

1 次関数における 「変化の割合」の指導について

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

| | ページ |
|--------------------------------|-------|
| 1. 研究の経過とねらい ----- | 1 |
| 2. 研究内容 | |
| (1) 第2学年「変化の割合」の指導の現状 ----- | 2～ 3 |
| (2) 指導内容と指導計画の作成の視点 ----- | 3 |
| (3) 「変化の割合」の定義の指導に至るまでの流れ ---- | 3～ 4 |
| (4) 第2学年指導計画 ----- | 4～ 7 |
| (5) 第2学年・第3～8時の指導案 ----- | 8～19 |
| (6) 第8時「1次関数のグラフと変化の割合」の授業実践 | |
| 授業実践〈その1〉の授業記録 ----- | 20～23 |
| 授業実践〈その1〉の研究協議 ----- | 24 |
| 授業実践〈その2〉の授業記録 ----- | 25～32 |
| 第8時・指導案の考察 ----- | 33 |
| 第8時改訂指導案 ----- | 34～35 |
| 3. 今後の課題 ----- | 36 |

1. 研究の経過とねらい

本委員会では、平成12年度まで、中学校関数指導について具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討を行ってきた。また、各学年における評価の観点と評価問題の作成、実施、検討も行った。

平成9年度⁽¹⁾は、関数カリキュラムについての提言、改善の内容に対応した関数指導の評価規準の検討と改訂、指導内容の検討と指導計画の改訂を行った。平成10～12年度⁽²⁾は、改善の重点である第1学年における関数のよさに気づかせるための「さまざまな関数」の指導、そして、各学年におけるグラフを利用するよさに気づかせるための「グラフのよみ」の指導について、授業研究を通して検討、考察を行った。

以上の研究の経過を経て、関数カリキュラムを検討していく中で、評価問題の実施結果から「変化の割合」の理解が弱いことが明らかになった。

そこで、今年度は、平成13年度⁽³⁾より継続して、「変化の割合」の意味を理解させることや、その概念を育成することをねらいとして、第2学年の1次関数を中心に、授業研究を通して指導内容の研究を進めることとした。

2. 研究内容

(1) 第2学年「変化の割合」の指導の現状

これまでの「変化の割合」の指導は、「1次関数の意味」の指導直後に行われ、そこで1次関数の変化の割合の定義がなされるのが普通である。そこでは、「変化の割合」の意味の理解が不十分なままグラフの指導に入るため、「変化の割合」「グラフの傾き」「 $y = ax + b$ のaの意味」がばらばらの知識となって、それぞれが一体化した理解にまで至らない生徒が多数見られた。

そこで、本委員会では、第2学年の指導計画を見直していくなかで、「変化の割合」の指導における問題点を以下のようにまとめた。

(定義に関する問題点)

- ・単元の導入直後に、「変化の割合」の定義をすることは適当か。また、「変化の割合」を指導する場合、定義から指導していくのはよいのか。

(第2学年「変化の割合」が一定であることに関する問題点)

- ・1次関数では、変化の割合が一定であるため、生徒にとって「変化の割合」の意味がつかみにくく、1次関数との学習の関連性が実感できないのではないかな。
- ・「変化の割合が一定であること」を理解させるために、第2学年において、変化の割合が一定でないものを扱ってもよいのではないかな。
- ・「変化の割合」を求める評価問題では、「ある値からある値まで」のように値を指定している場合は正答率が高いが、値を指定しない場合は低い。「変化の割合が一定である」ということが理解できていないのではないかな。
- ・「一定」という言葉が、一般の関数における「変化の割合」の理解を妨げているのではないかな。
- ・「直線ならば変化の割合は一定である」ことは指導するが、「変化の割合が一定である関数のグラフは直線である」ということはあまり指導されていないのではないかな。

(指導内容と指導方法に関する問題点)

- ・生徒にとって、「割合」は小学校以来、苦手意識があり、また「変化」はとらえにくいものであるため、「変化の割合」の意味がつかみにくいのではないかな。
- ・増加量という言葉は、負の意味も含まれているため、理解が困難な生徒もいる。
- ・xの値とxの増加量、yの値とyの増加量の区別がついていない生徒が多いため、「xの値が○増加したとき、yの値が△増加する」ことを指導するこ

とが大切である。つまり、単に「変化の割合」を形式的に求める指導だけではなく、定義より先に概念を育成する指導を重視した方がよいのではないか。

- ・本委員会のこれまでの第2学年指導計画では、「変化の割合」の定義の前の単元の導入課題は、連続量を扱わずに離散量のみを扱ってきた。具体的な連続量の事象も扱った後で、「変化の割合」の指導を行ったほうがよいのではないか。

(2) 指導内容と指導計画の作成の視点

(1) をふまえて、「変化の割合」の概念や意味を理解させることを主なねらいとした「変化の割合の意味を理解する素地的な学習」を指導計画に位置づけた。つまり、「変化の割合」の定義を形式的に与えるのではなく、具体的な事象の考察を通して、「変化の割合」の概念や意味を理解させる指導を考えた。

指導内容と指導計画は、次のような視点で作成した。

ア. 離散量と連続量の2つの課題を扱う。

イ. 具体的な事象を通して、変化のようすを調べ、「変化の割合」の意味を理解させる。単に形式的な「変化の割合」を求めるだけの指導は行わない。

ウ. 「変化の割合」の定義の指導は、その意味を理解する学習の後で行う。

エ. 「変化の割合が一定である」ことを丁寧に指導する。

オ. 「変化の割合が一定な関数のグラフは直線である」ことを丁寧に指導する。

(3) 「変化の割合」の定義の指導に至るまでの流れ

昨年度は、第3、4時「変化の割合の素地的な学習」についての発表を行った。その内容は、水そうに水を入れたり、排水する具体的な事象を通して、一定の割合で変化することに注目させたり、「変化の割合」の概念を理解させるものであった。そしてさらに、この研究を進めるうえで課題になったことは、

- ・1次関数のグラフの指導をどのように行うのか。
- ・「変化の割合」の定義をどこで、どのように行うのか。

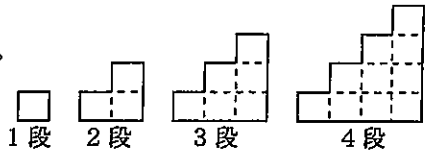
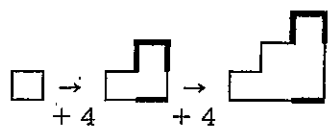
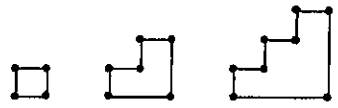
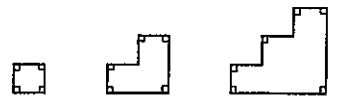
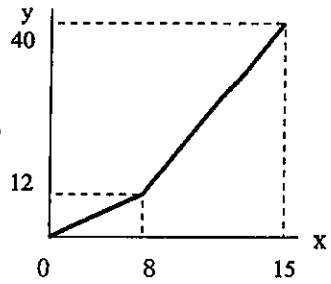
であった。

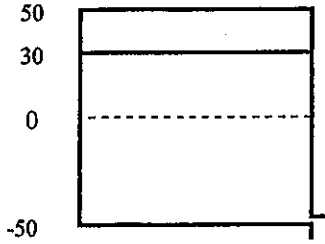
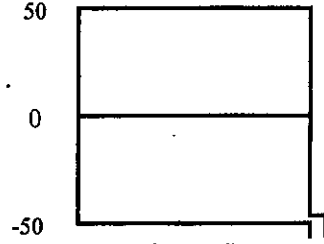
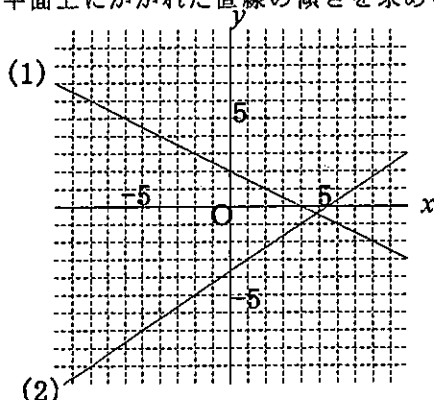
いくつもの研究協議を重ね、次の結論に至った。

