア　縮まった
　イ　広がった
　ウ　どちらともいえない（縮まったり広がったり）

・ウと答えた生徒に，その理由を答えさせる．

(6)　２人の距離の差が縮まっていくのはいつですか．
　ア　１時間後
　イ　２時間後
　ウ　１～1.5時間後
　エ　２～３時間後
　オ　花子さんの速さが太郎さんよりも速くなる地点

・「距離が縮まる」＝「２人の関係のグラフの傾きが負である」，「差が広がる」＝「２人の差が広がる」ことに気付かせる．

(7)　２人が出発してから 1.5 時間前後のようすはどのようになりますか．
　ア　太郎さんが坂道に上りはじめて，速度が遅くなったので追いつくと思ったが，1.5時間を境に，私（花子さん）も坂道を上り始めたので太郎さんよりも速度が遅くなり，太郎さんとの距離の差はまた開いてしまった．

・1.5時間後にどのような状況が起こっているのかを考えさせる．
ここでのポイントは，差のグラフから現実の場面の情景がビジュアルに再現できるかということ．
⇒数学での抽象化から現実場面へ立ち戻る

(8)　２人の距離の差が最大となるのはいつですか．
　ア　１時間後
　イ　２時間後

(9)　２人の距離の差が１km となるのはいつですか．
　ア　0.5時間後
　イ　2.5時間後

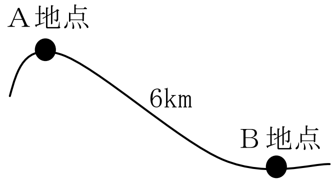
課題場面２を把握する

発展課題として次の課題を考えさせる．

課題場面２

山の頂上にあるＡ地点から，山のふもとにあるＢ地点までの６ｋｍの一本道があります．いま，太郎さんと花子さんは同時にＡ地点を出発し，Ｂ地点でまで行き，止まることなくＡ地点まで戻ってきました．なお，坂の上りと下りはそれぞれ一定の速さで歩きます．

・課題場面２を，線分図とともに提示する．



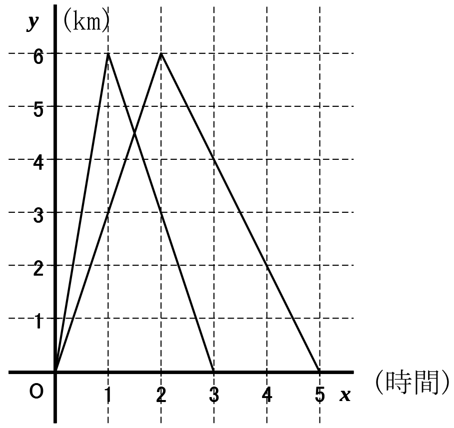
課題４を把握する

課題４

太郎さんは１時間後にＢ地点に到着し，３時間後にＡ地点に戻ってきました．花子さんは２時間後にＢ地点に到着し，５時間後にＡ地点に戻ってきました．このとき２人の距離が一番離れるのはいつでしょうか．

(10) ２人の時間と位置の関係をグラフに表してみましょう．

ア

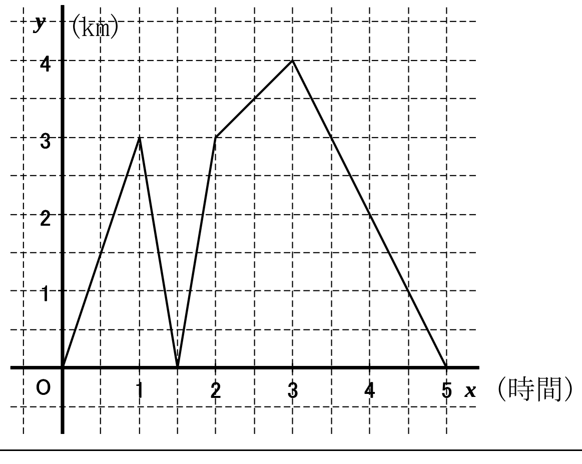


(11) ２人の距離の差は時間とともにどのように変化しますか．

ア　表

x	0	1	1.5	2	3	4	5
$y_{太郎}$	0	6	4.5	3	0	0	0
$y_{花子}$	0	3	4.5	6	4	2	0
y	0	3	0	3	4	2	0

イ　グラフ



②授業記録

対　象：練馬区立開進第一中学校　２年１組　３９名
実施日：平成２７年２月２３日（月）第６校時（14:35～15:25）
場　所：２年１組教室
授業者：練馬区立開進第一中学校　堀　孝浩

Ｔ：今日は関数の授業ということで，今日やる内容のイメージを見せます．（写真を提示する）
これ，どこの写真ですか？
Ｓ１：道
Ｔ：はい，道，その通りです．
Ｓ２：北海道
Ｓ３：沖縄
Ｔ：どんな道ですか？
Ｓ４：下り坂，上り坂
Ｔ：そうですね．手前の道路があって，最初下り坂ですよね．下りきったところが交差点になっていて，そこからまたぐーっと上っていっていく感じです．今日は，この写真のようにＡ地点から下り坂を下ったところがＢ地点で，そこから上り坂を上ってＣ地点に行く，下って上るというような移動について考えてもらいます．
（プリント配布）
問題をＳ５さん，読んでください．
Ｓ５：Ａ地点からＣ地点までの一本道の途中にＢ地点があり，Ａ地点からＢ地点まで坂を下り，Ｂ地点からＣ地点まで坂を上ります．いま，２人は同時にＡ地点を出発し，Ｂ地点で止まることなくＣ地点まで向かいます．なお，坂の上りと下りはそれぞれ一定の速さで歩きます．
Ｔ：まず，太郎さんの歩く様子のグラフからよみ取れることを挙げてみましょう．
（Ｓ：ワークシート記入）（Ｔ：グラフの板書）
横軸の目盛りは１時間，２時間，…，縦軸の目盛りは距離を表しています．
（Ｔ：机間指導）
Ｔ：では，確認していきましょう．
Ｓ６：６km 地点からスピードが遅くなっている．
Ｓ７：最初は$y = 6x$
Ｔ：変域は？
Ｓ７：０から１まで
Ｔ：xの変域は０以上１以下．比例のグラフですね．他はありますか？
Ｓ８：６km 地点がＢ地点です．
Ｔ：そうですね．
では，Ｂ地点がわかるように書いてみたいのですが，Ｂ地点は座標平面のどこになるのでしょうか．
Ｓ９：((1,6)を指して）ここ
Ｔ：(点を板書し）ここでしょうか．これだけですか？
Ｓ10：(←→向きに指を動かす)
Ｔ：そうですね．では，式で言うと何でしょう．
（反応なし）
Ｔ：では，ひいてみましょう．ｙ＝何？
Ｓ10：$y = 6$
Ｔ：直線$y = 6$上の点すべてがＢ地点を表していますね．プリントにも$y = 6$をなぞってみましょう．
では，他も求めてみましょう．Ａ地点は？
Ｓ11：原点
Ｔ：ここもそうですね．でも，さっきと同じように，x軸全部がＡ地点を表しています．
では，Ｃ地点も書いてみましょう．
Ｓ12：$y = 9$
Ｔ：そうですね．$y = 9$上の点がすべてＣ地点ですね．これで場所が分かりました．他はありますか．

