

変化の割合と学習段階

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

目次

	ページ
1. 研究のねらいと方向	2
2. 研究の内容	
(1) 指導を考えた学習段階	3～ 4
(2) 調査問題とそのねらい	5～ 7
(3) 調査結果と考察	7～14
(4) 指導の改善	15～30
3. 今後の課題	31
参考・引用文献	31
資料	32～35

1. 研究のねらいと方向

本研究は、「変化の割合」の意味の理解の指導やその概念の育成をねらいとするものである。

昨年度の全国(高知)大会において、「変化の割合」の理解や概念について質的な移行をするために、以下のような指導が考えられることを発表した⁽¹⁾。

- (1) 問題解決の場面で、何をしてもよいかわからなかったり、問題解決の手段をもっていなかったりする生徒に対しては、関数のどの授業でも、考えるきっかけとして、まず表をかき、2変量の関係に着目させる指導を行う。
- (2) x , y の値の変化や対応を意識した指導を行っていく。
- (3) 第1学年の比例の学習では、「 $(y$ の値) \div (x の値)」、「0からの区間」の学習が中心である。しかし、第2, 3学年になってもそのような段階から脱却できない生徒がいる。1次関数や関数 $y = ax^2$ などにおける「変化の割合」を理解・利用させる場面では、区間を意識させる指導を行い任意の区間への質的な移行を行っていく。
- (4) 「変化の割合」を調べるために、いろいろな場面で区間をとらせ、次の学習段階をふんでいく。

第1段階・・・ x が1増加

第2段階・・・ x が整数値の増加

第3段階・・・ x が小数値(分数値)増加

- (5) 有限個の区間において「変化の割合」を調べる態度を育てるような指導を行う。

これらのことを踏まえ、「変化の割合」の指導には、特に(3)～(5)が重要であると考えている。

そこで「変化の割合」の理解や概念の育成を図るため、子どもたちがそれをどうとらえ、どのような理解の状態であるか知り、またどのように変容させられるのかを研究していく。次の①～⑦の手順で、研究を進める。

- ① 生徒の実態を把握するため、調査問題を実施
- ② 指導を考えた学習段階の設置、それに対応させた①の集計
- ③ ②の分析、考察
- ④ 調査問題の改訂、実施
- ⑤ ④の集計、分析、考察
- ⑥ 指導法の改善
- ⑦ ⑥による生徒の変容や段階の移行を知り、さらなる指導の改善

今回は、④～⑥について発表をする。

2. 研究の内容

(1) 指導を考えた学習段階

「変化の割合」に関する内容は、関数の中心的な学習である。関数の学習は、表、グラフ、式で表すことやその活用が大切であるとよくいわれるが、そこにはそれぞれの場面で、変化の割合やその素地的な見方・考え方があってこそ、表、グラフ、式が有用に働くことになる。

一方、関数指導を考えると、「変化の割合」に関する内容は、第2学年で初めて意識され、そこでは変化の割合の定義を与え、その計算方法が示され、それを求める指導のみに終始する指導をしばし目にしてきた。そこには、小学校の「割合」や中学校の変化の割合の素地的な学習を考えることはほとんどなく、その概念や意味を扱う指導が少ないという実態がある。また、生徒の「変化の割合」に関連する過去の実態調査⁽²⁾では、変化をとらえること、割合の概念などについて、生徒が困難性を示す内容であることが明らかになっている。

このようなことをふまえ、本委員会では、次のような指導の提案⁽³⁾をしてきた。

変化の割合の概念を育成するための指導の提案

第2学年の関数の「変化の割合」の意味、つまり $y = ax + b$ の「 a 」の意味が理解されていないことが多い。本委員会では、この実態を受けて、これまで第2学年の指導の改善を行ってきた。この改善によって、「 a 」の意味の理解はなされてはきたが、中学校3年間の関数指導を考えると、この意味は深く、また第3学年や高校へのつながりも大きい。したがって、第1学年からこのことを意識しての指導を考えることが必要である。各学年の関数の「変化の割合」の概念とその指導は、次のような流れで指導することを提案する。

小学校 (割合) = (比べる量) ÷ (もとにする量)

中学校第1学年 比例の関係 $y = ax$ において $\frac{y \text{の値}}{x \text{の値}} = a$ *

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \frac{(y \text{の値}) - 0}{(x \text{の値}) - 0} = a \\ \downarrow \\ \frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}} = a \end{array} \quad **$$

第2学年 1次関数 $y = ax + b$ において $\frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}} = a$

第3学年 関数 $y = ax^2$ において $\frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}}$

(*について)

中学校第1学年の教科書では、aの意味に多少ふれてはいるが、指導では積極的に行われてこなかった。特に、(yの値) ÷ (xの値) は小学校で学習した割合と結びつけて学習されてこなかった。そこで、具体的な事象を通して、比例定数aは (yの値) / (xの値) が単位量あたりの大きさを表していることを指導していく。

(**について)

比例のグラフ上で、xが1増えたらyが2増えているなどのことを確認させる程度の指導は多少みられるものの、中学校第1学年で具体的な指導を見ることはほとんどない。具体的な場面で何もやらずに、グラフの形の中でそれを調べることは、生徒にとっては唐突で形式的な指導になっていた。そこで、具体的な事象を通して、比例定数aがxが1増加するときのyの増加量になっていること、つまり $\frac{yの増加量}{xの増加量}$ であることを指導する。

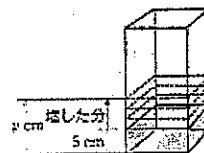
つまり、具体的な場面を通して上記の**の学習内容を導入し、「*→**」の指導を指導計画に位置づけ、指導する。それによって、例えば、中学校第2学年の1次関数の導入で見かける「 $y = (xに比例する量) + (一定の量)$ 」について考えるとき、(比例する量)は(単位量あたりの大きさ) × xになっていることが容易に理解できる。

$$y = (\text{単位量あたりの大きさ}) \times x + (\text{一定の量})$$

||

$$y = (\text{変化の割合}) \times x + (\text{一定の量})$$

$$y = \underbrace{(\text{ } \times \text{に比例する量})}_{\text{一定の量}} + \text{一定の量}$$



上記の提案を基本として、これまでの授業実践や調査の結果等から、各指導において「変化の割合」の概念獲得や活用には、指導を考えた次の学習段階を設置した。それを意識した実態調査を行い、指導の改善を考えた。

		第1段階	第2段階	第3段階
比例 $y = a x$	$\frac{yの値}{xの値} = a$			
	$\frac{yの値-0}{xの値-0} = a$			
	$\frac{yの増加量}{xの増加量} = a$			
1次関数 $y = a x + b$	$\frac{yの増加量}{xの増加量} = a$			
関数 $y = a x^2$	$\frac{yの増加量}{xの増加量}$			

(第1段階) xの値が1増加

(第2段階) xの値が整数値の増加

(第3段階) xの値が小数(分数)値の増加

(2) 調査問題とねらい

(1) に示した学習段階を踏まえた1次関数に関する調査問題を作成した。その調査問題の生徒の反応を整理、分析し、生徒の実態を考察することにした。

① ねらい

調査問題1 具体的な事象を背景にもつ関数 $y = ax + b$ の式から、 a や b の意味を理解しているかを知る。特に、 a の意味の具体的な内容をとらえる際、「1あたりの量」という意識があるかを把握する。

調査問題2 具体的な問題解決場面において、変化の割合をどのように見出しているか、その理解の様相を知る。

調査問題3 問題解決の場面で「変化の割合」を利用することができるかを把握する。

② 問題

調査問題1

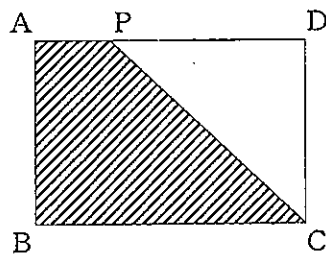
はじめいくらかの水が入っている深さ80cmの直方体状の容器があります。この容器に一定の割合で水を入れていきます。水を入れ始めてから x 分後の水面の高さを y cmすると、 $y = 4x + 20$ という関係があります。次の問いに答えなさい。

(1) 変化の割合4は何を意味していますか。具体的に答えなさい。

(2) この式の「20」は何を意味していますか。具体的に答えなさい。

調査問題2

右の図のような長方形ABCDがあります。点Pは、Aを出発して辺AD上をDまで毎秒1cmの速さで動きます。Pが動き始めてから2秒後から6秒後の間に、四角形ABCPの面積は 12cm^2 増加しました。



(1) あるところから点Pが5秒間動くとき、四角形ABCPの面積は何 cm^2 増加しますか。考え方や計算などもかきなさい。

(2) 点Pが出発して x 秒後の四角形ABCPの面積は $y\text{cm}^2$ とします。 x と y はどんな関係ですか。次の中から選び○で囲みその理由を述べなさい。

[解答用紙]

ア y は x に比例する

イ y は x に反比例する

ウ y は x の1次関数である

エ その他

理由

調査問題3

次の各問に答えなさい。

- (1) 3点A(1, 3)、B(3, 7)、C(6, 13)があります。この3点は同じ直線上の点ですか。あてはまるものに○をつけなさい。また、その理由をくわしくかきなさい。

[解答用紙]