- ①第5時：傾きや切片の用語をすぐ指導せず、一定の割合で変化することに注目するなかで、傾きぐあいを考えさせ、直線の傾きを定義する。
- ②第6時：いくつかのグラフをかかせていくなかで、切片を定義する。そして、グラフを簡単にかく方法を考えさせ、傾きと切片に着目させる。
- ③第7時：よみとりやすい x の区間を選んで、直線の傾きを求めることができる課題を取り入れる。
- ④第8時：「変化の割合」を1次関数のグラフの傾きと結びつけ、一般的に定義する。

(4) 指導計画

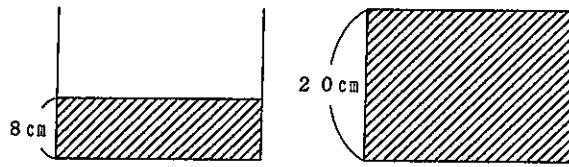
本委員会のこれまでの指導計画の第3時～第6時を再検討し、新たに第3時～第8時を作成した。

| 時数 | 項目 | 学 習 内 容 |
|----|--------------|---|
| 1 | 1次関数の意味 | <p>[課題場面] 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。</p> <p>①ともなって変わる量をあげる。</p>  <p>1段 2段 3段 4段</p> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cmとして、その変化のようすを調べる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表、グラフ、式 ($y = 4x$) を求める。 ・$y = 4x$ で、定数4の意味を考える。  |
| 2 | | <p>(ii) 階段の数が x 段のときの頂点の数を y 個として、その変化のようすを調べる。</p>  <p>(iii) 階段の数が x 段のときの直角の数を y 個として、その変化のようすを調べる。</p>  <p>②「yはxの1次関数である」ことを定義する。</p> |
| 3 | 変化の割合の素地的な学習 | <p>[課題場面A] 直方体の形をした深さ50cmの水そうAがある。この水そうに水を入れていく。右の図は、水そうAに水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cmとして、x と y の関係をグラフに表したものである。</p>  <p>①水そうの水の増え方について、グラフからよみとれることを考える。</p> <p>②0～8分、8～15分の増え方について、1分ごとに詳しく考える。</p> <p>③一定の割合で増えていることを確認する。</p> <p>[課題場面B] 直方体の形をした深さ50cmの水そうBがある。水そうBは初め10cmの深さまで水が入っており、このときからさらに水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cmとする。水を入れ始めてから15分後に40cmの深さになった。</p> <p>④ x と y の関係について、グラフをかいていろいろな水の入り方を想像する。</p> <p>⑤一定の割合で増えていることを、表で確認する。</p> <p>⑥式 $y = 2x + 10$ の「2」や「10」の意味を考える。</p> |

| | |
|---|---|
| 4 | <p>〔課題場面〕 下の図は、水の入った水そうから水を排水しているようすを表したものである。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>9時</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>9時15分</p> </div> </div> <p>①排水のようすをグラフに表す。 ②一定の割合で排水する場合について考える。 ③式 $y = 30 - 2x$ の「30」と「-2」の意味について考える。 ④1分あたり-2 cmの意味を具体的な場面を考える。 ⑤グラフの概形を考える。</p> |
| 5 | <p>1次関数のグラフ</p> <p>① $y = 2x + 3$ の表からグラフをかく。 ②グラフが直線になることを確認する。 ③ $y = 2x$ の表からグラフをかく。 ④2つの表やグラフの特徴を調べる。 ⑤「yは2ずつ増える」「2つのグラフは平行である」ことについて理解を深める。 ⑥「傾き2」を定義する。 ⑦ $y = x + 3$ のグラフをかき、1次関数 $y = ax + b$ のグラフが直線になることと、その直線の傾きを定義する。</p> |
| 6 | <p>① $y = 2x + 1$、$y = 2x + 4$、$y = -1/2x + 4$ のグラフをいろいろな考え方で自由にかく。 ②①のグラフから気づくことをあげる。 ③切片を定義する。 ④ $y = -3x - 1$、$y = 1/2x - 5$ のグラフを傾きと切片を使ってかく。 ⑤1次関数のグラフの特徴をまとめる。</p> |
| 7 | <p>① $y = 1/3x + 2/3$ のグラフをいろいろな考え方で自由にかく。 ②切片が整数でない直線のグラフのかき方を検討する。 ③座標平面上にかかれた直線の傾きを求める。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>④格子点を1つも通らないグラフを考える。</p> |

8 1次関数の
グラフと変
化の割合

[課題場面] 深さ20 cmの直方体の容器に水を入れていく。水を入れ始めてから2分後の水の深さは8 cm、6分後の水の深さは20 cmだった。



2分後

6分後

- ① 2分後から6分後の間の変化のようすを、言葉やグラフで表す。
- ② ⑤変化の割合の定義を知る。

[課題1] 1次関数 $y = 3x - 2$ の変化の割合を調べよう。

- ③ $y = 3x - 2$ の変化の割合について調べる。
- ④ $y = 3x - 2$ のグラフをかき、その傾きと変化の割合を調べる。

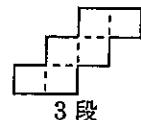
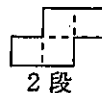
[課題2] 座標平面上に、点A(-2, -3)、B(1, 1)、C(3, 4)をとり、3点が一直線上にあるかどうか調べよう。

- ⑤ 「傾き」や「変化の割合」を利用して、問題を解決する。

9 1次関数の
求め方

[課題場面] 縦1 cm、横2 cmの長方形を右の図のように積んでいく。

- ① ともなって変わる量をあげる。



1段

2段

3段

(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cmとして、 y を x の式で表す。($y = 4x + 2$)

・各自、どのように式を求めたかを発表する。

- ② 1次関数の式は、変化の割合 a と1組の x 、 y の値から、また、2組の x 、 y の値から求められることをまとめる。

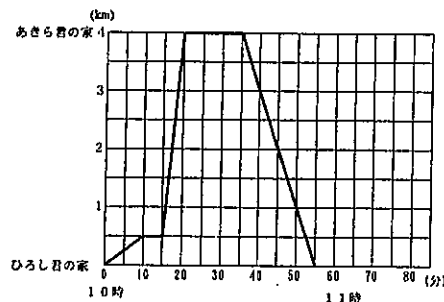
10



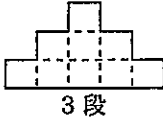
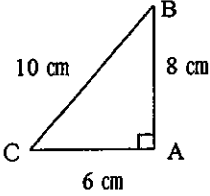
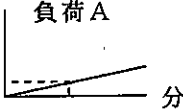
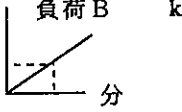
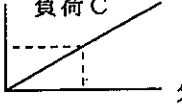
(1次関数の式の決定についての問題練習)

11 グラフのよ
み

[課題場面] ひろし君は、午前10時に、家から4 km離れたあきら君の家に置いてある自転車を取りに行った。まず、家の近くのバス停まで歩き、しばらく待ってバスに乗り、あきら君の家のすぐ前にあるバス停で降りた。そこでしばらく話をしてから、自転車で自分の家にもどった。