Ｓ13：Ｂ地点から$y=3x$
Ｔ：違わない？
Ｓ13：Ｓが言えっていったから…
Ｓ14：原点通ってないじゃん.
Ｔ：原点を通っていないから違う.
Ｓ15：$y=3x+3$
Ｔ：そうですね．この＋３を求めるにはどうするの？
Ｓ14：左下に延ばす
Ｔ：延ばしてあげると切片が３ですね．式も求めた，場所も求めたね．距離も分かったね.
Ｓ15：ＡからＣまで２時間.
Ｓ16：ＡからＢまでとＢからＣまでかかった時間が一緒.
Ｔ：そうですね．では，速さはどうなるでしょうか.
Ｓ17：ＡからＢまでは時速６km，ＢからＣまでは時速３km
Ｔ：まだよみ取れることがあるかもしれませんが，次の課題に行きます．花子さんはＡ地点からＢ地点まで時速４km，Ｂ地点からＣ地点まで時速２km と書いてください．そして，太郎君のグラフに，花子さんのグラフを書き足していきましょう.
（Ｓ：グラフをかく）（Ｔ：机間指導）
Ｔ：では，グラフを書いてもらいましょう．Ｓ１８さん書いてください.
Ｔ：これでいいですね．間違っている人が何人かいたのですが，全員ができていたことが１つあります．時速４km だから，１時間で４km 進むと言うことは分かっていました．ですから，取れる点は？
Ｓ18：（１，４）
Ｔ：xが１で，yが４ということですね．ほとんどの人は(１,４)という点を取ることはできていました．その後，結ぶのですが，(１,４)で止まってしまっている人が結構いたんですね．でも，Ｂ地点に到着するまでこのペースです．モニターに映してみましょう．このように，(１,４)は通過しなければならないですね．(１,４)はＢ地点に到着する手前なので，Ｂ地点に到着するまでこの直線を延ばしましょう．座標は読んでもらうと分かると思いますが，(1.5，６)です．そこから時速２km になりますので，１時間で２km 進むペースになります．次に取れる点は？１時間後に２km 進むから？
Ｓ19：(2.5，８)
Ｔ：1.5 時間から１時間経って 2.5 時間．６km 地点から２km 進むから８km ということですね．そして，Ｃ地点まで進むので，グラフはこうなります.
Ｔ：では，次の課題にいきましょう．時間は１時間，２時間と進んでいきますが，２人が進んだ道のりの差について調べましょう．２人がどれくらいの距離離れているのかということを調べたいのですが，では３番．２人の距離はどのように変わるか？問題文を書きながら答えを書いていきましょう.
（Ｓ：問題解決）（Ｔ：机間指導）
Ｔ：みんなの答えを見ていると，離れていくと書いている人がいますが，どれくらいいますか？
（Ｓ：挙手）
Ｔ：縮まるって書いた人は？
（挙手０人）
Ｔ：他に書いた人はいますか？
Ｓ20：差が付く.
Ｔ：離れると言うこと？離れるだけ？では，意見として離れるというのが多かったのですが，実際に距離がどれくらい違ってくるのか調べていってもらいたいです．これは離れるという予想ですが，どのように調べていけばいいでしょうか．Ａ地点とＢ地点とＣ地点と，グラフのどの部分を調べればいいでしょうか.
Ｓ21：縦
Ｔ：縦方向で差を調べていけばいいということですね．２人の距離の差はどうなっているのかを調べるには真っ直ぐ縦に結べばいいですね．こういう見方で２人の距離の差を調べればいいですね．では，この距離の差を調べる分かりやすい方法ななんでしょう？グラフ書くとき何を書いていた？１年の時みんなできていたんだけどなぁ．点を取る前に何書いた？
Ｓ22：座標

S 23：表

T：表をかいてみましょう．では，罫線が引いてあるので，表を書いてみましょう．１番上の段をxとしましょう．次の段をy，太郎さんの動いたようすのyにしましょう．その次の段は花子さんの動いたようすのy，最後は２人の差を表すyとします．よみ取れるところ，３０分おき，つまり 0.5 時間おきの座標をよみ取っていってください．

（Ｓ：表を埋める）

T：最初はいいですよね．２人ともＡ地点にいるから，０，０，０，０．

T：太郎君の 30 分おきの様子を言ってください．

S 24：３，６，7.5，９，(その後言えず)

T：では，確認しましょう．太郎さんはＣ地点まで上ります，とあるから，Ｃ地点についたらその場に止まるとしましょう．だから，このあとは９のままにします．ちなみに 7.5 ってどういうふうに求めた？

S 24：適当

T：6km と 9km の真ん中 7.5km だから，でもいいですね．グラフからよみ取って何となくということでもいいでしょう．また，式をさっき求めていたからそれを使ってもいいと思います．では，花子さんは？

S 25：２，４，６，７，８，９

T：最初時速 4km ですね，つまり 30 分で 2km．途中から時速 2km ですから，30 分で 1km 進むということで，６，７，８，９となりますね．では，差は？

S 26：０，１，２，1.5，２，１，０

T：差はそのまま引き算すればいいですが，縦の赤い線のように距離の差を考えればいいですね．
これで，xと２人の差yの表がかけたのですが，最初，２人の距離は「離れる」と予想していたのですが，実際に離れるだけなのかということで，表の太郎さんと花子さんの表を消してみます．そうすると，yは０，１，２，1.5，２，１，０となっています．では（５）番．２人の距離の差は離れると言ってよいですか？