ア 3点は同じ直線上の点である

イ 3点は同じ直線上の点ではない

理由

- (2) 3点G(2, 6, 5)、H(3, 7)、I(4, 12)があります。この3点は同じ直線上の点ですか。あてはまるものに○をつけなさい。また、その理由をくわしくかきなさい。

[解答用紙]

ア 3点は同じ直線上の点である

イ 3点は同じ直線上の点ではない

理由

③ 調査問題改訂の主旨

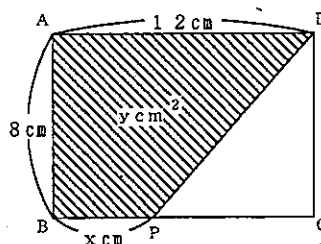
昨年度、生徒の実態を把握するために調査問題を作成し、生徒の実態の考察を行った。さらに、よりよい調査問題を作成するため、調査問題の再検討し、改訂を行った。

1) 調査問題2に関して

点Pが3cm動くときの四角形ABPDの増加する面積を求めさせた。多くの生徒は任意の3cmを考えずに、出発後の3cmで答える反応であった。変化の割合をどのように意識して、問題解決が図られたかつかめなかったため改訂した。

昨年度の調査問題2⁽¹⁾

右の図のような長方形ABCDがあります。点PはBを出発して辺BC上をCまで動きます。BPの長さが x cmのときの四角形ABPDの面積を y cm²とします。点PがBC上のあるところからあるところまで3 cm動くとき、四角形ABPDの面積は何cm² 増加しますか。



2) 調査問題3に関して

改訂前の問題は、下記のように小数值が盛り込まれている。そのためか、無答が多かった。問題のねらいから、このような複雑な問題にせず、(1)は正の整数値のみ、(2)は小数值を1つ含む問題で十分であると考えた。

昨年度の調査問題3⁽¹⁾

3点A(-1, 0.6)、B(4, 2.6)、C(10, 5)があります。この3点は同じ直線上の点ですか。あてはまるものに○をつけなさい。また、その理由を答えなさい。

[解答用紙]

- ア 3点は同じ直線上の点である
イ 3点は同じ直線上の点ではない

理由

(3) 調査結果と考察

◎ 調査対象、調査時期、調査時間、及び調査結果とその考察は、以下の通りである。

調査対象：公立中学校第2、3学年の生徒239名

調査時期：平成19年12月

調査時間：25分間

◎ 生徒の反応について

指導を考えた学習段階を想定し、調査問題を作成した。さらに、調査実施後の生徒の反応を整理、集計しながら、学習段階を見直していった。

生徒の反応が、調査問題のねらいである期待する反応であれば、「00」「01」のような整理番号「0*」をつけた。誤答は「80」「81」のように「8*」とし、生徒の反応の内容によって順序をつけて整理番号をつけた。無答は「90」とした。「50」以降は、正答とはみなしていない。

調査問題1－(1)の反応率と分析

整理番号	生徒の反応	反応率
00	1分あたり量に着目したもの	8.8%
01	1分間に4cm上がる(1あたり量の意識・表現が弱い)	41.0%
10	一定の量で入る水の量(一定の量・割合があいまい)	9.6%
11	増えていく水の量	2.9%
50	グラフの傾き	2.5%
51	xが1増えるとyが4増える	3.4%
80	$y=ax+b$ のaとxを取り違えている(例 水を入れ始めてから4分後)	9.2%
81	$y=ax+b$ のaとbを取り違えている	2.1%
82	その他の反応	11.3%
90	無答	9.2%

- この調査問題の変化の割合4を、1分あたりの量に着目しているものを「00」「01」と分類し、着目していないものを、つまりxの増加量の意識がないものを「10」「11」と分類した。

「00」1分あたり量に着目した生徒の反応例：

- ・ 1分間ごとに増える水面の高さ
- ・ 1分間に4cmずつ上がるということ
- ・ 「80」「81」「82」と反応した生徒は、変化の割合の意味が理解できておらず、特に「80」に関しては、4の意味を時間ととらえている。
- ・ 昨年度の調査とおおむね同様の結果であった。

調査問題1 - (2) の反応率と分析

整理番号	生徒の反応	反応率
00	はじめに入っていた水面の高さ	67.8%
50	切片	3.4%
60	水面の高さ	6.3%
80	$y=ax+b$ の a と b を取り違えている (例 1分毎に増えていく水の量)	4.2%
81	その他の反応	8.0%
90	無答	10.5%

- ・ 1 - (1) に比べ、正答は高かった。具体的な事象の中で、 $y = ax + b$ の b の意味の方が a の意味よりもとらえられている。
- ・ 「60」と反応した生徒は、いつの時点の水面の高さかがはっきりとらえられていない。しかし、「4分後の水面の高さ」のように誤答とは考えられないので、「81」とは区別した。
- ・ 「80」と反応した生徒は、事象の状況把握ができておらず、 $y = ax + b$ の文字の並びだけで誤って判断している。
- ・ 「81」の反応として、「傾き」「 $80 \div 4 = 20$ 」「4分後の水面の高さ」「 x 分後の水面の高さ」などがある。なお「 $80 \div 4 = 20$ 」と反応した生徒は、 x と y を比例の関係ととらえている。
- ・ 昨年度の調査とおおむね同様の結果であった。

調査問題 2 - (1) の反応率と分析

整理番号	生徒の反応	反応率
00	(xの1あたり量に対応したyの増加量) × 3	33.9%
01	xの値が0から3まで増加するときのyの増加量	1.7%
10	$3 \times 5 = 15$	1.7%
20	「00」と同じだが、計算ミス	3.8%
60	x = 6 のとき y = 12 から、2 ずつ増える。 $2 \times 5 = 10$	5.4%
80	その他の反応	23.4%
90	無答	30.1%

- ・改訂前の問題は、変化の割合に着目しなくても他の方法で答えを導くことができた。そのため、どの程度生徒が変化の割合を意識しているかが見えなかった。改訂された問題で調査したところ、変化の割合の考えを使って問題解決ができる生徒がいるということはわかった。
- ・「00」「01」「10」のように、「変化の割合」を見出して問題解決ができている生徒の反応率は、37.3%と低い。
- ・「00」「20」と反応した生徒は、 $y = ax + b$ のaの値が、xの1あたり量に対応するyの増加量であることを理解している。
- ・「01」と反応した生徒は、PがAの地点から5秒動いたときの増加した面積を考えている。
- ・「60」と反応した生徒は、いくつかの情報の中から比例の考えを使って答えを求めているようである。
- ・「80」と反応した生徒は、与えられた数値の意味をとらえることができずただ計算している。また、答えのみ記した生徒は「80」に入れた。

調査問題2-(2)の反応率と分析

整理番号	生徒の反応	反応率
ウ	yはxの1次関数である	31.8%
ア20	yはxに比例 $y=3x$, $y=ax$	5.4%
ア21	yはxに比例 1次関数の式を求めた ($y=3x + \square$)	0.4%
ア22	yはxに比例 一定の割合で増えるから	5.0%
ア24	yはxに比例 xが2倍, 3倍, ...になればyも2倍, 3倍, ...だから	2.9%
ア25	yはxに比例 xが増えればyも増えるから	11.3%
ア28	yはxに比例 理由がずれている	2.9%
ア29	yはxに比例 理由がない	10.0%
イ	yはxに反比例する	4.2%
エ	その他	1.7%
90	無答	24.3%

2-(1)と2-(2)との反応の関連【縦2-(1) 横2-(2)】 単位：%

項目	ウ	ア20	ア21	ア22	ア24	ア25	ア28	ア29	イ	エ	90	総計
00	17.2	2.9	0.4	2.9	2.9	3.8	0.4	0.8	0.8	0.4	2.9	33.9
01	0.4	0.4									0.8	1.7
10	0.8	0.8										1.7
20	1.3			0.8	0.4	0.4	0.4	0.4				3.8
60	1.7	0.4		0.4		0.8	0.4	0.8		0.4	0.4	5.4
80	7.5				0.4	3.3	0.8	4.2	1.7	0.8	4.6	23.4
90	2.9	0.8		0.8		2.9	0.8	3.8	1.7		16.3	30.1
総計	31.8	5.4	0.4	5.0	2.9	11.3	2.9	10.0	4.2	1.7	24.3	100

- ・(1)でほぼ問題解決ができた生徒考えられる生徒41.1%でも、1次関数と判断できた生徒は19.7%となっている。17.7%は比例と判断している。
- ・「ア20」～「ア24」と答えた13.7%は、xの増加量がyに比例していると判断して、yはxに比例すると判断したようである。一方、小学校の間違った理解が定着し、「増えれば増えるものが比例である」と理解している生徒が11.3%いる。
- ・(1)において「60」と反応した生徒は、いくつかの情報の中から、 $2 \times 5 = 10$ であると答えた生徒である。これらの生徒の(2)の反応は、「ウ」「ア」「エ」とさまざまである。比例や1次関数の知識がばらばらで、一貫した反応には至っていない。