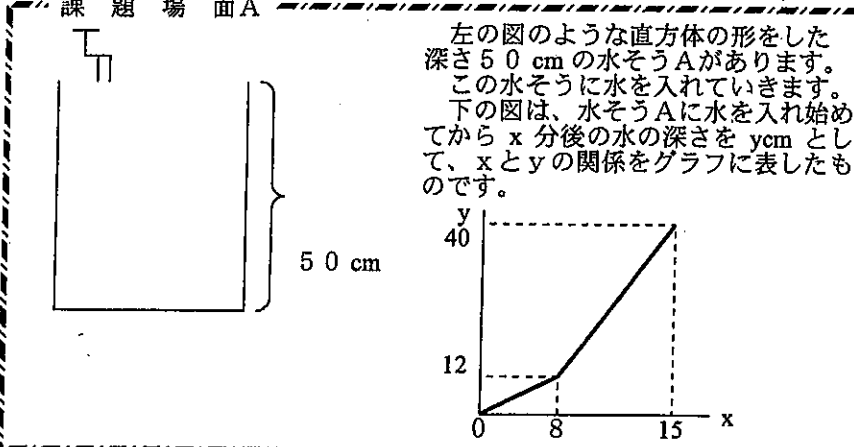
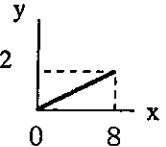
下のグラフは、ひろし君が家を出てから再び家にもどってくるまでの時間と道のりの関係を示したものである。



| | | |
|----|------------------|---|
| | | <p>①次の問題を解決する。</p> <p>(i) ひろし君が自転車で帰宅途中、忘れ物に気づき、再びあきら君の家にもどり、11時20分までに帰宅する時間をグラフを使って求める。</p> <p>(ii) あきら君が自転車でひろし君の家に向かい、バス停にいるひろし君に出会うための自宅出発時間を求める。</p> |
| 12 | 1次関数の利用 -その1- | <p>[課題場面] 1辺が1cmの正方形を右の図のように1段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  1段 </div> <div style="text-align: center;">  2段 </div> <div style="text-align: center;">  3段 </div> </div> <p>(i) 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、yをxの式で表す。 ($y = 6x - 2$)</p> <p>(ii) x段目にある正方形の個数をy個として、yをxの式で表す。 ($y = 2x - 1$)</p> <p>(iii) x段のときの全体の面積をy cm^2 として、yをxの式で表す。 ($y = x^2$)</p> |
| 13 | | <p>[課題場面] 右のような$\triangle BCA$ ($\angle A = 90^\circ$)がある。点PはCを出発して、毎秒1cmの速さでAを通ってBまで動く。</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <p>①ともなって変わる量をあげる。</p> <p>(i) 点PがCを出発してからx秒後の$\triangle BCP$の面積をy cm^2 として、変化のようすを調べる。(変域に注意させる)</p> </div> <div style="flex: 1; text-align: center;">  </div> </div> |
| 14 | 問題練習 | |
| 15 | 1次関数の利用 -その2- | <p>[課題場面] エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Yさんはスポーツジムで、エアロバイクをA、B、Cの3種類の負荷で利用している。</p> <p>下のグラフは、3種類の負荷の、こぐ時間と消費カロリーの関係を示したものである。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  負荷A </div> <div style="text-align: center;">  負荷B </div> <div style="text-align: center;">  負荷C </div> </div> <p>① 300kcalを消費させるためには、どの負荷にするか考え、発表する。</p> <p>② 100kcalを消費させる計画をグラフに表し、発表する。</p> <p>③ 次の問題を解決する。</p> <p>(i) 休憩を取らずに、100kcalを消費させる計画を実行した。負荷Aで10分間こぎ、次に負荷Bでこいで終わらせる。負荷Bでこいでいる途中で、5分早く終わらせるように変更した場合、どのように変更したらよいかを考える。</p> |

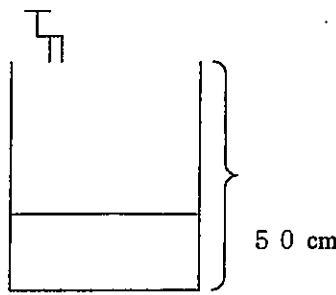
第3時 指導案

本時のねらい：・具体的な事象から、変化の割合の意味を理解する。

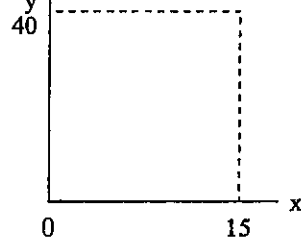
| 学習活動 | 主な発問と予想される生徒の反応 | 指導上の留意点 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|---------|----|----|----|----|----|---|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|----|---|---|---|----|----|----|----|----|---|----|--|--|--|--|--|----|---|---|----|---|----|----|---|
| <p>課題を把握する</p> <p>水そう A の増え方をグラフからよみとる</p> <p>水そう A の増え方について、1分について、1分当たりの深さの増え方について考える。</p> | <p>課題場面A</p>  <p>左の図のような直方体の形をした深さ50 cmの水そうAがあります。この水そうに水を入れていきます。下の図は、水そうAに水を入れ始めてからx分後の水の深さをy cmとして、xとyの関係をグラフに表したものです。</p> <p>(1) 「水そうの水の増え方について、グラフからよみとれることや気がついたことは何ですか」</p> <p>① グラフからよみとれることを考える。</p> <p>ア. 8分後12 cm イ. 15分後40 cm ウ. x: 8～15の方が増え方が大きい。 エ. x: 0～8の方が増え方が小さい。 オ. だんだん深くなっていく</p> <p>② ①ウ、エの増え方について、1分ごとに詳しく考える。</p> <p>x: 0～8</p> <table border="1" data-bbox="493 1043 1001 1130"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>12</td></tr> </table> <p>x: 8～15</p> <table border="1" data-bbox="493 1159 864 1246"> <tr><td>x</td><td>8</td><td>9</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>40</td></tr> </table> <p>③ 表の空欄がうまる理由を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・8分で12cmから $12 \div 8 = 3 \div 2$ cm 1分ごとに $3 \div 2$ cm 増える。 ・直線(線分)から一定の割合に増えていることがわかるから1分毎に $3 \div 2$ cm 増えることがわかる。 <p>グラフの一部の右の部分に方眼の入った透明な紙を重ねてみる。</p>  <p>+7</p> <table border="1" data-bbox="425 1584 576 1671"> <tr><td>x</td><td>8</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>12</td><td>40</td></tr> </table> <p>+28</p> <p>7分間で28cm 増えていることから1分間では4 cm ずつ増えることになる。</p> <p>グラフの一部分(x: 8～15)に方眼の入った透明な紙を重ねてみる。</p> | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | y | 0 | | | | | | | | 12 | x | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | y | 12 | | | | | | 40 | x | 8 | 15 | y | 12 | 40 | <p>生徒のつぶやきをできるだけひろい、ことばで表現できるように支援する。</p> <p>急に12cm 増えるわけでないことを示唆する。</p> <p>机間支援を行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・生徒のことばで一定の割合の考えにふれることばを取り上げる。 ・一定の割合で増えている理由にふれる。 <p>直線＝一定の割合は深入りせず、次時に扱う。</p> <p>・グラフは直観的な扱いに留める。</p> |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 0 | | | | | | | | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 12 | | | | | | 40 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 8 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 12 | 40 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

題意を把握する。

課題場面B



左の図のような直方体の形をした深さ50 cmの水そうBがあります。水そうBは初め10 cmの深さまで水が入っており、このときからさらに水を入れ始めてからx分後の水の深さをy cmとします。水を入れ始めてから15分後に40 cmの深さになりました。