S 27：よくない！

T：そうですね．離れているとは言えない．では，実際にどうなっているの？

S 27：離れて縮んで，離れて縮む．

T：最初０，１，２と離れて，そのあと 1.5 になるから縮まっている．その後また２になるから離れる．そのあと１，０となるから縮まる．離れたり縮まったりする時間はいつなの？では，（６）番，いつ？離れたり縮まったりする時間はいつでしょうか．

S 28：xが１のとき．

T：xが１時間の時に変わる．いいですか？

S：はい．

T：次は？

S 29：1.5 のとき変わる．

T：1.5 時間後の時変わりますね．次は？

S 29：２

T：２時間後に変わりますね．次は？

S 29：３

T：そうですね．３時間で０になるから．では，グラフはどうなるの？

S 29：M字形．

T：M字形．座標の点を取って結ぶとこんな感じですね．(モニターに映す)
では，M字形のグラフを書いてみましょう．こんなグラフみたことありますか？

S 29：ない．

T：時間が来てしまいましたが，（７）番をやります．出発して 1.5 時間のときの前後，1.3,1.4,1.5,1.6,1.7 時間の時の様子はどうなっているのでしょうか？グラフでも表でもいいですよ．

S 30：縮まる．

T：太郎さんは上り，花子さんは下り，だからその差は縮まる．だから，グラフは右下がりになっている．
差が縮まっている．1.5 時間をこえると？

S 31：離れる．

Ｔ：２人とも上るよ．しかも上る速度はどっちが速い？
Ｓ29：太郎
Ｔ：太郎さんのほうが速いので，やがて離れていく．ということがグラフからよみ取れますね．時間と距離に関するグラフ，ダイヤグラムをやりましたが，それとはまた違う印象があるかな，と思います．差を表すグラフと言うことで離れていくなぁ，縮まるなぁ，また離れて，縮まるなぁ，というイメージを付けてもらえるといいですね．では，最後に，一番離れるのはいつ？
Ｓ29：１時間と２時間
Ｔ：そうですね．逆に，2 人の距離の差が 1 km になるのはいつか，というと？
Ｓ29：0.5，2.5
Ｔ：0.5 時間，2.5 時間ということもわかります．最後駆け足になってしまいましたが，グラフのよみ取りができるようにしてください．では，プリントを集めてください．終わります．

③研究協議
(1) 授業者から
・他のクラスで授業したときには，表をかくところまでしか到達せず，それではまずいと思い，本時はペースを上げた．後半結構急いだが，(９)までいったので，やり方次第で十分この指導案でいけると思う．
・最初の太郎さんの速さのよみ取りについては，遅く変化していくイメージがとらえられていた．
・他のクラスで事前に授業した際には，Ｃ地点からＡ地点へ戻るときにはどのようになるのかを考えようとする生徒もいた．この課題が広がっていく印象をもった．
・数学が得意な生徒は，すぐにイメージがついていたように思うが，他の生徒や苦手な生徒がどんな状況であったのかがわからない．
(2) 課題場面について
・写真を提示したことによって状況がイメージできてよかったと思う．もし，写真を見せないとどのような反応になっていただろうかと思った．文章だけで生徒は解読することができただろうか．
・はじめから，２人がいるということを，どのような状況からつくり出せばいいのかとふと考えた．一本道は出てくるけど，２人が登場していない．風景の提示はよかったが，２人の存在，動きまでが課題場面であるので，２人が登場する提示があるとよかった．
・下るときは速く，上るときは遅くなるというイメージがもてる生徒と，もてない生徒がいる．簡単な断面図をかいてあげるとイメージできることもあると思う．授業についていけない生徒への視覚的な援助があったほうがいいのでは．
・絵でもよいからあるといい．ただ，断面図だと傾きが出てしまうので，ここで与えるのはあまりよくないと思う．傾きがわからないくらいの絵，つまり，傾斜角はきめないで，波のような谷のような，そしてそこに緑があるといったくらいの絵にとどめる．
・２人の距離の間という変化というなかなかよい場面を取り上げている．関数では変域との関係が出てくることが大切であり，何をよみとるかが大切だということをこの次の時間におさえればよい課題だと思った．
(3) 課題１(グラフ)について
・グラフのx軸の小数点がよみにくいですね．分と時間とを勘違いしている生徒もいたと思う．
・x軸の小数点の点がグラフの方眼と重なっているのでそこを改善すればよいと思う．
・この課題で何分かけるかが勝負だと思う．単純に時間できってしまう．授業者の先生はどこまで考えが出ればよいと思いますか．
・方眼のマス目上の点がよみさえできれば，式まででなくてもよかったと思う．
・生徒は，１に対して６(時速)をよみとれているのですか．まだわかっていないですか．
・生徒の発表の際に，速さの考えが先に出たら式へ，先に式の考えが出たらその式から速さが出ればいいですかね．
・ここは１５分(授業が始まってから１５分経過したところ)で時間を区切ってしまって，万一，時速の考えが生徒から出なかったときにはこちらで出してしまう．それぐらいでもいいのかなと思う．
・最低限意見を出させたいのは，速さ，時間，Ｂ地点に到達した時間，Ｃ地点に到達した時間です．
・位置を強調しようという$y = 6$をいれることは考えさせたい．
・指導案の留意点の「太郎さんは 1.5 時間後に 7.5 ㎞の地点にいることも生徒から出るとよい」は，後か

ら気づけばいい．

・速さが出た段階で，どんな式になるか問いかけていいのではないですか．($y = 6x$ の方)

・「グラフからどんなことがよみとれますか？」というオープンな形でいいでしょうか．もっと具体的に提示してもよいのかとも思う．たとえば，速度の方に向けさせていくとか．

・でも速さがわからなくても次へいけますよね．

・今言うことが適切かわからないけど，２つのグラフをかきこむとき，生徒がとまっているんですよね．そして，変域をかくとき，両端をいれるかいれないか(変域の不等号の等号)

・焦点化していいのか．ここでかけることがどういうことなのかな．課題１は，目的意識を失う．速さは部分で，時系列は全体．このくらいオープンに聞いて，出なかったら，出るように発問していくというような流れで１５分で区切る．