調査問題3の反応率と分析

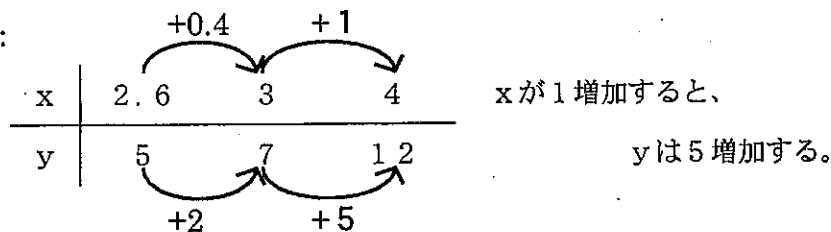
整理 番号	生徒の反応	反応率	
		3-(1)	3-(2)
00	変化の割合に着目して求める	5.9%	4.2%
01	2点で直線の式を求め、残りの1点はその直線上にあるか確かめる	13.0%	10.5%
03	2組の2点で式を求め、それらが一致しているか調べる	12.6%	9.6%
04	求め方は書いていないが、式に代入して3点で確かめる	2.5%	0%
05	(xの増加量) / (yの増加量)	0%	0.4%
10	途中で終わっている(表でx, yの増加量を調べている)	0.8%	0.4%
11	表でxの増加量を出した	0.4%	0%
20	イ 3点は一直線上にない(変化の割合を計算したが間違っただ)	1.3%	2.5%
21	イ 3点は一直線上にない (2点で式を求め、残りの1点を代入するが間違っただ)	1.3%	1.3%
23	イ 3点は一直線上にない (2組の2点で2つの式を求めたが一致しない)	1.7%	1.3%
40	イ 3点は一直線上にない (x, yの増加量を考えたが、変化の割合として考えていない)	0%	0.4%
41ア	ア 3点は一直線上にある(おおまかなグラフをかき、判断する)	4.2%	3.4%
41イ	イ 3点は一直線上にない(おおまかなグラフをかき、判断する)	2.9%	2.9%
50	ア 3点は一直線上にある(理由がずれている)	7.1%	2.9%
51	ア 3点は一直線上にある(理由がない)	6.7%	5.9%
80	イ 3点は一直線上にない(理由がずれている)	15.9%	16.3%
81	イ 3点は一直線上にない(理由がない)	7.1%	8.0%
82	その他	1.3%	2.5%
90	無答	15.5%	27.6%

3-(1)と3-(2)との反応の関連【縦3-(1) 横3-(2)】 単位：%

項目	00	01	03	04	05	10	11	20	21	23	40	41ア	41イ	50	51	80	81	82	90	総計
00	2.5					0.4		1.7			0.4			0.4			0.4			5.9
01	0.4	1.4							1.3							0.4			0.8	13.0
03			8.8					0.4		0.8						1.7		0.4	0.4	12.6
04	0.4														0.4	1.3			0.4	2.5
05																				0.0
10													0.4						0.4	0.8
11																0.4				0.4
20								0.4						0.4					0.4	1.3
21		0.4										0.4								1.3
23			0.4							0.4									0.8	1.7
41ア			0.4								1.3	1.3				0.4	0.4		0.4	4.2
41イ											0.8	0.8							1.3	2.9
50													0.4	0.4	5.3		0.8		0.4	7.1
51														1.3			2.5		2.9	6.7
80	0.8				0.4						0.8	0.8	1.3	1.3	7.1		0.8	0.8	1.7	15.9
81													2.5				2.5		2.9	7.1
82																		0.8	0.4	1.3
90																			15.5	15.5
総計	4.2	10.5	9.6	0.0	0.4	0.4	0.0	2.5	1.3	1.3	0.4	3.3	2.9	2.9	5.9	16.3	7.9	2.5	27.6	100

- ・「00」と反応した生徒は、表をかき変化の割合を求め、一直線と判断したものが多い。

生徒の反応例：



- ・「01」の生徒の中で式を求めた後、3点とも一直線上にあるかを確認している生徒がいた。「03」で、3つ式を求めそれらが一致しているかを調べている生徒もいた。
- ・「10」「11」と反応した生徒は、x、yの増加量を考えているが、xが1増加するときのyの増加量までは考えていない。
- ・「41」と反応した生徒は、点のおおまかな位置を記して判断した。このような姿勢は関数を大局的な視点でとらえようとしている。答えを導ききっかけをつかむことでは重要な姿勢であるが、一見同一直線上にあると判断しても、細かな部分まで調べるという「00」～「03」の変化の割合の考えなどをもたせる必要がある。
- ・この問題の解決の仕方は多様である。「変化の割合」の視点の解決は、表をかいている生徒が多い。

昨年度の調査と比較して

- ・昨年度の調査の「00」～「05」の反応は15.7%であった。今回の3-(1)はそれに対応する反応率は34%、3-(2)は24.7%であった。また、無答である「90」は、昨年度は25.7%であった。今回の3-(1)はそれに対応する反応率は15.5%、3-(2)は27.6%であった。
- ・昨年度の調査は、グラフをかこうとする生徒はほとんどいなかった。今年度は、3-(1)では7.1%、3-(2)では6.3%であった。

(4) 指導の改善

① 指導の改善方針

P. 2「1. 研究のねらいと方向」にあるように、本研究は①～⑤をふまえ、「変化の割合」の学習段階を枠組みとして、次を指導の改善方針とすることにした。

- ア 中学校第2学年関数の学習の終了後に、生徒に変化の割合の概念やその活用の力がどの程度身についたかを調査する。
- イ アの生徒の実態や変化の割合の概念を育成するための指導の提案をもとに、学習段階を留意して指導計画や指導案を見直す。
- ウ 学習段階を留意して、改訂指導計画や改訂指導案を作成する。
- エ ウについての学習経験を積ませ、生徒が変化の割合の概念やその活用の力を身につけさせる。

アに関しては、P. 5～14により、次のことが概観できる。

- ・学習の第1段階や第2段階は反応するが、第3段階については困難性を示すことが明らかになった。
- ・学習の第1段階や第2段階の問題を解く経験を通して、第3段階の問題に取り組む姿勢ができると思われる反応が多かった。


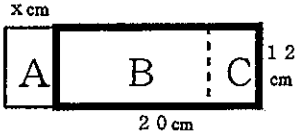
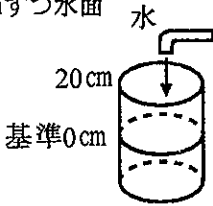
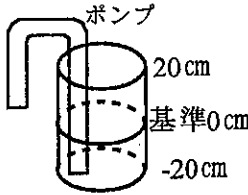
イに関しては、これまでの指導計画について、


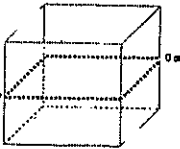
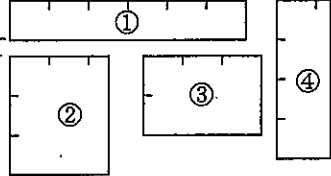
- ・第1学年では、学習の第1段階～第3段階のバランス等を分析した結果、指導計画を改訂することにした。
- ・第2, 3学年では、分析をした。

ウ、エに関しては、

- ・第1学年では学習の第1段階～第3段階を考えた変化の割合の素地的な学習の時間を、2時間指導計画に加えた。(指導計画P. 16～26、指導案P. 29～30)
- ・第2, 3学年は、今後の課題とする。

② 第1学年 指導計画

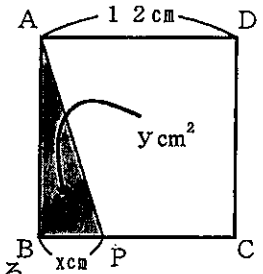
時数	項目	学習内容	育成するレディネス
1	ともなって変わる量 【第1段階】	<p>〔課題〕封筒から画用紙を引き出していくと何が変わりますか。</p>  <p>① 変化する量・変化しない量をあげる。 (i) 引き出した長さxと周囲の長さとの関係を調べる。 $y = 2x + 64$ (ii) 引き出した長さxとAの部分の面積との関係を調べる。 $y = 12x$</p> 	1あたり量 変化や 対応の 見方 増加量 の見方
2	【第1段階】	<p>(iii) 引き出した長さxと全体の面積との関係を調べる。 $y = 240 + 12x$ (iv) 引き出した長さxとBの部分の面積との関係を調べる。 $y = 240 - 12x$</p> <p>③ 「yはxの関数である」ことを定義する。 ④ 「変域」を定義する。</p>	
3	さまざまな関数 【第1段階】	<p>〔課題例〕1枚の紙を2つに折って切り、さらに重ねて2つに折って切っていく。これを繰り返す。10回切ったとき、紙は全部で何枚になりますか。</p> <p>① いろいろな解き方を発表する。 ② 紙の枚数が、切った回数xの関数であることを確かめる。</p>	変化や 対応の 見方
4	関数 $y = ax$ 【第1段階】	<p>〔課題場面〕右の図のような水そうに毎分2cmずつ水面の高さが増すように水を入れていきます。</p>  <p>① 1分後, 2分後, 3分後, ... の水面の高さを調べ, 表にまとめる。 ② 1分前, 2分前, 3分前, ... の水面の高さを調べる。 ③ x分後の水面の高さをycmとして, yをxの式で表す。 ④ 「yはxに比例すること」を定義する。</p>	1あたり量 変化や 対応の 見方
5	【第1段階】	<p>〔課題場面〕右の図のような水そうから, 水面の高さが毎分2cmずつ減るように水をぬいていきます。</p>  <p>① 第4時と同じように, 表をかくて調べる。 ② yはxに比例することを確認する。 ③ 練習問題を行う。</p>	
6	比例定数の意味 【第1段階】 【第2段階】	(P. 27~28参照)	1あたり量 変化や 対応の 見方
7	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	(P. 29~30参照)	増加量 の見方