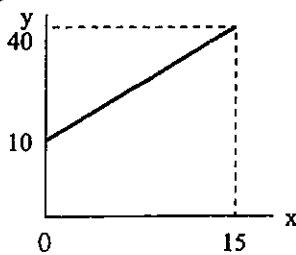


水そうBの増え方を条件から考えさせる。

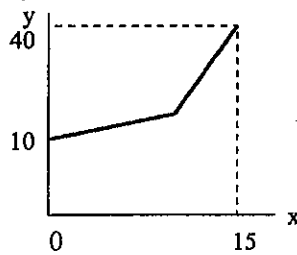
(2)「水そうBの水の増え方について考えよう。」

④ xとyとの関係についてグラフをかいて想像する。

ア



イ



⑤ ④の考えを発表する。

⑥ ④アの場合について、表や式を考える。

| | | | | | | | | | | | |
|---|----|---|---|---|---|-----|----|----|----|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| y | 10 | | | | | | | | | | 40 |

ア 15分で30 cm上がる。

イ 1分間2 cm上がる。

ウ 一定の割合で増えていると考えられる。

⑦ ア～ウの理由を考え、空欄にうめた値を確認する。

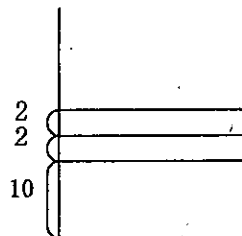
一定の割合で増える理由を確認する。

一定の割合で増えるとするとき左の表がうまるという前提を確認する。

$y = 2x + 10$ の2や10の意味を考える。

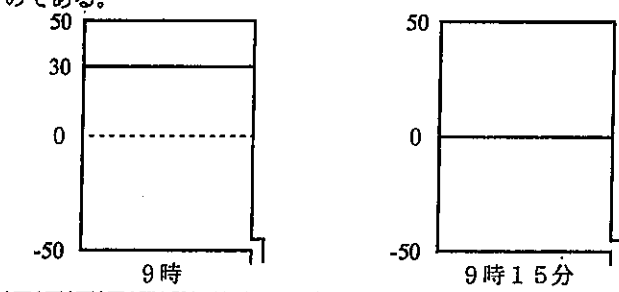
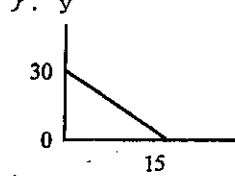
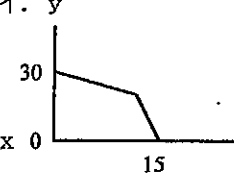
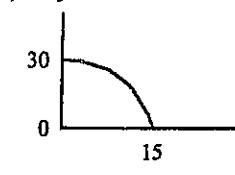
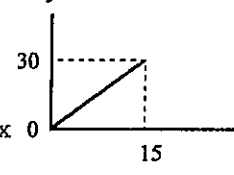
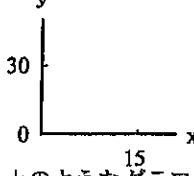
⑧ 式 $y = 2x + 10$ を確認する。

- ア 2の意味
- イ 増え方を図に表す
- ウ 10の意味
- エ 代入し⑥の表になる



第4時 指導案

本時のねらい：具体的な事象から、変化の割合の意味を理解し深める。

| 学習活動 | 主な発問と予想される生徒の反応 | 指導上の留意点 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|---------|----|----|-----|----|----|---|---|---|----|----|---|----|----|----|---|---|---|---|---|---|----|----|---|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|-----|----|----|---|----|----|----|----|-----|---|---|---|
| <p>課題を把握する</p> <p>排水するようすをグラフに表す</p> <p>一定の割合で排水する場合について考える</p> | <p>課題場面</p> <p>下の図は、水の入った水そうから水を排水しているようすを表したものである。</p>  <p>(1)「9時からx分後の、水そうの水位をy cmとする。どのように排水したか、そのようすをグラフに表しなさい。」</p> <p>①グラフをかく</p> <p>ア. y  イ. y </p> <p>ウ. y  エ. y </p> <p>②どのように排水したか発表する</p> <p>ア. 一定の割合で排水 イ. 始めは少しずつ排水し、途中からたくさん排水 ウ. 規則性がなく排水 エ. 時間と減った高さとの関係</p> <p>③それぞれの考えについて、意見交換をする。</p> <p>(2)「①アの場合について、表をかきなさい。」</p> <p>①表をかく</p> <p>ア.</p> <table border="1" data-bbox="425 1333 658 1391"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>0</td></tr> </table> <p>イ.</p> <table border="1" data-bbox="425 1410 919 1468"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>20</td><td>10</td><td>0</td></tr> </table> <p>ウ.</p> <table border="1" data-bbox="425 1487 919 1545"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>24</td><td>18</td><td>12</td><td>6</td><td>0</td></tr> </table> <p>エ.</p> <table border="1" data-bbox="425 1564 919 1622"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>...</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>28</td><td>26</td><td>24</td><td>...</td><td>2</td><td>0</td></tr> </table> <p>②どのようにして表をかいたのか、発表する。</p> <p>ア. xの値が15増えると、yの値は30減る イ. xの値が5増えると、yの値は10減る ウ. xの値が3増えると、yの値は6減る エ. xの値が1増えると、yの値は2減る</p> | x | 0 | 15 | y | 30 | 0 | x | 0 | 5 | 10 | 15 | y | 30 | 20 | 10 | 0 | x | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | y | 30 | 24 | 18 | 12 | 6 | 0 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | 14 | 15 | y | 30 | 28 | 26 | 24 | ... | 2 | 0 | <p>9時を0分後と考える。</p> <p>y  x</p> <p>上のようなグラフ用紙を配布する。</p> <p>エのグラフをかく生徒は多い。</p> <p>イヤウの意見がでない場合は、教師からそれを提示して考えさせる。</p> <p>アを前提として(2)を学習するために次のことを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1分間に2 cm ずつ減る。 ・0分のとき 30cm ・15分後には 0cm になる。 <p>(1)③で、エの表が出た場合は、軽く扱う。</p> <p>(yの増加量) / (xの増加量) で求められることを確認し、変化の割合の素地を養う。</p> |
| x | 0 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 30 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 0 | 5 | 10 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 30 | 20 | 10 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 30 | 24 | 18 | 12 | 6 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | 14 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 30 | 28 | 26 | 24 | ... | 2 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

xとyとの関係を式に表す。

$y = -2x + 30$ の-2と30の意味を考える。

1分あたり-2cmの意味を具体的な場面で深める。

グラフの概形を確認する。

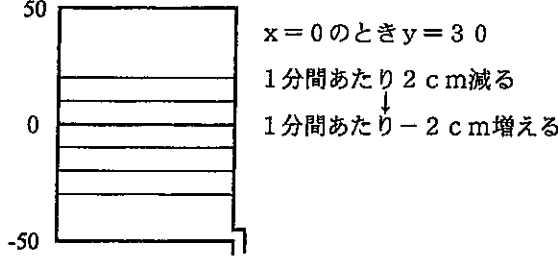
③水位の変化のようすには、どのような特徴があるか、考える。

- ア. 規則的に変化している。
- イ. 水位の下がる割合は一定である。
- ウ. 1分あたり2cm減る
- エ. 1分あたり-2cm増える

(5)「xとyの関係を式で表そう。」

ア. $y = 30 - 2x$ イ. $y = -2x + 30$

(6)「30と-2の意味を具体的な場面で確認しよう。」



図を利用し、-2や30の意味を確認する。

$y = ax + b$ のaやbの意味といった一般化の話になるような深入りはしない。

6分前は-6分後であることに気づかせる。

(3)「8時54分(6分前)の時点での水そうの水の高さを求めなさい」

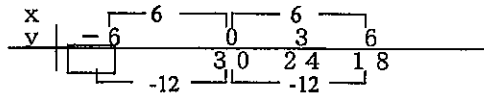
①高さを求める

ア. 式から求める

$$2 \times 6 = 12 \quad 30 + 12 = 42 \quad \underline{42 \text{ cm}}$$

$$30 - 2 \times (-6) = 42 \quad \underline{42 \text{ cm}}$$

イ. 表から求める



(4)「水そうが空になるのは何時何分ですか。」

①時刻を求める

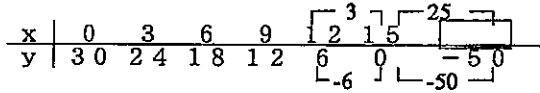
ア. 式から求める

$$50 \div 2 = 25 \quad 15 + 25 = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