・$y = 3x + 3$ の切片３まで説明していたので，それは後にしておいた方がいい．

(4) 課題２について

・ここは板書した方がいいですね．

A→B	B→C
時速４㎞	時速２㎞

・時速４㎞，（１，４）は大体とれていたかと思う．
できていない生徒でも「４時間で何㎞進む？」と発問すると，４㎞と答えられていた．

・（１，４）の次に（２，６）をとる生徒がいる．結構数学が得意な生徒でもこのような間違えをしている生徒がいる．

・今の誤答を議論の対象にしないといけない．

・同時に出発したということをもっと強調しないといけない．課題場面の坂道で判断していない．風景に見えるような状況を理解していないと，太郎さんのグラフを理解していないとかけない．
そこ何か発問した方がいいですよね．「(２)かきいれてみましょう」から，間違えさせて，そこを突っ込むような議論．誤答例と正答例，そこを説明させたり，なぜいけないのかを発問したり，「じゃあどうすればいい？」とか．正しいグラフと間違えのグラフを出してどっちがいいのか発問したり，ここに(３)としておこしたりすることが大切．太郎から得た情報を花子さんにいかに活かすか，ポイントは花子さんのグラフ．

・指導案のグラフと課題３の間の行に「(３)どのグラフが正しいですか」を入れる．
どれが一番適切なのか議論させる．これによって指導案の(３)以降の内容がひとつずつずれていく．
指導案の(３)→改訂後(４)，(４)→改訂後(５)，・・・

・留意点に「（１,４）をさして，「これはＢ地点ですか？」などと聞き，太郎さんから得た具体的事象に振り返って話し合わせる．」を入れる．

・指導案の留意点に「x,yの変域を確認する」ってありますが，(２)のグラフのところで，太郎さんが動かないところをグラフに実線で入れておく必要がある．

・指導案の(４)（改訂後の(５)）の段階で，授業者は距離の差を表す矢印を入れた．
(４)の段階でy 軸に平行な直線を入れていいのかなと思った．

・坂道のゴールが６㎞であることがわかれば十分なので，指導案の留意点にある「x とy の変域を確認する」は削除する．

・課題１で，基本的なグラフのよみをおさえる．
課題２で，具体的な事象をおさえることに立ち戻って，より深いグラフの理解，つまり事象とグラフがつながる．このことが問題解決につながる．
指導案の課題１の学習活動のところに，「グラフのよみをおさえる」を，
指導案の課題２の学習活動のところに，「事象とグラフ」を，
指導案の課題３の学習活動のところに，「相対距離」をかきたすのはどうか．

(5) 課題３について

・授業で「２人の距離はどのようになりますか．」と言ってしまった．ここは，「２人の間の距離について調べましょう．」と言ってほしい．

・課題１で１人，課題２で花子さん，課題３で２人が登場するのかと思った．
２人の動きのシミュレーション（２人が動いているときの断面図のようなもの）があるとよかった．

・指導案の(３)（改訂指導案(４)）の差を考える場面では，「離れる」とかいてある生徒がほとんどであったが，「離れることも縮まることもある」とかいている生徒もいた．
・文章だけで「時間にともなって２人が進んだ道のりの差について調べましょう．」と提示されるとわかりにくいけど，シミュレーション図を提示して，「２人の間の距離」とした方が生徒はわかる気がする．
・課題３の文章「時間にともなって２人が進んだ道のりの差について調べましょう．」を「２人の間の距離はどうなるでしょうか.」 にする．あるいは，「２人の間の距離は縮まることはあるのでしょうか.」と聞いてしまう手もある．
・今日の様子を見る限り活動が広がっていたので，課題３の文章は,「２人の間の距離はどうなるでしょうか.」の方がいいと思う．
・課題３の文章
　→「２人の間の距離はどのようになるでしょうか. ２人ともＣ地点に着いたらその場にいるものとします.」に変更してはどうか.
・今日の授業では，最初から「表をかく」という手段を発問で引き出そうと誘導していたように思う．十分に時間をとって自由に関係を調べさせ，その活動の中で表をかかせたい．
・変域と対応，関数ではここできちんとおさえておくことが大切．
・指導案の学習活動「表からグラフを完成させる」
　→「表・グラフなどを活用して問題解決を図る」に変更する．
・グラフ用紙がプリントの隅に印刷されていたので，生徒はすぐにグラフをかいたり，上手にかいていたりしたが，このグラフ用紙は必要ですかね？
・このワークシートのグラフ用紙を残すなら「(距離の差：㎞)」は消す．x 軸，y 軸の数値はなくてもいいかも．
・もっと広くかくスペースをとっていいかも．
・プリントの右側全面を点線の格子のワークシートにして，表をかくにも，グラフをかくにもかきやすいようにしておくのも１つの方法.
・指導案の(４)の
「ｙ＝(太郎さんの位置)－(花子さんの位置)として表やグラフをつくり，考えてみましょう．」
　→「(５)どのように調べればよいでしょう．実際に調べてみましょう．」に変更してはどうか.
・なぜ曲線にならないかについても，時間があればそういう議論があってもいい．
M字の形のグラフになることが，どのような状況なのかも時間をかけてできたらいいですね．
・曲線という生徒はいないんですね？
力のある生徒だったら,「なんで左右対称なの？」「数値を変えたらどうなるの？」「速度を変えたら対称はくずれるか？」など意見も出てきて，発展的扱いもできそうです．レポート課題にもできる．
発展として，なぜ直線なのか，なぜ左右対称なのか考えさせてもいい．
・調べたことをことばで表させる．「それをことばで説明しましょう．」と投げかけ，発表させる．
・個人学習でも，グループ学習でもよい．
・指導案「(５)２人の距離の差は縮まったといえますか.」→「(６)調べたことをことばで表しましょう．」に変更してはどうか.
・指導案「(６)２人の距離の差が縮まっていくのはいつですか.」→「(７)発表しましょう．」に変更してはどうか.
・指導案「(７)(８)(９)」→「(８)生徒の発表をもとに，質問を投げかけ内容を深める．」に変更してはどうか.
・「本時のねらい」を次のように変更する．
　・グラフが何を表しているか，よみ取ることができる．
　・グラフや情景図などを活用して事象を把握し，表現することができる．
　・表・グラフ・式などを使って，問題解決することができる．