8	関数 $y = ax$ の グラフ 【第1段階】	<p>〔課題場面〕水そうに、1分に 2 cm ずつの割合で水を入れていく。</p>   <p>① 具体的な場面をもとに表をかく。</p> <p>② 与えられたグラフの意味を確認する。</p> <p>③ 負へ拡張し、グラフを想像する。</p> <p>④ 点の位置を座標を用いて表現する。与えられた座標をもつ点をとる。</p> <p>⑤ 「座標軸、原点、x軸、y軸、x座標、y座標」の用語を与える。</p> <p>⑥ グラフを完成する。</p>	1あたり量 変化や 対応の 見方 増加量 の見方
9	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>① 前時の復習を行う。</p> <p>② $y = x$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2x$ のグラフをかく。</p> <p>③ $y = x$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2x$ のグラフの特徴を考える。</p>	
10	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>① $y = -x$, $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -2x$ のグラフをかく。</p> <p>② $y = -x$, $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -2x$ のグラフの特徴を考える。</p> <p>③ $y = ax$ のグラフの特徴を考える。</p> <p>④ 練習問題（変域の表し方、グラフの式の決定 [グラフから、式から])</p>	
11	反比例とその グラフ 【第1段階】	<p>〔課題〕右の4つの長方形の中で一つだけ他と違うものがあります。どれでしょうか。</p>  <p>① 面積が 6 cm^2 である長方形について調べる。</p> <p>② $y = 6/x$ について調べる (xの変域を負へ拡張する)</p> <p>③ $y = -12/x$ について調べる。</p> <p>④ 「yはxに反比例する」ことを定義する。</p>	変化や 対応の 見方
12		<p>① $y = 6/x$ のグラフをかく。</p> <p>② $y = -12/x$ のグラフをかく。</p> <p>③ 双曲線を定義し、$y = a/x$ のグラフの特徴をまとめる。</p>	
13	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>〔課題〕A地からB地までの道のりを、行きは時速 4 km の速さで5時間歩きました。</p> <p>① 帰りは時速 $x\text{ km}$ の速さで y 時間歩いたとすると、y を x の式で表しなさい。</p> <p>② $y = 20/x$ という式から、x と y の関係は何か。比例定数 20 は何を表すか。</p> <p>③ 帰りには、時速 3 km の速さで歩いたとすると、掛かった時間はどれだけですか。</p> <p>④ 1組の x, y の値から立式をする。</p> <p>⑤ 練習問題を行う。</p>	

1 あたり量
変化や
対応の
見方
増加量
の見方

1 4 関数の利用
【第1段階】
【第2段階】

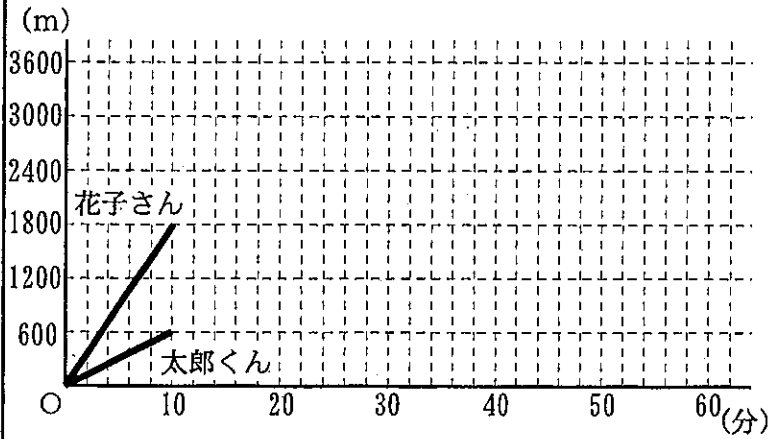
【課題】 右の図のような正方形ABCDがある。点Pは辺Bを出発してBC上をCまで動く。BPの長さがx cmのときの△ABPの面積をy cm²とすると、xとyとの間にはどんな関係があるか調べてみよう。



- ① xとyとの関係を調べ、その理由も考える。
- ② $y = 6x$ の比例定数6の意味を考える。
- ③ 点Pが4 cm動いたときの増える面積について考える。
- ④ x, yの変域を求める。

1 5 (グラフのよみ)
【第1段階】
【第2段階】

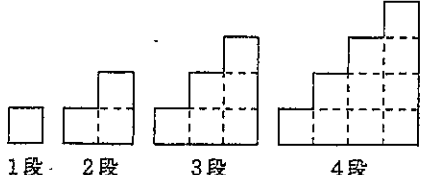
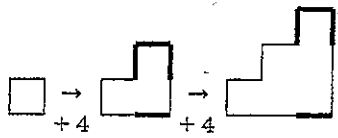
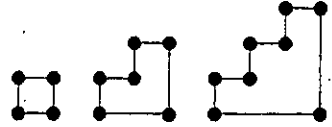
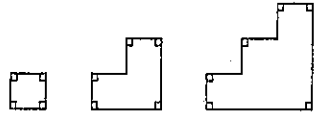
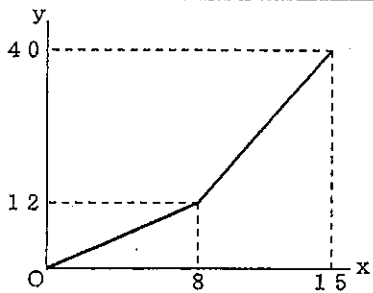
【課題場面】 花子さんと太郎君は、A駅から3600 m離れたB公園に行きました。花子さんは自転車で、太郎君は歩きました。下のグラフは、2人がA駅から出発してから途中までの2人の動くようすを表したものです。

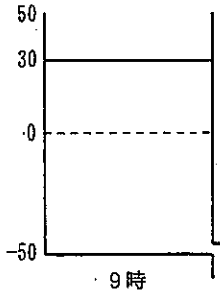
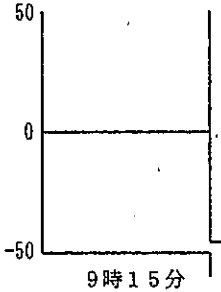
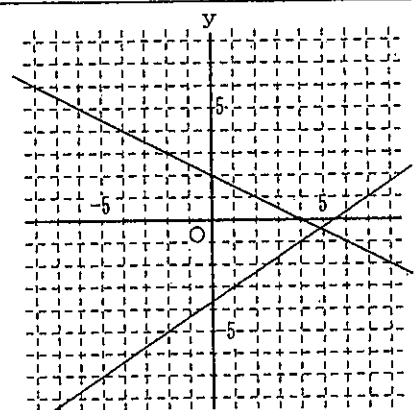


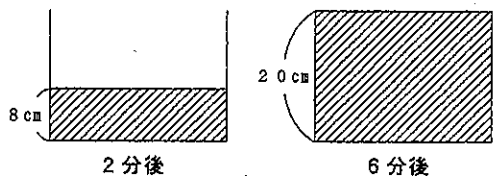
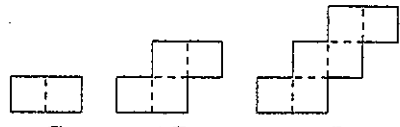
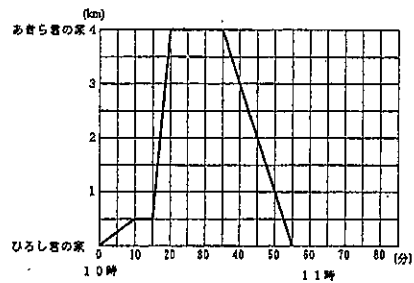
- ① わかることを発表する。
- ② グラフを使って問題を解決する。
 - (i) 出発してから10分後の地点で花子さんは本を落とした。その本を太郎君が拾うのは、出発してから何分後になるかを調べる。
 - (ii) 花子さんと太郎君との差が1800 mになるのは出発してから何分後になるかを調べる。
- ③ 往復運動や休憩をとった場合にグラフはどのようになるかを考え発表する。
- ④ A駅から3600 m離れたB公園までの道のりを動くようすをグラフに表して、問題を作る。



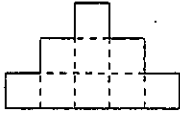
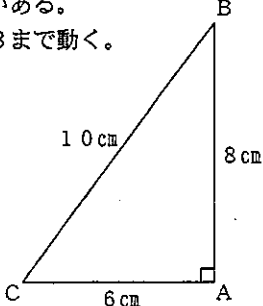
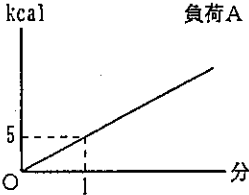
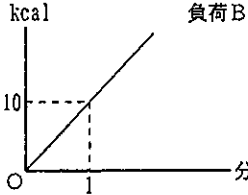
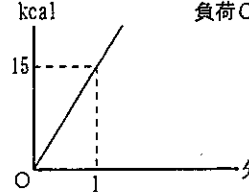
1 6 問題練習