$$12 + (-50) \div (-2) = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

$$(30 - (-50)) \div 2 = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

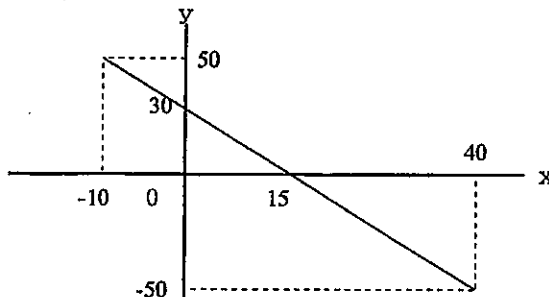
イ. 表から求める



$y = -50$ であることを気づかせる。

25分間で50cm減ることを確認する。

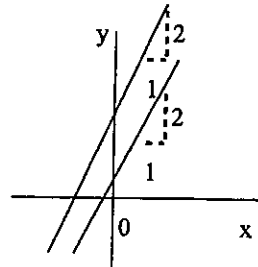
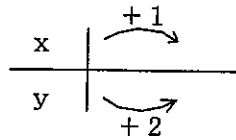
(7) (3) (4)などを含めて考えると、グラフはどのような予想する



- ③ 2つの表やグラフから気づくことをあげる。
 ア、2つのグラフは平行
 イ、yの値が2ずつ増える
 ウ、xの値が1ずつ増える
 エ、 $y = 2x + 3$ のyの値は全部奇数
 オ、 $y = 2x$ のyの値は全部偶数
 カ、xの値もyの値も増えている
 キ、

| | |
|--------|-------|
| x | |
| 2x | ○ + 3 |
| 2x + 3 | ○ + 3 |

- ④ ③の意見をもとに、2つのグラフが平行であることや、「yの値が2ずつ増えること」について理解を深める。

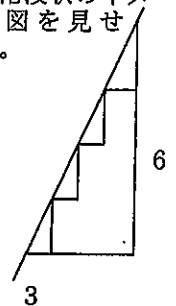


・ $y = 2x + 3$ のグラフの傾き2の定義を知る。

- (3) $y = 2x + 3$ のグラフは直線で、グラフの傾きは2であることを知る。

・左の図を新たにかけ、xの値が1増加することに伴ってyの値が2増加することを確認する。
 ・xの値が2増加することによってyの値が4増加することも確認する。

・階段状のイメージ図を見せる。



・傾きぐあいをグラフの中で確認しながら、その傾きぐあいを表す数を「傾き」と定義する。

・ $y = ax + b$ が直線になることと、傾きの定義を知る。

- (4) $y = x + 3$ のグラフをかいてみよう。

- ア、表をかき、点をプロットする。
 イ、表をかかずに、点をプロットする。
 ウ、点(0, 3)とその他の1点をとって直線をかく。
 エ、傾きを利用してかく。

- (5) (4)のア～ウの考えを確認し、 $y = x + 3$ のグラフが直線で、その傾きが1であることを確認する。

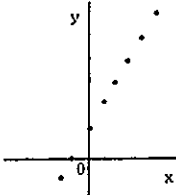
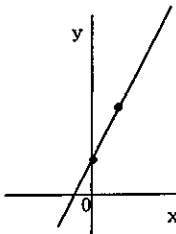
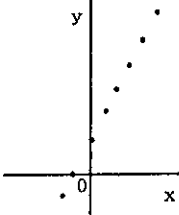
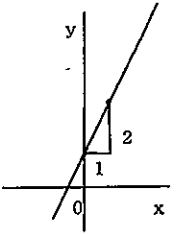
- (6) $y = ax + b$ のグラフは直線で、グラフの傾きはaであることを知る。

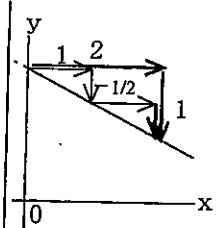
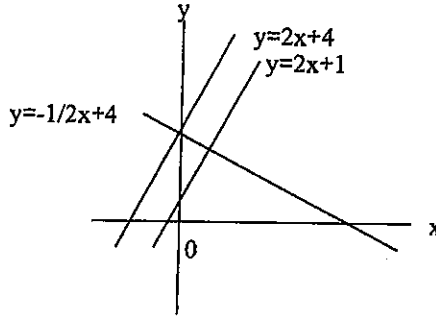
・グラフ上でよみとれた点(1.5, 4.5)のx、yの値が $y = x + 3$ を満たしていることを確認する。

第6時 指導案

本時のねらい

- 傾きと切片の考え方を利用すれば、グラフを簡単にかくことができることを理解する。
- $y = ax + b$ の切片が b であることを理解する。

| 学習活動 | 主な発問と予想される生徒の反応 | 指導上の留意点 | | | | | | | | |
|--|--|---------|----|---|---|---|----|---|---|--|
| <p>・ $y = 2x + 1$ のグラフをかく。</p> <p>・ $y = 2x + 4$ のグラフをかく。</p> <p>・ $y = -1/2x + 4$ のグラフをかく。</p> | <div style="border: 2px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>① $y = 2x + 1$ ② $y = 2x + 4$ ③ $y = -1/2x + 4$ のグラフをかいてみよう。</p> </div> <p>(1) グラフをかく</p> <p>① $y = 2x + 1$ ア、表をかき、点をプロットする。 イ、表をかかずに、点をプロットする。 ウ、点(0,1)とその他の1点をとって直線をかく。 エ、点(0,1)と傾きを利用してかく。</p> <p>ア、 <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse; margin-right: 20px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td><td style="padding: 0 5px;">-1</td><td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td><td style="padding: 0 5px;">-1</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">3</td></tr> </table> イ、</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>エ、</p>  </div> <div style="text-align: center;">  <p>ウ、</p>  </div> </div> <p>② $y = 2x + 4$ ア、表をかき、点をプロットする。 イ、表をかかずに、点をプロットする。 ウ、点(0,4)とその他の1点をとって直線をかく。 エ、点(0,4)と傾きを利用してかく。 オ、①のグラフと同じ傾きであるので、平行を利用してかく。</p> <p>③ $y = -1/2x + 4$ ア、表をかき、点をプロットする。 イ、表をかかずに、点をプロットする。 ウ、点(0,4)とその他の1点をとって直線をかく。 エ、点(0,4)と傾きを利用してかく。</p> | x | -1 | 0 | 1 | y | -1 | 1 | 3 | <p>・ 3つのグラフを同じ座標平面上にかかせる。</p> <p>・ xの値が1増加したときyの値が $-1/2$ 増加することや、xの値が2増加したときyの値が-1増加することを確認する。</p> |
| x | -1 | 0 | 1 | | | | | | | |
| y | -1 | 1 | 3 | | | | | | | |



・①～③の特徴をあげる。

・ $y = ax + b$ の切片の定義を知る。

・ $y = -3x - 1$ と $y = 1/2x - 5$ のグラフを、傾きと切片を使ってかく。

・1次関数のグラフの特徴を知る。

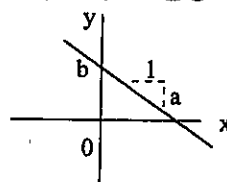
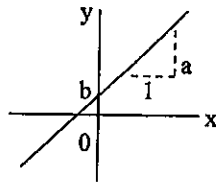
- (2) (1)で気づくことをあげる。
 ア、①と②のグラフは平行である。
 イ、②と③のグラフはy軸上で交わっている。
 ウ、②と③の式はbの値が同じ。
 ...