（６）速さに関するグラフのよみの生徒の実態

太郎さんのグラフのよみ取りの場面で，グラフ上でのＢ地点を確認したにもかかわらず，花子さんの動くようすをグラフに表したときに，誤答が多くみられた．授業後の研究協議の中で，折れ曲がる前後の速さの違いについて，どのように生徒が捉えているか，疑問となった．グラフの傾きぐあいと速さの関係について実態を把握する必要から，次の調査を行うことにした．

○調査実施校と対象生徒

東京都公立中学校３校：中１生徒５７名，中２生徒６７名，中３生徒６９名　　計１９３名

○出題のねらい

問題１①④　同一座標平面上の２つの直線のグラフから，車の速さを比べることができる．

問題１②③　同一座標平面上の２つの直線のグラフから，車の進む方向をとらえることができる．

問題２　　　速さ，時間，道のりの関係から，比例，反比例をとらえることができる．

○問題作成の工夫

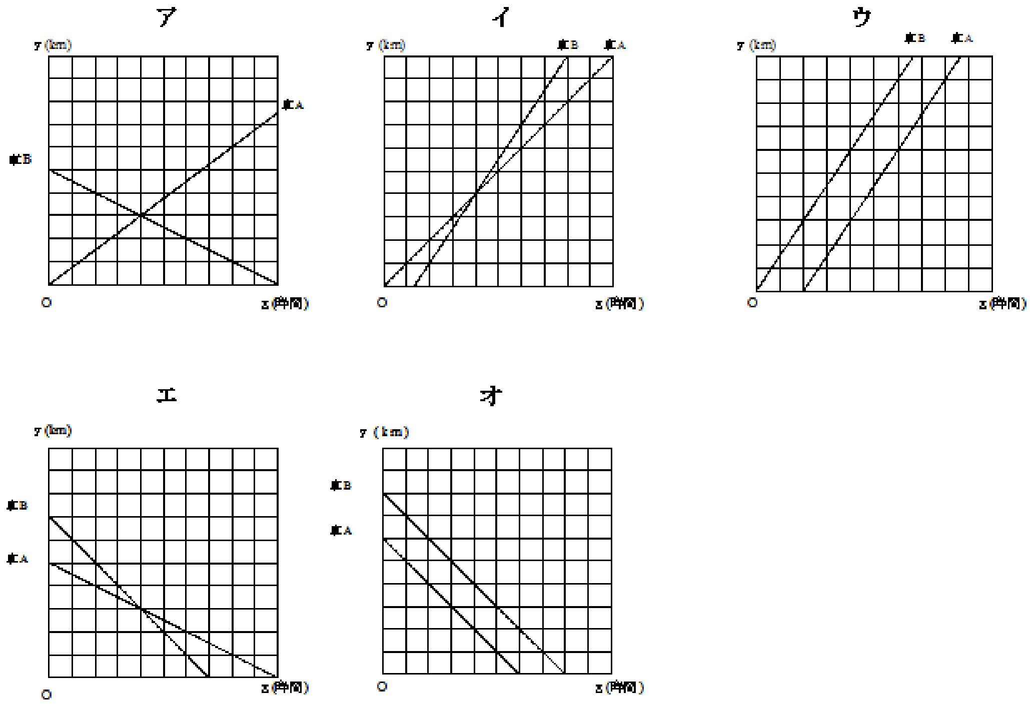
本委員会が作成したグラフのよみに関する調査問題の一部をねらいに合うように改訂した．＊1

○実施時期・調査時間

平成２７年７月上旬・１０～１５分間

調査問題

１　東西に走る道路があります。次のグラフは，その道路を走る車A，Bの進行のようすを表したものです。ただし，ある時刻の走った道のりを基準０ｋｍとし，x時間後に進んだ道のりをyｋｍとしています。次の①～④について記号**ア～オ**で答えなさい。



①　１時間あたり進む道のりが車Ｂの方が大きい場合をすべて答えなさい。

②　車A，Ｂともに同じ方向に走っている場合をすべて答えなさい。

③　一方の車が東の方向へ，他方の車が西の方向へ走っている場合をすべて答えなさい。

④　車Ｂより車Ａの方が速い場合をすべて答えなさい。

２　次の①～③で，yがxに比例するものには○を，反比例するものには×を，どちらでもないものには△をつけなさい。

①　車が時速４０km でx時間進むときの道のり$y$km

②　車が時速$x$km で２時間進むときの道のり$y$km

③　車が１２０km の道のりをx時間で進むときの時速$y$km

○結果と分析（**◎は正答を表す**）

問題１①「１時間あたり進む道のり が車Ｂの方が大きい」場合

イ，エ…69 名（35.8%）◎
エ，オ…19 名（ 9.8%）
オ…12 名（ 6.2%）
無答… 3 名（ 1.6%）

「ア」を含めて解答した生徒… 31 名(16.1%)
「イ」を含めて解答した生徒…117 名(60.6%)
「ウ」を含めて解答した生徒… 48 名(24.9%)
「エ」を含めて解答した生徒…138 名(71.5%)
「オ」を含めて解答した生徒… 73 名(37.8%)

最も多かった解答は，正答の「イ, エ」を選んだものである．1，2 年の正答率は約 30%であったが，３年の正答率は 46%であり，１次関数の学習修了後の実態であると判断することができる．次いで「エ, オ」を選んだ生徒が多かったが，走っている道のりで考えたものと思われる．「オ」を含めずに解答した生徒は，１年は 53%，２年は 60%，３年は 72%であり，グラフが右下がりであるという困難性がありながら,「平行である＝同じ速度である」ことが学年進行とともに理解していると判断することができる．

問題１②「車Ａ，Ｂともに同じ方向に走っている」場合

ウ，オ…98 名（50.8%）
イ，ウ，エ，オ…66 名（34.2%）◎
イ，ウ，オ…11 名（ 5.7%）
無答… 2 名（ 1.0%）

「ア」を含めて解答した生徒… 2 名（ 1.0%）
「イ」を含めて解答した生徒… 86 名（44.6%）
「ウ」を含めて解答した生徒…187 名（96.9%）
「エ」を含めて解答した生徒… 71 名（36.8%）
「オ」を含めて解答した生徒…177 名（91.7%）