③ 第2学年 指導計画

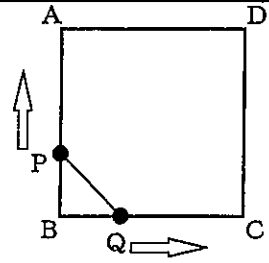
時数	項目	学習内容
1	1 次関数の意味 【第1段階】	<p>【課題場面】 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。</p>  <p>① ともなって変わる量をあげる。 (i) 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、その変化のようすを調べる。 ・表、グラフ、式 ($y = 4x$) を求める。 ・$y = 4x$ で、定数4の意味を考える。</p> 
2	【第1段階】	<p>(ii) 階段の数がx段のときの頂点の数をy個として、その変化のようすを調べる。 (iii) 階段の数がx段のときの直角の数をy個として、その変化のようすを調べる。</p>  <p>② 「yはxの1次関数である」ことを定義する。</p> 
3	変化の割合の素地的な学習 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>【課題場面A】 直方体の形をした深さ50cmの水そうAがある。この水そうに水を入れていく。右の図は、水そうAに水を入れ始めてからx分後の水の深さをy cmとして、xとyの関係をグラフに表したものである。</p>  <p>① 水そうの水の増え方について、グラフからよみとれることを考える。 ② 0～8分、8～15分の増え方について、1分ごとに詳しく考える。 ③ 一定の割合で増えていることを確認する。</p> <p>【課題場面B】 直方体の形をした深さ50cmの水そうBがある。水そうBは初め10cmの深さまで水が入っており、このときからさらに水を入れ始めてからx分後の水の深さをy cmとする。水を入れ始めてから15分後に40cmの深さになった。</p> <p>④ xとyの関係について、グラフをかいていろいろな水の入り方を想像する。 ⑤ 一定の割合で増えていることを、表で確認する。 ⑥ 式$y = 2x + 10$の「2」や「10」の意味を考える。</p>

<p>4 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】</p>	<p>【課題場面】下の図は、水の入った水そうから水を排水しているようすを表したものである。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>① 排水のようすをグラフに表す。 ② 一定の割合で排水する場合について考える。 ③ 式$y=30-2x$の「30」と「-2」の意味について考える。 ④ 1分あたり-2cmの意味を具体的な場面で考える。 ⑤ グラフの概形を考える。</p>
<p>5 1次関数のグラフ 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】</p>	<p>① $y=2x+3$の表からグラフをかく。 ② グラフが直線になることを確認する。 ③ $y=2x$の表からグラフをかく。 ④ 2つの表やグラフの特徴を調べる。 ⑤ 「yは2ずつ増える」「2つのグラフは平行である」ことについて理解を深める。 ⑥ 「傾き2」を定義する。 ⑦ $y=x+3$のグラフをかき、1次関数$y=ax+b$のグラフが直線になることと、その直線の傾きを定義する。</p>
<p>6 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】</p>	<p>① $y=2x+1$、$y=2x+4$、$y=-1/2x+4$のグラフをいろいろな考え方で自由にかく。 ② ①のグラフから気づくことをあげる。 ③ 切片を定義する。 ④ $y=-3x-1$、$y=1/2x-5$のグラフを傾きと切片を使ってかく。 ⑤ 1次関数のグラフの特徴をまとめる。</p>
<p>7 【第1段階】 【第2段階】</p>	<p>① $y=1/3x+2/3$のグラフをいろいろな考え方で自由にかく。 ② 切片が整数でない直線のグラフのかき方を検討する。 ③ 右の座標平面上にかかれた直線の傾きを求める。</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p>④ 格子点を1つも通らないグラフを考える。</p>

<p>8</p> <p>1次関数のグラフと変化の割合</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<p>【課題場面】 深さ20cmの直方体の容器に水を入れていく。水を入れ始めてから2分後の水の深さは8cm、6分後の水の深さは20cmだった。</p>  <p>① 2分後から6分後の間の変化のようすを、言葉やグラフで表す。</p> <p>② 変化の割合の定義を知る。</p> <p>【課題1】 1次関数 $y = 3x - 2$ の変化の割合を調べよう。</p> <p>③ $y = 3x - 2$ の変化の割合について調べる。</p> <p>④ $y = 3x - 2$ のグラフをかき、その傾きと変化の割合を調べる。</p> <p>【課題2】 座標平面上に、点A(-2, -3), B(1, 1), C(3, 4)をとり、3点が一直線上にあるかどうか調べよう。</p> <p>⑤ 「傾き」や「変化の割合」を利用して、問題を解決する。</p>
<p>9</p> <p>1次関数の求め方</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<p>【課題場面】 縦1cm、横2cmの長方形を右の図のように積んでいく。</p>  <p>① ともなって変わる量をあげる。</p> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cmとして、y を x の式で表す。 各自、どのように式を求めたかを発表する。 ($y = 4x + 2$)</p> <p>② 1次関数の式は、変化の割合 a と1組の x、y の値から、また2組の x、y の値から求められることをまとめる。</p>
<p>10</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<p>(1次関数の式の決定についての問題練習)</p>
<p>11</p> <p>グラフのよみ</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<p>【課題場面】 ひろし君は、午前10時に家から4km離れたあきら君の家に置いてある自転車を取りに行った。まず、家の近くのバス停まで歩き、しばらく待ってバスに乗り、あきら君の家のすぐ前にあるバス停で降りた。そこでしばらく話をしてから、自転車で自分の家にもどった。</p>  <p>右上のグラフは、ひろし君が家を出てから再び家にもどってくるまでの時間と道のりの関係を示したものである。</p> <p>① 次の問題を解決する。</p> <p>(i) ひろし君が自転車で帰宅途中、忘れ物に気づき、再びあきら君の家にもどり、11時20分までに帰宅する時間をグラフを使って求める。</p> <p>(ii) あきら君が自転車でひろし君の家に向かい、バス停にいるひろし君に出会うための自宅出発時間を求める。</p>

1 2	1 次関数の利用 -その 1- 【第 1 段階】	<p>[課題場面] 1 辺が 1 cm の正方形を右の図のように 1 段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  1 段 </div> <div style="text-align: center;">  2 段 </div> <div style="text-align: center;">  3 段 </div> </div> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cm として、y を x の式で表す。 $(y = 6x - 2)$</p> <p>(ii) x 段目にある正方形の個数を y 個として、y を x の式で表す。 $(y = 2x - 1)$</p> <p>(iii) x 段のときの全体の面積を y cm² として、y を x の式で表す。 $(y = x^2)$</p>
1 3	【第 1 段階】 【第 2 段階】	<p>[課題場面] 右下のような $\triangle BCA$ ($\angle A = 90^\circ$) がある。点 P は C を出発して、毎秒 1 cm の速さで A を通って B まで動く。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="width: 60%;"> <p>① ともなって変わる量をあげる。</p> <p>(i) 点 P が C を出発してから x 秒後の $\triangle BCP$ の面積を y cm² として、変化のようすを調べよ。 (変域に注意させる)</p> </div> <div style="width: 35%; text-align: center;">  </div> </div>
1 4	問題演習	
1 5	1 次関数の利用 -その 2- 【第 1 段階】 【第 2 段階】	<p>[課題場面] エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Y さんはスポーツジムで、エアロバイクを A, B, C の 3 種類の負荷で利用している。下のグラフは、3 種類の負荷の、こぐ時間と消費カロリーの関係を示したものである。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>負荷 A</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>負荷 B</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>負荷 C</p>  </div> </div> <p>① 300 kcal を消費させるためには、どの負荷にするか考え、発表する。</p> <p>② 100 kcal を消費させる計画をグラフに表し、発表する。</p> <p>③ 次の問題を解決する。</p> <p>(i) 休憩を取らずに 100 kcal を消費させる計画を実行した。負荷 A で 10 分こぎ、次に負荷 B でこいで終わらせる。負荷 B でこいでいる途中で、5 分早く終わらせるように変更した場合、どのように変更したらよいかを考える。</p>

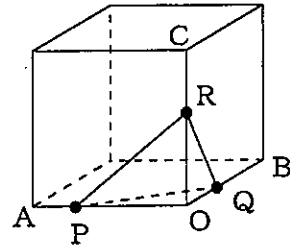
④ 第3学年指導計画

時数	項目	学習内容
1	2次関数	<p>[課題場面] 1辺が8cmの正方形ABCDがある。点Pは頂点BからAを通過して点Dまで、点Qは頂点BからCを通過して頂点Dまで同時に出発し、それぞれ1秒間に2cmの速さで動く。</p>  <p>①何が変わるかを考える。 ②時間と面積 ($\triangle PBQ$, 五角形PABCQ) との関係調べる。 表で1次関数とは違う変化の関数であることを確認する。 式: $0 \leq x \leq 4$ のとき $y = 2x^2$ $4 \leq x \leq 8$ のとき $y = -2x^2 + 32x - 64$</p>
2		<p>①2次関数の定義 ②具体的な例(立方体の表面積、高さ一定の正四角すいの体積)について立式する。 ③$y = x^2$のグラフがどんな形になるか予想する。</p>
3	関数 $y = ax^2$ のグラフ 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>①$y = x^2$のグラフを完成させる。 ②$y = 2x^2$のグラフをかき、$y = x^2$のグラフと比べる。 ③$y = x^2$のグラフをもとに、$y = 1/2x^2$のグラフをかく。</p>
4	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>①$y = -x^2$のグラフをかき、$y = x^2$のグラフと比べる。 ②$y = -x^2$のグラフをもとに、$y = -2x^2$のグラフをかく。 ③$y = -x^2$のグラフをもとに、$y = -1/2x^2$のグラフをかく。 ④関数$y = ax^2$のグラフの特徴を、1次関数との比較、増減の話などを含めてまとめる。</p>
5	変化の割合 【第1段階】 【第2段階】	<p>A君が自転車のある地点からこぎ始めたときからの時間と進んだ距離について調べる。</p>
6	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>数直線 l 上を正の方向に動く点PとOPの長さを一辺とする正方形について考える。</p>
7		<p>人と三輪車が同時に坂道を下りるときの時間と距離の関係を表すグラフをよみとり、問題を解決する。(等速運動と等加速運動)</p>