- (3) 1次関数 $y = ax + b$ のグラフと、y軸との交点のy座標bを、この直線の切片ということを知る。

④ $y = -3x - 1$
 ⑤ $y = 1/2x - 5$ のグラフをかいてみよう。

- (4) 傾きと切片を使ってかく。
 (5) ①～⑤のグラフから気づいたことをあげる。
 ア、①②⑤は右上がりの直線
 イ、①②⑤はaが正の数
 ...

- (6) 1次関数のグラフの特徴をまとめる。
 1次関数 $y = ax + b$ のグラフは、傾きがa、切片がbの直線である。
 (i) $a > 0$ のとき (ii) $a < 0$ のとき



・グラフは右上がりの直線 ・グラフは右下がりの直線

- (7) ①～⑤のグラフを見て、xの値が増加するとyの値も増加するものを考える。

・さまざまな生徒の反応に対して、(3)につながるのらないものは深入りしない。

・①～③と同じ座標平面上にかかせる。

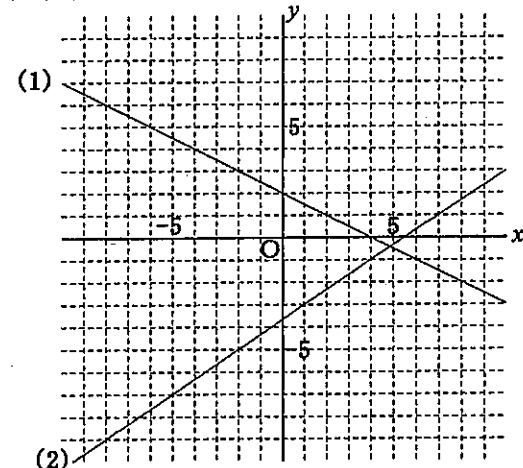
・今までかいたグラフで確認してみる。

・予想できない生徒には表を示して考えさせる。
 ・xの値が増加するとyの値が減少するものについても考える。
 ・まとめに追記しておく。

第7時 指導案

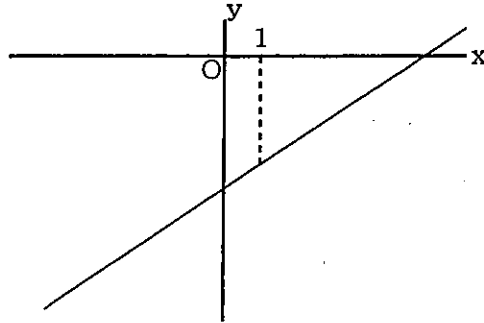
本時のねらい

- ・直線のグラフのいろいろなかき方を理解する。
- ・与えられたグラフから、直線の傾きを求めることができる。

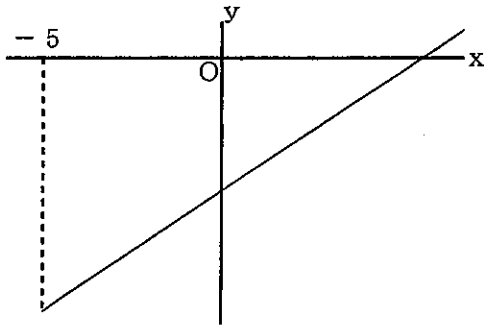
| 学 習 活 動 | 主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応 | 指 導 上 の 留 意 点 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------------|---|---|---------------|---------------|---|---------------|---|---|---|---------------|---|---------------|---------------|---|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---------------|---|---------------|---------------|---|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <p>・切片がとりにくいグラフをかく。</p> | <p>課 題 $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ のグラフをかきなさい。</p> <p>① かき方を自由に考え、グラフをかく。 ② かき方を発表する。(理由など) ア. 切片 $\frac{2}{3}$ (0.66...) をとり、傾き $\frac{1}{3}$ から右へ3、上へ1でグラフをかく。 イ. 表をかき、その点すべてをとり、グラフをかく。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>y</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>1</td><td>$\frac{4}{3}$</td><td>$\frac{5}{3}$</td><td>2</td><td>$\frac{7}{3}$</td></tr> </table> <p>ウ. 表をかき、x、yがともに整数となっている2点をとって、グラフをかく。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>y</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>1</td><td>$\frac{4}{3}$</td><td>$\frac{5}{3}$</td><td>2</td><td>$\frac{7}{3}$</td></tr> </table> <p>エ. 2点 (1, 1), (-2, 0) をとり、グラフをかく。 オ. (1, 1) をとり、傾き $\frac{1}{3}$ から右へ3、上へ1でグラフをかく。 カ. $y = \frac{(x+2)}{3}$ にして考え、表をかく。その点を取る。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table> | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | y | $\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | 2 | $\frac{7}{3}$ | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | y | $\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | 2 | $\frac{7}{3}$ | x | 1 | 4 | 7 | y | 1 | 2 | 3 | <p>・方眼紙を配布し座標軸を取り、グラフをかきよう指示する。</p> <p>・多様な考え方の中から傾き $\frac{1}{3}$ をしっかりおさえてゆきたい。「これも $\frac{1}{3}$ の傾きだ」</p> |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | 2 | $\frac{7}{3}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | 2 | $\frac{7}{3}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 1 | 4 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 1 | 2 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>・座標平面上にかかれた直線の傾きを求める。</p> | <p>課 題 次の直線の傾きを求めなさい。</p>  | <p>(1) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ (2) $y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}$</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

- ① 傾きを求める。
 ② 傾きの求め方を発表する。
 (1) について 傾き... $-1/2$
 ア. 増えると1減る。(いろいろな区間が考えられる)
 イ. 4増えると2減る。
 ウ. 1増えると $1/2$ 減る。
 (2) について 傾き... $2/3$
 ア. 切片(y軸)からみる生徒 ($x=0$ から $x=1$ までの場合で見る生徒)
 イ. $x=1$ からみる生徒

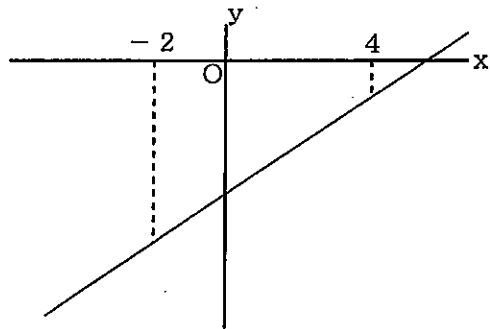
・(2)では、切片が整数でないの
 で、より多くの
 とらえ方がある



ウ. $x=-5$ からみる生徒



エ. $x=-2$ から $x=4$ までの増加でみる生徒



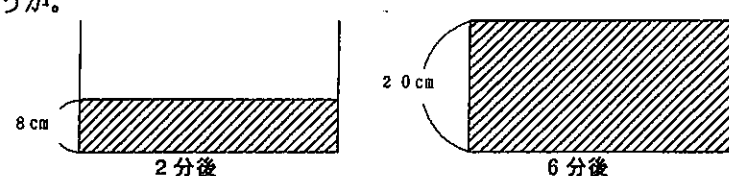
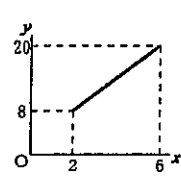
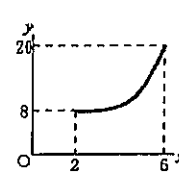
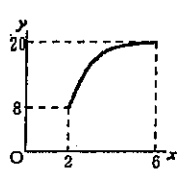
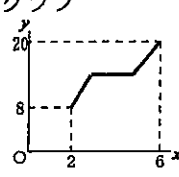
(時間が余ったら)