最も多かった解答は，「ウ, オ」を選んだもので，50%以上の生徒が答えた．１年は 52.6%，２年は 62.7%，３年は 37.7%であり，１次関数の学習修了後の実態であると判断することができる．なお，「イ，ウ，エ，オ」と解答した生徒は，1，2 年の反応率は 27～28%，３年の反応率は 46.4%であり，１，２年より高く，「ウ，オ」との関連があると考えられる．

また，「ウ，オを含めた」解答をした生徒は，90%以上いる．この反応には２通りの状況が考えられる．１つは，「ウ，オ」だけのように，「平行＝同じ方向」と捉えている．

しかし，前調査*[1]では，この状況を２台の車が並走ととらえていたので，
「平行＝並走＝同じ方向」と分析することもできる．つまり，違う速さでも同じ方向に車が走る場合のグラフをよみ取ることが困難である．もう１つは，「イ，ウ，オ」のように，「エ」のグラフ（右下がりのグラフ）のよみ取りに困難性があると分析することができる．

問題１③「一方の車が東へ，他方の車が西へ走っている」場合

ア…131 名（67.9%）◎
ア，イ，エ… 31 名（16.1%）
ア，エ… 21 名（10.9%）
無答… 3 名（ 1.6%）

「ア」を含めて解答した生徒…185 名（95.9%）
「イ」を含めて解答した生徒… 34 名（17.6%）
「ウ」を含めて解答した生徒… 3 名（ 1.6%）
「エ」を含めて解答した生徒… 57 名（29.5%）
「オ」を含めて解答した生徒… 1 名（ 0.5%）

最も多かった解答は，正答の「ア」を選んだものである．また，「ア, イ, エ」や「ア, エ」を選んだ生徒も一定数おり，２つのグラフが交わっているものを選んだ．つまり，交わっているグラフはすべて違う方向に進んでいるととらえている．また,「ア, エ」と答えた生徒は,「イ」を選ばなかったことから，２つの右上がりのグラフは同じ方向に進んでいると判断できたものの，２つの右下がりのグラフが同じ方向に進んでいることのよみ取りには困難性があると分析することができる．

問題１④「車Ｂより車Ａのほうが速い」場合

ア…60 名（31.1%）◎
ア，オ…15 名（ 7.8%）
ア，イ…13 名（ 6.7%）
無答… 6 名（ 3.1%）

「ア」を含めて解答した生徒…132 名（68.4%）
「イ」を含めて解答した生徒… 61 名（31.6%）
「ウ」を含めて解答した生徒… 39 名（20.2%）
「エ」を含めて解答した生徒… 41 名（21.2%）
「オ」を含めて解答した生徒… 57 名（29.5%）

最も多かった解答は，正答の「ア」を選んだものであるが，正答率としては低い．学年別の正答率は，１年は 19.3%，２年は 28.4%，３年は 43.5%で，学年進行とともに上昇している．なお，「ア」を含めて解答した生徒は 68.4%であり，「ア」以外の選択肢と組み合わせて解答した生徒が多く，解答の種類も多岐にわたる．この傾向は，「ア，イ」や「ア，オ」を含めた解答についても同様である．速いという意味が正確に捉えられていない．

問題１①④のクロス集計（単位：%）

①＼④	ア	ア，イ	ア，オ	その他	無 答	計
イ，エ	◎25.9	0.5	2.1	7.3		35.8
エ，オ	0.5	0.5	1.0	5.7	1.0	9.7
オ		0.5		5.7		6.2
その他	4.7	5.2	4.7	30.6	1.6	46.8
無 答				1.0	0.5	1.5
計	31.1	6.7	7.8	51.3	3.1	100.0

①で正答の「イ，エ」を選んだ生徒のうち，④でも正答を選んだ生徒は 72.3%である．
④で正答の「ア」を選んだ生徒のうち，①でも正答を選んだ生徒は 83.3%である．

問題１②③のクロス集計（単位：%）

②＼③	ア	ア，イ，エ	ア，エ	その他	無 答	計
ｲ，ｳ，ｴ，ｵ	◎33.2	0.5	0.5			34.2
イ，ウ，オ	2.1		3.1	0.5		5.7
ウ，オ	28.5	14.5	5.7	1.6	0.5	50.8
その他	3.6	1.0	1.6	1.6	0.5	8.3
無 答	0.5				0.5	1.0
計	67.9	16.1	10.9	3.6	1.6	100.0

②で正答の「イ，ウ，エ，オ」を選んだ生徒のうち，③でも正答を選んだ生徒は 97.1%である．
③で正答の「ア」を選んだ生徒のうち，②でも正答を選んだ生徒は 48.9%である．

問題１の集計結果から，次のことがいえる．
・２台の車の走る方向がグラフからよみ取ることができていない．
特に，右下がりのグラフのよみ取りに困難性がある．
・傾きぐあいと速さの関係について，生徒の理解に振動がある．

問題２　①「速さが定数」の場合　　②「時間が定数」の場合　　③「道のりが定数」の場合

（網掛けは正解．各解答左側の上段１年，中段２年，下段３年を表し，右側は全体を表す）

人	２①		２②		２③	
○	52		24		5	
	55	163	45	108	4	20
	56		39		11	
×	3		9		45	
	12	24	13	38	47	140
	9		16		48	
△	1		23		6	
	0	4	9	45	16	31
	3		13		9	
無答	1		1		1	
	0	2	0	2	0	2
	1		1		1	
計	57		57		57	
	67	193	67	193	67	193
	69		69		69	

%	２①		２②		２③	
○	91.2		42.1		8.8	
	82.1	84.5	67.2	56.0	6.0	10.4
	81.2		56.5		15.9	
×	5.3		15.8		78.9	
	17.9	12.4	19.4	19.7	70.1	72.5
	13.0		23.2		69.6	
△	1.8		40.4		10.5	
	0.0	2.1	13.4	23.3	23.9	16.1
	4.3		18.8		13.0	
無答	1.8		1.8		1.8	
	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0
	1.4		1.4		1.4	
計	100		100		100	
	100	100	100	100	100	100
	100		100		100	

①で正答を選んだ生徒は全体で 84.5%であるが，学年によりばらつきがある．1 年の正答率は，2，3 年の正答率より 10%ほど高い．また，反比例と判断した解答は，2，3 年の方が 10%ほど高い．