8 練習問題

9 いろいろ
な関数
【第1段階】

[課題場面] 右の図のような1辺が10cmの立方体がある。点P、Q、Rはそれぞれ辺OA、OB、OC上の点である。



①次のそれぞれの条件についてxとyとの関係を調べる。

(i) 点Q、Rは $OQ = 4\text{ cm}$ 、 $OR = 6\text{ cm}$ の位置に停止し、点Pは頂点Oを出発してからx秒後の三角すいR-POQの体積を $y\text{ cm}^3$ とする。 $(y = 4x)$

(ii) 点Rは $OR = 6\text{ cm}$ の位置に停止し、点P、Qは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1cmの速さでA、Bまで動く。点P、QがOを出発してからx秒後の三角すいR-POQの体積を $y\text{ cm}^3$ とする。 $(y = x^2)$

(iii) 点P、Q、Rは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1cmの速さでA、B、Cまで動く。点P、Q、RがOを出発してからx秒後の三角すいR-POQの体積を $y\text{ cm}^3$ とする。 $(y = 1/6 x^3)$

② $y = 4x$ 、 $y = x^2$ 、 $y = 1/6 x^3$ の値の変化を表で調べる。

10 【第1段階】
【第2段階】

(iv) 前時の課題場面で、1点Rは $OR = 6\text{ cm}$ に停止しており、1点Pは毎秒1cmの速さでAまで動く。そのとき点Qは三角すいR-POQの体積が 6 cm^3 で一定になるように動く。点PがOを出発してからx秒後のOQの長さを $y\text{ cm}$ とする。xとyとの関係を調べる。 $(y = 6/x)$

③ $y = 6/x$ について、変化や対応のようすを調べる。

④ $y = 4x$ 、 $y = x^2$ 、 $y = 1/6 x^3$ 、 $y = 6/x$ のグラフについて調べる。

11 グラフの
よみ
【第1段階】
【第2段階】

[課題] ある電話会社3社の料金は次のようになっている。

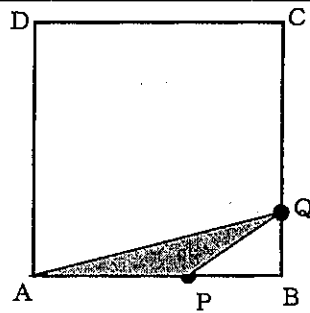
A社：30秒ごとに20円加算される

B社：16秒ごとに12円加算される

C社：7秒ごとに5円加算される

- (1) どの会社の料金が一番安いかを考える。
- (2) 通話時間と料金の関係のグラフを考え、さらによみとる。
- (3) グラフを利用して、どの会社が得であるかを考える。

12	【第1段階】 【第2段階】	①前時の課題において、次の問題を解決する。 [問題1] 最初の20秒間は30円だが、その後は20秒毎に8円加算されるD社が他の会社より安くなる時間を求める。 [問題2] ある3家が違うかけ方で、1日に合計400秒話したときの料金の比較を行う。 ②第11時の課題を通して、対応の特徴から関数の定義をし、関数の例を見つける。 ③関数にならない例について考える。
13	関数の利用 【第1段階】 【第2段階】	[課題場面] 右の図のように、1辺が30cmの正方形ABCDがある。 点PはAを出発して毎秒5cmの速さでBを通りCまで動く。点QはBを出発して毎秒2cmの速さでCまで動く。 ①△APQの面積がどのように変化しているか、気づくことをあげる。 (i) △APQの面積が最大になるのは何秒後かを考える。 (ii) △APQの面積が 45cm^2 になるのは何回あるかを考える。 (iii) △APQの面積が 125cm^2 になるのは何秒後かを考える。 ②グラフを利用することのよさを実感する。 ③いろいろな関数があることを知る。
14	問題練習	問題練習(グラフを通してxの変域からyの変域を求める問題を含む)レポート(関数の具体例を探し、考察する課題)の説明
15	発表会	レポートの発表・討論、相互評価



⑤ 第1学年第6時指導案⁽³⁾

本時のねらい

- ・ともなって変わる2つの数量から、関数関係を見出し、比例の関係の理解を深める。
- ・割合や比の問題を関数の考え方をを使って考察し、問題解決を図る。
- ・関数関係を表や式を使って表し、比例定数の意味を理解する。

学 習 活 動	主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応	指 導 上 の 留 意 点																																																																																												
課題場면을提示する。	<div style="border: 2px dashed black; padding: 5px;"> 課題場面 (500枚の)紙の束を見せる。 </div>	500枚の紙の束を実際に生徒に見せる。																																																																																												
枚数を予想する。	(1) 何枚あると思いますか。 ア 500枚 イ 300枚 ウ 100枚																																																																																													
実物から枚数とそれを確認する方法を予想する。	(2) 何がわかれば紙の枚数がわかりますか。 ア 紙の厚さ イ 紙の枚数 ウ 紙の重さ エ 紙の体積	生徒の実態に合わせて、厚さか重さかのどちらかを教師が選択する。																																																																																												
実測する。	(3) 実物でその厚さが40mm、枚数が500枚であることを確認する。	実物を用いて代表生徒に厚さを読みとらせる。																																																																																												
課題を提示する。 (注) 以下の指導案は(2)アの生徒の反応を受けての展開である。	<div style="border: 2px dashed black; padding: 5px;"> 課題1 500枚の紙の厚さは40mmです。紙の枚数を調べる とき、実際に数えなくても紙の厚さ(重さ)を調べれば 紙の枚数がわかります。他のいろいろな紙の枚数と紙の 厚さ(重さ)の関係を表を書いて調べてみよう。 </div>	(※1)プリントを配布する。																																																																																												
表をつくる。	(4) 表を書いてみよう。 ア <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>500</td><td>100</td></tr><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>40</td><td>8</td></tr></table> イ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>500</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td></tr><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>40</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td></tr></table> ウ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>500</td><td>100</td><td>1</td></tr><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>40</td><td>8</td><td>0.08</td></tr></table> エ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td></tr><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td></tr></table> オ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>40</td><td>8</td></tr><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>500</td><td>100</td></tr></table> カ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>40</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td></tr><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>500</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td></tr></table> キ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>40</td><td>8</td><td>1</td></tr><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>500</td><td>100</td><td>12.5</td></tr></table> ク <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td></tr><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td></tr></table> ケ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>紙の厚さ(mm)</td><td>0</td><td>1</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td></tr><tr><td>紙の枚数(枚)</td><td>0</td><td>12.5</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td></tr></table>	紙の枚数(枚)	500	100	紙の厚さ(mm)	40	8	紙の枚数(枚)	500	100	200	300	400	紙の厚さ(mm)	40	8	16	24	32	紙の枚数(枚)	500	100	1	紙の厚さ(mm)	40	8	0.08	紙の枚数(枚)	100	200	300	400	500	紙の厚さ(mm)	8	16	24	32	40	紙の厚さ(mm)	40	8	紙の枚数(枚)	500	100	紙の厚さ(mm)	40	8	16	24	32	紙の枚数(枚)	500	100	200	300	400	紙の厚さ(mm)	40	8	1	紙の枚数(枚)	500	100	12.5	紙の厚さ(mm)	8	16	24	32	40	紙の枚数(枚)	100	200	300	400	500	紙の厚さ(mm)	0	1	8	16	24	32	40	紙の枚数(枚)	0	12.5	100	200	300	400	500	紙の枚数と紙の厚さのどちらを上段にするかは、生徒に自由に考えさせる。
紙の枚数(枚)	500	100																																																																																												
紙の厚さ(mm)	40	8																																																																																												
紙の枚数(枚)	500	100	200	300	400																																																																																									
紙の厚さ(mm)	40	8	16	24	32																																																																																									
紙の枚数(枚)	500	100	1																																																																																											
紙の厚さ(mm)	40	8	0.08																																																																																											
紙の枚数(枚)	100	200	300	400	500																																																																																									
紙の厚さ(mm)	8	16	24	32	40																																																																																									
紙の厚さ(mm)	40	8																																																																																												
紙の枚数(枚)	500	100																																																																																												
紙の厚さ(mm)	40	8	16	24	32																																																																																									
紙の枚数(枚)	500	100	200	300	400																																																																																									
紙の厚さ(mm)	40	8	1																																																																																											
紙の枚数(枚)	500	100	12.5																																																																																											
紙の厚さ(mm)	8	16	24	32	40																																																																																									
紙の枚数(枚)	100	200	300	400	500																																																																																									
紙の厚さ(mm)	0	1	8	16	24	32	40																																																																																							
紙の枚数(枚)	0	12.5	100	200	300	400	500																																																																																							