課題
 格子点を1つも通らないグラフをかきなさい。

第 8 時 指導案

本時のねらい

- ・変化の割合の定義を理解する。
- ・変化の割合を利用する。

| 学習活動 | 主な発問と予想される生徒の反応 | 指導上の留意点 |
|-----------------|--|--|
| 課題を把握する | <p>課題場面</p> <p>今、深さ 20 cm の直方体の容器に水を入れている。水を入れ始めてから 2 分後の水の高さは 8 cm、6 分後の水の高さは 20 cm であった。2 分後から 6 分後の間では、どのような変化をしているでしょうか。</p>  | |
| 変化のしかたを発表する | <p>(1) どのように変化したか発表する。</p> <p>ア. 一定の割合で増える。 イ. 最初はゆっくりと増え、最後は急激に増える。 ウ. 最初は急激に増え、最後はゆっくりと増える。 エ. 4 分間で 12 cm 増える。 オ. 1 分間で 3 cm 増える。 カ. この区間では、1 分間に 3 cm の割合で増える。 キ. アのグラフ化 ク. イのグラフ化</p>   <p>ケ. ウのグラフ化 コ. 途中で水を止めたグラフ</p>   | <p>いろいろな意見を発表させる。</p> <p>一定の割合で増えるとは限らないことを理解させる。</p> <p>6 分後に水を止めなければいけないと考えてもよい。</p> <p>途中で水を止めてもよいと考えてもよい。(コ)</p> <p>それぞれの意見から、カに集約させる。</p> |
| 変化の割合の定義を知る | <p>ある区間の中では、どのように変化しているか詳しくはわからないが、その区間での、大まかな変化のしかたを表すことができる。それを表す値として変化の割合がある。その値は、x の増加量が 1 のときの y の増加量であり、次の式で求めることができる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ </div> | <p>課題から、その区間で、1 分間にどのくらい増えるかを表す値であることをていねいに押さえる。</p> |
| 1 次関数の変化の割合を調べる | <p>課題 1</p> <p>1 次関数 $y = 3x - 2$ の変化の割合を調べよう。</p> | |

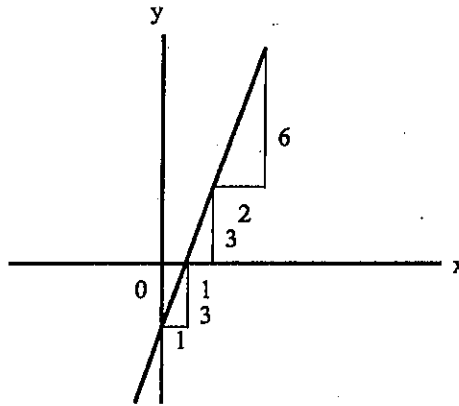
(2) 表をかく。

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|----|----|----|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | -11 | -8 | -5 | -2 | 1 | 4 | 7 | ... |

(3) 自分で区間を決めて、変化の割合を求める。

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|----|----|----|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | -11 | -8 | -5 | -2 | 1 | 4 | 7 | ... |

(4) グラフをかき、傾きと変化の割合の関係を調べる。



(5) (2) ~ (4) をもとに、1次関数の変化の割合についてまとめる。

- ア. 1次関数の変化の割合は、どのような区間をとっても一定で、 $y = ax + b$ の a になる。
- イ. 変化の割合は、グラフでは傾き a となる。

どの区間でも、どの幅でも変化の割合が一定になることを確認する。

グラフ上の点から x が1増え、 y が2増えると、またグラフ上にくることを確認する。 x が2増え、 y が4増え、きも同様であることを確認する。

1次関数の変化の割合はどのような区間で求めても一定になることを確認する。

直観ではなく、詳しく調べさせる。

変化の割合を利用する

課題2

座標平面上に、点A (-2, -3) 点B (1, 1) 点C (3, 4) をとり、この3点が一直線上にあるかどうか調べよう。

(6) 調べたことを発表する。

- ア. 定規を当てて確かめると、一直線上にない
- イ. 表で確かめると、変化の割合が違うので一直線上にない。

| | | | |
|---|----|---|---|
| x | -2 | 1 | 3 |
| y | -3 | 1 | 4 |

$\xrightarrow{3}$ $\xrightarrow{2}$
 $\xrightarrow{4}$ $\xrightarrow{3}$

ウ. グラフで確かめると、傾きが違うので一直線上にない。

・ C (3, 4)

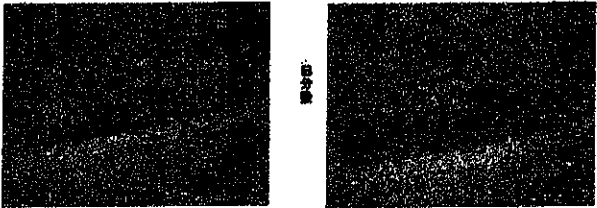
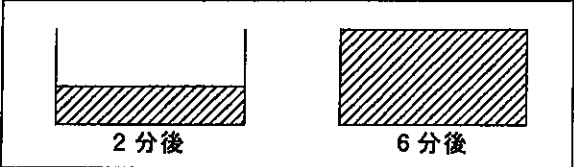
・ B (1, 1)

・ A (-2, -3)

第8時「1次関数のグラフと変化の割合」の授業実践

授業実践<その1>の授業記録

- ・日時 平成14年1月24日(木) 6校時
- ・対象 西東京市立明保中学校 2年D組
- ・授業者 教諭 高村 真彦

| 指導内容と教師の働きかけ | 生徒の反応 |
|--|--|
| <p>T₁: はい, 始めます。これからワークシートを配ります。名前を書いてください。これは後で集めます。</p> <p>T₂: いいですか。もう一枚カラーコピーを配りますよ。(自宅の浴室の写真のカラーコピーを配る)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> | <p>P₁: 起立! 気をつけ, 礼!</p> <p>P: (ワークシートを受け取り, 名前を書く。)</p> <p>P: (カラーコピーを配る)</p> |
| <p>T₃: (カラーコピーの) 上下の写真を見て, 何が違う?</p> <p>T₄: 色? プリンターのせいなので, それは仕方がないな。誰が見ても明らかなのは2分と6分とでは水の量が違う。水の量が増えたということだよね。水をどういふ風に入れたか, 想像してみてください。(模造紙を見せ, 黒板に貼る。)</p> | <p>P₂: 時計の時間が違う。</p> <p>P₃: 水の量が違う。</p> <p>P₄: バケツの位置</p> <p>P₅: 色が違う。</p> |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> | <p>P₆: 蛇口から水を入れた。</p> <p>P₇: バケツで入れた。</p> |
| <p>T₅: そう言うと思いました。そう言わせようと思って, バケツを小道具として入れておいたんだ。(笑)</p> | |
| <p>T₆: それで水の増え方はどうなっていたと思う? それをワークシートに書いてください。</p> | |
| <p>T₇: はい, どうぞ。</p> | <p>P₈: はい!</p> <p>P₉: おもりを入れると水かさが</p> |

T₉: まいったな。それは予想していなかった。他に
あるかい。

増す。

T₁₀: おい、私のうちは屋根がないのか？ (笑)