②で正答を選んだ生徒は全体で 50%程度であり，どの学年も①より正答率は低い．また，反比例と判断したり，どちらでもないと判断したりした生徒は多い．特にどちらでもないと判断した 1 年は 40.4%と高い．また，反比例と判断した生徒は，どの学年でも 15～20%程度いる．

この問題は，時間が一定で速さが変化する問題で，

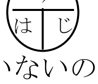
・速さ(内包量)を変数とする場面が考えづらいこと

・独立変数 x が速さ(内包量)である場合で，小学校以来このような扱いがほとんどなく，
　また，割合の学習は困難性が高いこと

が原因であると考えられる．

③で正答を選んだ生徒は全体で 72.5%であり，学年間のばらつきはあまりない．しかし，比例と判断した生徒は，３年で多くみられ，15.9%であった．また，どちらでもないと判断した生徒が，どの学年でも 10～20%程度いる．特に，２年は 23.9%と高い．

問題２の集計結果から，①～③を比較すると，②は全体として特に低い．これは，上記で示したように，独立変数 x が割合であることが，①③と異なり，このことが影響していると考えられる．

解答欄に表が添えられている生徒は，どれも正解に至っている．また， 

のようなメモを添えていても誤答がみられ，この形式的な図では，理解の本質に至っていないのではないか．

（７）改訂指導案

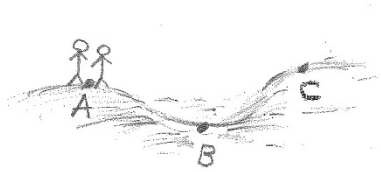
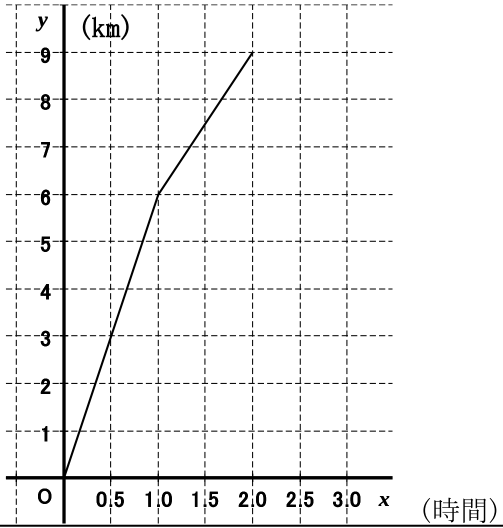
◎本時のねらい

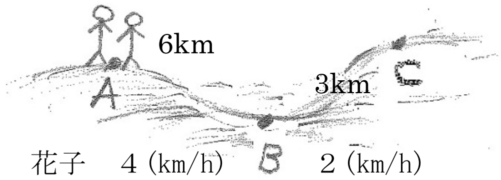
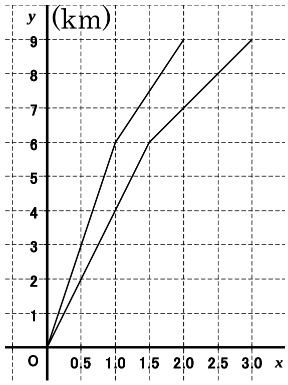
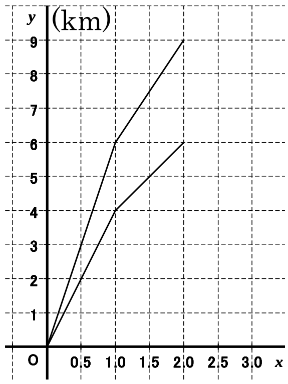
・グラフが何を表しているか，よみ取ることができる．

・グラフや情景図などを活用して事象を把握し，表現することができる．

・表・グラフ・式などを使って，問題解決することができる．

◎本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する	課題場面 Ａ地点からＣ地点までの一本道の途中にＢ地点があり，Ａ地点からＢ地点まで坂を下り，Ｂ地点からＣ地点まで坂を上ります．いま，２人は同時にＡ地点を出発し，Ｂ地点で止まることなくＣ地点まで向かいます． なお，坂の上りと下りはそれぞれ一定の速さで歩きます．	・課題場面を提示する． 情景図を用いて，課題場面のイメージをもたせる． 
課題１を把握する	課題１ 次のグラフは太郎君の歩く様子を表しています．  	・坂道の上る場面，下る場面では２人はそれぞれ一定の割合で歩くことを強調する．
グラフをよむ	(1) グラフからどんなことがよみとれますか． ア　２時間後にＣ地点に到着した． イ　１時間後にＢ地点に到着した． ウ　Ｂ地点からＣ地点まで速さは時速３ｋｍである． エ　Ａ地点からＢ地点まで速さは時速６ｋｍである． オ　Ａ地点からＣ地点まで９ｋｍである． カ　Ａ地点からＢ地点まで６ｋｍである． キ　Ｂ地点からＣ地点まで式に表すと$y = 3x + 3$ である ク　Ａ地点からＢ地点まで式に表すと$y = 6x$ である ケ　Ａ地点からＣ地点までの平均の速さは時速 4.5ｋｍである．	・途中で速さが変化することに気付かせ，グラフがどのように変化するかを理解させる． ・意見が出てこない場合は，座標がよみ取れるようにするための発問をする． ・最低限，速さ，時間，Ｂ地点に到達した時間，Ｃ地点に到達した時間を出させる．

課題２を 把握する	課題２ 花子さんは，Ａ地点からＢ地点，Ｂ地点からＣ地点までの速さがそれぞれ時速４km，２km であった． 花子さんの動きを表すグラフはどうなりますか．	
条件から 花子さん のグラフ をつくる	(2) 太郎さんのグラフに花子さんの動きを表すグラフをかき入れてみましょう． ア  花子　４(km/h)　２(km/h) ６÷４＝1.5 時間　３÷２＝1.5 時間 だから，下のグラフになる  (時間) イ（誤答）  (時間) ウ　ア，イ以外	・グラフをかく前に，グラフの概形を考えさせる． 「太郎さんのグラフと同じような折れ線になる」 「太郎さんのグラフよりも花子さんのグラフが下になる」 ・イのグラフは，あらかじめ用意しておく．
正しい グラフを 判断する	(3) どのグラフが正しいですか．また，その理由は何ですか．話し合いましょう． ア　アのグラフが正しい． イ　太郎のグラフと同じように，花子も１時間後に速さが変わるはずだから，イのグラフが正しい．	・話し合いが滞ったら，絵をもう一度見てみようと示唆を与える．（Ａ～Ｂ間とＢ～Ｃ間の距離が一定であることを図で把握させる．） ・さらに，花子さんはＢ地点まで何時間かかるかを考えさせる． ・Ｂ地点はＡ地点から何 km 離れたところにあるかを考えさせる． ・話し合いの中でイを支持する考えを変えない生徒には，(1,4)を指して，「ここはＢ地点ですか」と聞く．