2つの数量の関係を
を確認する。

比例である根拠を
考える。

比例定数の意味を
考える。

課題を提示する。

課題を解決する。

比例定数の意味を
まとめる。

(5) 紙の厚さと紙の枚数はどんな関係になっているので
しょうか。

ア 比例している。

イ 厚さが倍になると枚数も倍になる。

(6) どうして比例しているとわかるのですか。

ア 厚さが2倍、3倍になると枚数も2倍、3倍に
なっているから。

イ 紙の厚さを x mm としたときの紙の枚数を y 枚と
すると、

$$y = 12.5x$$

となり、比例の式になるから。

ウ $100 \div 8, 200 \div 16, 300 \div 24, \dots$ のように、
(y の値) \div (x の値) が一定の値になるから。

(7) $y = 12.5x$ の「12.5」は、何を表していますか。

ア 1mmあたりの紙の枚数

イ 厚さが1mm増すごとに増える紙の枚数

ウ $\frac{100}{8}, \frac{200}{16}, \frac{300}{24}, \dots$ の値

エ 比例定数

課題2
紙の厚さが8mm増えると紙の枚数は何枚増えますか。
また、紙の厚さが10mm増えると紙の枚数は何枚増えま
すか。

(8) 紙の枚数を求める。

ア 8mm...100枚 1mmは12.5枚だから、
10mm... $12.5 \times 10 = 125$ (枚)

イ

		+40	40 \div 10 = 4						
紙の厚さ (mm)	0	1	8	16	24	32	40		
紙の枚数 (枚)	0	12.5	100	200	300	400	500		
			+500	500 \div 4 = 125		+100			

100枚 125枚

(9) 式 $y = 12.5x$ の比例定数12.5が、何を表している
かまとめよう。

- ・ 紙の厚さ1mmのときの紙の枚数 (y の値) \div (x の値)
- ・ 紙の厚さが1mm増えるときの紙の枚数
(y の増加量) \div (x の増加量)

イで式のみを答え
た場合は、 x, y
の表す意味を確認
する。

イの式が出なかつ
た場合は、 x, y
の意味を与え立式
させる。

(※2)
 $x = 8$ のときの y
 $= 100$ と考えてい
る生徒に対して
は、どこから8mm
増えている場合な
のかを問う。


表の中で、紙の厚
さが1mm増えると
紙の枚数が12.5枚
増えることを確認
する。

左の図のように、
増加量の意味を表
す矢印を丁寧に板
書する。

⑥ 第1学年第7時指導案

本時のねらい

- ・ともなって変わる2つの数量(連続量)から、関数関係を見出し、比例の関係の理解を深める。
- ・割合や比の問題を、関数の考え方をを使って考察し、問題解決を図る。
- ・関数関係を表、式を使って表し、比例定数の意味を理解する。

学 習 活 動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を提示する	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;"> 課題場面 この地図の面積を考えよう。 </div> 	佐渡島の地図であることを伝える。 佐渡島854km ² 表に佐渡島の地図、裏に方眼を印刷した板目紙を見せる。
面積の求め方を考える	(1) この面積をどのように求めますか。 ア 方眼を用いてマス目を数える。 イ おおよその形(三角形、四角形、円など)に置き換えて計算する。 ウ 重さを量って求める。 (2) (1)の方法で実際に求めてみよう。	ウの方法がでなくてもそのまま進めていく。 個人でしばらく考えさせる。 教室内に必要なものは(はかり、はさみ、電卓等)さりげなく置いておく。 表に佐渡島の地図、裏に方眼を印刷した板目紙と必要に応じてはかり、はさみ、電卓を各班に配布する。
面積の求め方を発表する	(3) 班ごとに考える。 (4) 発表する。 ア 方眼を用いてマス目を数えた班 <ul style="list-style-type: none"> ・ 1cm²のマス目の数 250個 ・ 1cm²に満たないマス目の数 129個 したがって、 $250 + 129/2 = 314.5$ (cm ²) イ おおよその形に置き換えて計算した班 <ul style="list-style-type: none"> ・ 2つの平行四辺形の和と考えて計算する。 北半分 $10 \times 16 = 160$ 南半分 $8 \times 18 = 144$ したがって、$160 + 144 = 304$ (cm²) ウ 重さを量って求めた班 (反応例) 佐渡島の地図を実際に切り取って量ると約15.5g 10×10 の正方形の重さは約5g <ul style="list-style-type: none"> ・ 比で求める $100 \times 15.5 / 5 = 310$ (cm²) ・ 1cm²あたりの重さを利用して求める 1cm²あたり0.05gだから、15.5gでは $15.5 \div 0.05 = 310$ (cm²) ・ 1gあたりの面積を利用して求める 1gあたり20cm²だから、15.5gでは $20 \times 15.5 = 310$ (cm²) 	広さを重さに置き換えて考えようとする班は基準となる広さをいろいろと考えさせる。
表をつくり、これ	(5) 面積と重さの関係を表してみよう。	

までの関係を整理する

$$\begin{array}{l} 100 \text{ cm}^2 \cdots \cdots 5 \text{ g} \\ \square \text{ cm}^2 \cdots \cdots 15.5 \text{ g} \end{array}$$

(6) これらを表に整理してみましょう。

ア

面積 (cm ²)	100	□
重さ (g)	5	15.5

イ

重さ (g)	5	15.5
面積 (cm ²)	100	□

(7) この表をもう少しうめてみましょう。

ア

面積 (cm ²)	0	1	20	100	□
重さ (g)	0	0.05	1	5	15.5

イ

重さ (g)	0	0.05	1	5	15.5
面積 (cm ²)	0	1	20	100	□

2つの数量の関係を
確認する

(8) この表から、重さと面積はどんな関係になっているのでしょうか。

- ア 比例している
- イ 面積が倍になると重さも倍になる
- ウ 重さが倍になると面積も倍になる。

比例である根拠を
考える

(9) どうして比例しているとわかるのですか。

- ア 面積が2倍、3倍になると重さも2倍、3倍になっている
- イ 重さが2倍、3倍になると面積も2倍、3倍になっている
- ウ 面積を $x \text{ cm}^2$ としたときの重さを $y \text{ g}$ とすると式は、 $y = 0.05x$ となり、比例の式になるから
- エ 重さを $x \text{ g}$ としたときの面積を $y \text{ cm}^2$ とすると式は、 $y = 20x$ となり、比例の式になるから

比例定数の意味を
考える

(10) $y = 0.05x$ の0.05はどんなことを意味していますか。

- ア 1 cm²あたりの重さ
- イ 面積が1 cm²増すと重さが0.05 g 増える
- ウ 0.05、0.10、0.15 … の値
- エ 比例定数

(11) $y = 20x$ の20はどんなことを意味していますか。

- ア 1 gあたりの面積
- イ 重さが1 g 増すと面積が20 cm² 増える
- ウ 20、40、60 … の値
- エ 比例定数

いくつかの例で増
加量を確認する

(12) (例) 粟島を加えると、面積はどれだけ増えるでしょうか。

- ・粟島の重さ：0.2 g
- 重さが1 g 増すと面積は20 cm² 増えるので $0.2 \times 20 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$ 増加する

(例) 佐渡島の湾を埋め立てたとすると面積はどれだけ増えるでしょうか。

- ・埋め立てた部分の重さ：○ g
- $\times 20 \text{ (cm}^2\text{)}$ 増加する

生徒が、 x 、 y を用いたときは、それが何を表しているかを確認する。

生徒が表で1あたり量をかかない場合には、そのことを確認する。

面積が0のとき重さも0になることを確認する。

(7) の表ができる理由として、板目紙の厚さが均一であると理想化して考えることを確認する。

いろいろな発表に対して表で確認する。

新潟県のもう一つの島が粟島であることを説明する。
粟島 9.5 km²

3. 今後の課題

本委員会は、一人ひとりの生徒の関数概念の理解が、どのように高まり深まるかを、授業実践を通して考察している。具体的には、授業の中で、さまざまな学習内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討している。

今後、P. 15の指導の改善方針に沿い、次の点について研究を進めていく。

- ① 第1学年から第3学年の指導計画・指導案を変化の割合の学習の段階を枠組みとして見直す。
- ② 学習の段階を留意して、改訂指導計画・改訂指導案を作成する。
- ③ ②についての学習経験を積ませ、どのように生徒が変化の割合の概念やその活用を身につけたかについて、その変容を明らかにし、さらなる指導の改善を行う。

[参考・引用文献]

- (1) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
「変化の割合と学習段階」
〈日数教（高知）大会発表資料〉 2007 (H19) 年
- (2) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
「『変化の割合』の指導について」
〈日数教（長野）大会発表資料〉 2005 (H17) 年
- (3) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
「『変化の割合』の指導について」
〈日数教（東京）大会発表資料〉 2006 (H18) 年

第1学年

	例・問	課 題	連続・離散量
A社	例1	釘の本数と重さ	離散量
	問2	針金の長さ	連続量
	Q	折り鶴を1000羽折るとき、1人あたりの折る数と人数	離散量
	問4	水槽に水を入れる管が5つついているとき、使う管の数と水槽がいっぱいになるまでにかかる時間	連続量
	例2	家から図書館まで行くとき、進む速さの違う兄と妹の2人のグラフのよみ	連続量
	章B・1	長方形の一辺を点が動くときの三角形の面積	連続量
B社	例1	紙の枚数と重さ	離散量
	問1	紙の枚数と厚さ	離散量
	例2	いすを480脚並べるとき、1列におくいすの数と列の数	離散量
	章3	正方形の一辺を点が動くときの三角形の面積	連続量
	章4	銅板の重さと面積	連続量
C社	例1	針金の長さ	連続量
	例2	家から駅まで行くとき、進む速さの違う兄と弟の2人のグラフのよみ	連続量
	問4	ばねにつるしたおもりの重さとばねの伸び	連続量
	?	折り紙をわけるとき、わける人数と1人あたりの枚数	離散量
	例3	家から駅まで往復するとき、行きの速さと時間と帰りの速さと時間	連続量
	問5	歯車の歯の数と1秒間の回転数	離散量
	基本1	釘の本数と重さ	離散量
	章B・3	長方形の一辺を点が動くときの三角形の面積	連続量
D社	Q1	釘の本数と重さ	離散量
	問1	厚紙の重さと面積	連続量
	例題1	同じ道のりを自動車で行くとき、その速さとかかった時間	連続量
	基本3	紙の枚数を1枚ずつ数えなくても、およその枚数を求める方法	離散量
	章3	針金の長さ	連続量
	章7	長方形の一辺を点が動くときの三角形の面積	連続量
E社	習活動1とQ1	学校からA湖まで行くとき、進む速さの違う2人のグラフのよみ	連続量
	習活動2	天秤の支点からの距離とおもりの重さ	連続量
	Q2	3段変速の自転車の前輪と後輪の歯車の回転数	離散量

	章9 章10	いすを並べるとき、1列のいすの数と列の数 長方形の1辺を点が動くときの三角形の面積	離散量 連続量
F社	例1 例2 チャレンジ	折り紙の重さと枚数 天秤の支点からの距離とおもりの重さ 1200m走るときの速さが違う2人のグラフのよみ	離散量 連続量 連続量
	章6	折り鶴を1000羽折るとき、1人あたりの折る数と人数	離散量
	章7	自動車で家から20km離れた目的地まで行くときのグラフのよみ	連続量

第2学年

	例・問	課 題	連続・離散量
A社	Q Q 例1 問6	水を熱する実験 長方形の3辺を点が動くときの図形の面積 ダイヤグラム のよみ 自転車 で家から12km離れた公園まで行くときのグラフのよみ	連続量 連続量 連続量 連続量
	やってみよう	40cmの線分の両端から同時に出発し、同じ速さで1往復して動く2点	連続量
	基本3	自転車 で家から7km離れたA町まで行くときのグラフのよみ	連続量
	章B1	水槽のグラフのよみ	連続量
B社	例題1 例題2	4kmを走る人のグラフのよみ 電話料金の2つのプランの比較	連続量 離散量
	例1 章3	月額基本使用料、1分ごとの通話料が与えられているときの通話時間と1ヶ月使用料 水を熱する実験 家から4km離れた図書館まで行くとき、進む速さの違う兄と妹の2人のグラフのよみ	(連続量として扱う) 連続量 連続量
	章4	長方形の3辺を点が動くときの図形の面積	連続量
C社	? 問2	水を熱する実験 地上の気温が15℃のとき、地上からの高さ と気温(データを示している)	連続量 連続量
	例1 章A6	長方形の3辺を点が動くときの図形の面積 ろうそくの火をつけてからの時間とろうそくの長さ	連続量 連続量
	章B1	インターネット料金の2つのプランの比較 基本料金、1分ごとの料金が与えられているときの利用時間と料金	離散量 (連続量として扱う)
	章B2	直角三角形の2辺を点が動くときの三角形の面積	連続量

D社	例1	ばねにつるしたおもりの重さとばねの長さ	連続量
	例2	直角三角形の2辺を点が動くときの三角形の面積	連続量
	Q2	自宅から1600m離れた駅まで行くときのグラフのよみ	連続量
	基本4	線香の火をつけてからの時間と線香の長さのグラフのよみ	連続量
	基本4	家と図書館の間を行き来する姉と弟のグラフのよみ	連続量
	章A3	水槽の水を入れる時間と水の深さ	連続量
	章B3	長方形の3辺を点が動くときの図形の面積	連続量
章B4	正方形を1つの頂点が正方形の中心に重なるように順に並べていくとき、正方形の数とそれとともなって変わる数量を見つける	離散量	
E社	学習活動1	駅から4km離れた公園を出発し駅に向かうときのグラフのよみ	連続量
	学習活動2	駅から4km離れた公園を出発し駅に向かうとき、違う速さの2人のグラフのよみ	連続量
	発展	バスの運行を表すグラフ	連続量
	学習活動1	ばねにつるしたおもりの重さとばねの長さ	連続量
	学習活動2	水を熱する実験	連続量
	学習活動1	直角三角形の2辺を点が動くときの三角形の面積	連続量
	発展 章8	長方形の3辺を点が動くときの図形の面積 マッチ棒で正方形をつくり、横に並べて長方形の形にすると、正方形の個数とマッチ棒の本数	離散量
F社	例1	水を熱する実験	連続量
	例2	駅から3km離れた美術館へ行くとき、進み方の違う2人のグラフのよみ	連続量
	例3	長方形の3辺を点が動くときの図形の面積	連続量
	章7	家から900m離れた駅まで行くときのグラフのよみ	連続量

第3学年

	例・問	課 題	連続・離散量
A社	例1	物を落とすとき、落ち始めてからの時間と落ちる距離	連続量
	問2	振り子の長さで1往復する時間	連続量
	例2	車の速さと制動距離	連続量
	Q	坂道を一定の速さで下りる人と同時にこがずにスケートボードで下りる人のグラフのよみ	連続量
	章A4	直角三角形の辺を2点が動くときの面積	連続量

B社	問1 問2 例題1	車の速さと制動距離 振り子の長さで1往復する時間 ボールが斜面を転がり始めてからの時間とその間に転がった距離を考えるとときの平均の速さ	連続量 連続量 連続量
C社	? アカト 例1 例2 章A3 章B4	短距離走でスタートしてから走った距離(データを示している) リレーのバトンパス(グラフを示す) 車の速さと制動距離 風速と建物の壁にかかる風圧 正三角形のタイルを並べて、大きな正三角形をつくる時、段数とタイルの数 正方形の辺を2点が動くときの面積	連続量 連続量 連続量 連続量 連続量
D社	問1 章B6 章B7 発展	駅を出発する電車と、出発すると同時に駅を通過する一定の速さの自動車のグラフのよみ 台形の辺を2点が動くときの面積 両側階段の段数と面積 車の速さと制動距離	連続量 連続量 離散量 連続量
E社	学習活動1 学習活動2 学習活動1 Q2 章6 章7	駅を出発する電車と、出発すると同時に駅を通過する一定の速さのランナーのグラフのよみ ペットボトルに水を入れ、底に開けた穴から水を抜く。水がなくなるまでの時間と初めの水の高さ 直角三角形が一定の速さで動き、正方形に重なっていくときの時間と重なった面積 台形が一定の速さで動き、長方形に重なっていくときの時間と重なった面積 振り子の長さで1往復する時間 風速と建物の壁にかかる風圧	連続量 連続量 連続量 連続量 連続量 連続量
F社	例1 例2 チャレンジ 章6 章7 章8	駅を出発する電車と、出発すると同時に駅を通過する一定の速さのバスのグラフのよみ 直角三角形が一定の速さで動き、正方形に重なっていくときの時間と重なった面積 両側階段の段数と面積 振り子の長さで1往復する時間 正方形の辺を2点が動くときの面積 リレーのバトンパスのグラフのよみ	連続量 連続量 離散量 連続量 連続量 連続量

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

- | | |
|---------------------|--------------------|
| 荒井 幸恵 (足立区立蒲原中学校) | 井出 宇郎 (世田谷区立砧中学校) |
| 岩木敬二郎 (元板橋区立中台中学校) | 遠藤 國雄 (元板橋区立向原中学校) |
| 小高 洋平 (足立区立栗島中学校) | 風間喜美江 (江東区立大島中学校) |
| 小林 博 (調布市立第八中学校) | 近藤 和夫 (世田谷区立桜木中学校) |
| 斎藤 圭祐 (目黒区立東山中学校) | 茂田 千穂 (葛飾区立本田中学校) |
| 鈴木 大輔 (江東区立深川第一中学校) | 須藤 哲夫 (元品川区立伊藤中学校) |
| 関 富美雄 (江戸川区立鹿骨中学校) | 高村 真彦 (荒川区立第九中学校) |
| 塚本 桂子 (世田谷区立喜多見中学校) | 橋爪 昭男 (豊島区立明豊中学校) |
| 半田 進 (東北福祉大学) | 村田 弘恵 (足立区立第七中学校) |
| 山本 恵悟 (足立区立蒲原中学校) | 吉田 直樹 (中野区立中央中学校) |
| 吉田 裕行 (世田谷区立砧中学校) | |