課題３を把握する

課題３

花子さんがＣ地点に着くまでは，太郎さんはＣ地点にいるものとします．２人が出発してからの２人の間の距離はどうなりますか．次の①～③から選びましょう．

① 離れる　　② 縮まる　　③ どちらともいえない

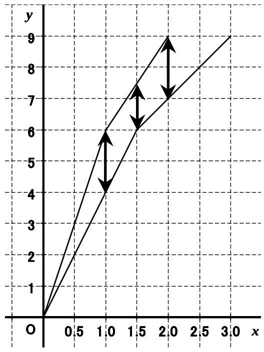
・課題３の条件に合うように太郎さんのグラフに付け加えさせる．

２人の間の距離を考える

(4) ①～③から選び，その理由を考えましょう．

ア　①グラフの見た目から．
イ　①グラフの２つの直線が離れていくから．
ウ　①太郎さんの速さが速いから．
エ　①２直線の横幅が広がるから．
オ　①２人の速さが違うから．
カ　②１時間と 1.5 時間を比べたら縮まっているから．
キ　③最初離れたけど，Ｃ地点でまた出会ったから．
ク　③グラフを縦に見て，
　０～１時間後は離れる．
　１～1.5 時間後は縮まる．
　1.5～２時間後は離れる．
　２～３時間後は縮まる．

・クの意見が出るとは限らない．その場合は，深入りせず，(5)で表や新たなグラフでそれを確認させればよい．



表やグラフなどを活用して問題解決を図る

(5) ２人の距離が縮まるか離れるか，(4)の理由を表やグラフを使って調べましょう．

ア　グラフからその差をよみ取り（右図），表をつくる．

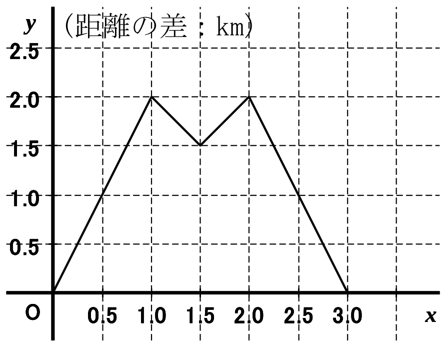
x　（時間）	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
差 $y_1 - y_2$ （km）	0	1	2	1.5	2	1	0

イ　２人の進んだ距離を考え，表をつくる．

x　（時間）	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
太郎 y_1 （km）	0	3	6	7.5	9	9	9
花子 y_2 （km）	0	2	4	6	7	8	9
差 $y_1 - y_2$ （km）	0	1	2	1.5	2	1	0

離れる　縮まる　離れる　縮まる

ウ　xを時間，yを２人の進んだ距離の差としてグラフをかく．



・太郎さんは 1.5 時間後に 7.5ｋｍの地点にいることも生徒から出るとよい．

○１時間で３km だから，0.5 時間で 1.5km

○$y = 3x + 3$ に$x = 1.5$ を代入

・グラフの考えが出ない場合は，教師が提示し，そのグラフの増減のようすから，「離れる・縮まる」ということばに当てはめ，よみ取らせる．

・もとのグラフから４つの場合分けが考えられ，それぞれの変域に対応した太郎と花子の動きに関する１次関数の式の組合せがある．その組合せからできる新たな１次関数の変化の割合の比較から，考察する生徒もいる．

（例）０≦ｘ≦１のとき，
太郎：$y = 6x$
花子：$y = 4x$
６－４＝２だから，
１時間あたり２km ずつ離れる．

グラフを 利用して 問題解決 を図る	(6) ２人の距離の差が 1.5km になるのはいつですか. 考えてみましょう. ア　グラフから３回あると判断して, 0.75 時間(45 分) 1.5 時間(1 時間 30 分) 2.25 時間(2 時間 15 分). イ　表から判断して，1.5 時間.	

３．今後の課題

以上のことから，今後は，次の①～③を課題として，研究を進めていく.

① 関数指導における速さ・速度の概念についての研究を行う.

② 小・中・高の関数指導における速さ・速度に関する系統的な教材研究と，授業のあり方について研究を行う.

③ グラフと速さ・速度に関する生徒の実態を把握し，理解するための学習段階の研究を進める.
そのために，調査問題を再構成し，実態調査を通してそれを追究する.

［参考文献］

＊１　東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

・日数教(福岡)大会発表資料　2012(H24)年
「『変化の割合』の指導について
～第１学年　関数の利用におけるグラフのよみと関数ｙ＝ａｘのａの意味～」

・日数教(山梨)大会発表資料　2013(H25)年
「『変化の割合』の指導について
～第１学年 関数の利用場面における関数ｙ＝ａｘのａの意味～」

・日数教(鳥取)大会発表資料　2014(H26)年
「『変化の割合』の指導について
～速さに関する課題を，変域を拡げて考察する～」

○東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会**「中学校数学科　関数指導を極める」**，明治図書，2012.9

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

今宮　一貴（足立区立加賀中学校）
小高　洋平（豊島区立千川中学校）
風間喜美江（香川大学）
菅田　圭一（足立区立第十中学校）
齋藤　圭祐（墨田区立東吾嬬小学校）
関　富美雄（渋谷区立上原中学校）
高村　真彦（板橋区立高島第二中学校）
高山　琢磨（町田市立町田第一中学校）
塚本　桂子（世田谷区立烏山中学校）
中本　信子（筑波大学附属桐が丘特別支援学校）
橋爪　昭男（足立区立第十四中学校）
半田　進（東北福祉大学）
稗田　浩士（新宿区立新宿西戸山中学校）
堀　孝浩（練馬区立開進第一中学校）
山本　恵悟（足立区立千寿青葉中学校）
吉田　直樹（元中野区立中野中学校）
吉田　裕行（世田谷区立砧中学校）