P₁₀: 雨が降った。

T₁₁: あっ、そうだね。シャワーはうちのお風呂にもあ
るよ。

P₁₁: シャワーだったらいいじゃ
ん。

T₁₂: 実はね、うちのマンション、欠陥があつてね、水
道が時々止まるんですよ。

T₁₂: もう直ったけどね。普通は蛇口をひねると初めは
チヨロチヨロ、だんだんジャージャーと勢いよく出
て、蛇口を閉めるとジャージャーからだんだんとチ
ヨロチヨロになって最後は止まるよね。他にもいろ
いろな状況が考えられる。でも、2分後には8cm、
6分後には20cm、これははっきりしている。水は
何分間に何cm上がっているの？

P₁₂: それは見てもらわなきゃ。

T₁₃: どういう風に貯まったかは疑問でも、4分間に12
cm水位が上がったということだけは確かだよね。皆
納得かな。4分間で12cm、では1分間では？

P₁₃: 4分間に12cm

T₁₄: どうやって出した。

P₁₄: 3cm

T₁₅: 4分の12。そうだね。これ、変化の割合とい
います。

P₁₅: 4分間で12cmだから4で
割って。

$$\text{変化の割合} = \frac{\text{増加した水面の高さ}}{\text{経過した時間}}$$

T₁₆: ワークシートの3ページに $y = 3x - 2$ をかいて
おいて、時間と水の高さを x と y に置き換えます。
この表の y の値を埋めてください。

| | | | | | | | | | |
|---|-----|----|----|----|---|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | | | | | | | | ... |

P₁₆: この「…」は？

T₁₇: もっとあるよという意味です。

T₁₈: そろそろいいかな。ちょっとT君、教えてよ。左
からね。

P₁₇: -11

T₁₉: 1個だけ？じゃ、K君。

T₂₀: いいね。元気がよくて。

T₂₁: ちょっと、フリーズしないでよ。

T₂₂: O君, 全部OKだね。

T₂₃: T君は大丈夫だよ。急ごう。ちょっと時間が・
...

T₂₄: HさんはOKだね。早く言って。

P₁₈: はいっ!

P₁₉: (黙り込む)

P₂₀: - 8

P₂₁: - 5

P₂₂: - 2

P₂₃: 1, 4, 7

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|----|----|----|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | -11 | -8 | -5 | -2 | 1 | 4 | 7 | ... |

T₂₅: ②は自分で勝手に決めてやってみなさいということですよ。xをいくつかからいくつと自分で決めて、そのときのyの値をこの表から読み取ってこの式に当てはめると変化の割合が求められます。自分で3個, やってみよう。自分で決めていいんだよ。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

T₂₆: 時間が少ないかな。はい, では聞いてみよう。
O君。

T₂₇: O君は?

T₂₈: 皆-3からだな。他に, O君は?

T₂₉: ああ, 隣ってことね。それで?

P₂₄: -3から1で変化の割合は3

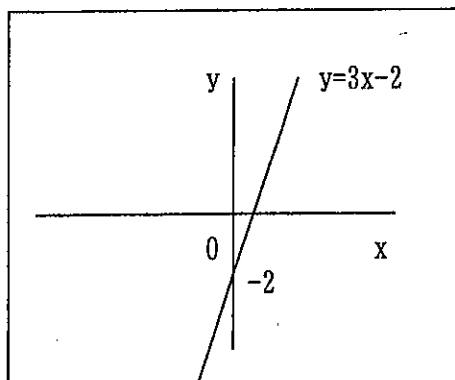
P₂₅: -3から3で変化の割合は3

P₂₆: -3から-2

P₂₇: 変化の割合は3

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|----|----|----|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | -11 | -8 | -5 | -2 | 1 | 4 | 7 | ... |

T₃₀: グラフかいてみてよ。私もかいてみます。



T₃₁: ①で表を完成してもらいました。②で3つだけ
変化の割合で計算してもらいました。③は今グラフ
をかいてもらっています。その後、分かったことを
書いてもらいますよ。何が分かるか。○さん。

T₃₂: どこをとっても？
それワークシートに書き留めておこう。○君。

T₃₃: ○君。

T₃₄: 3というのは式でいうとxの前の数字と同じ、こ
れ何ていったっけ。

T₃₅: 傾きっていうんだね。グラフは変化の割合が一定
だから直線になる。

T₃₆: もう1つやっちゃおうかな。

| |
|------------|
| A (-2, -3) |
| B (1, 1) |
| C (3, 4) |

点A, B, Cは一直線上にあるかな。

T₃₇: グラフなんてかかなくても分かる人いるかな。

T₃₈: グラフかいてない人は、変化の割合を使っている
んですよ。その辺はちょっと難しかったね。これは
次にやろう。はい、ワークシートを集めてください。

P₃₃: 変化の割合は3

P₃₄: 変化の割合はどこをとって
も同じ

P₃₅: グラフは右上がり。

P: . . .

◎授業実践〈その1〉の研究協議

(授業者より)

- ・水そうを実感させるために、お風呂の場面を取り上げた。
- ・変化の割合を自分で区間を3つ決めて求めさせた。
- ・課題場面で、2分後から6分後でどのように変化をしたか深めることができなかった。そして、変化の割合が一定であることで授業を進めてしまった。
- ・時間が足りなくなってしまった。

(協議内容)

①課題場面に関して

- ・導入に使ったお風呂の水かさが異なっている2枚の写真で、水の入れ方をいろいろと考えさせようとしたが、水の変化のようすに着目できなかった。また、写真の中の情報や場面設定など、いろいろな情報を与えすぎたために、導入が20分かかってしまった。
- ・(1)の発問を「どのように水を入れたのか。」としてしまったため、水を入れる方法に着目してしまった。「どのように変化したのか。」と発問した方がよかった。
- ・課題場面で、2分後から6分後までの変化のようすを、いろいろと考えさせなかった。そのために、「変化の割合」の概念を理解することが難しかった。
- ・「変化の割合」の指導で、2分後と6分後だけに目を向けさせ、途中の変化のようすを意識させなかった。
- ・「変化の割合」の定義のところで、大まかな変化のようすということが押さえられなかった。

②課題1に関して


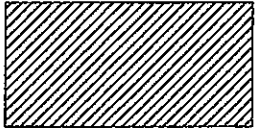
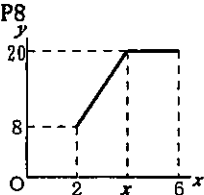
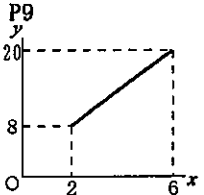
- ・課題場面から課題1へのつながりがなかった。課題場面で、水の入れ方が一定であることに限定するというので、課題1につなげていってはどうか。
- ・1次関数の「変化の割合」は、どのような区間をとっても一定で、 $y = ax + b$ の「a」になるということを生徒から引き出すことができなかった。表やグラフで丁寧に指導した方がよい。
- ・変化の割合を自分で区間を決めて求めさせたが、xの値が-3から-2や、-3から1などのように、 $x = -3$ からの場合を求めている生徒が多かった。

③課題2に関して

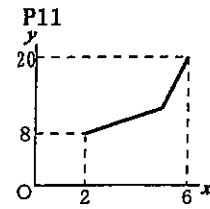
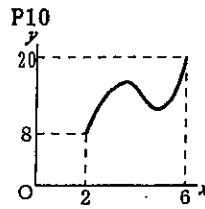
- ・ある生徒が、2点を通る直線を3本引いて、一直線ではないことに着目していた。
- ・3点が一直線上にあるかどうか微妙なため、グラフだけでなく、変化の割合を使う生徒もいた。
- ・生徒の実態に合わせて、表やグラフも与えず方眼用紙だけを与えてもよい。

授業実践〈その2〉の授業記録

- ・日 時 平成14年3月8日(金)
- ・対 象 荒川区立南千住第二中学校2年2組
- ・授業者 教諭 風間 喜美江

| 指導内容と教師の働きかけ | 生徒の活動と反応 |
|---|---|
| <p>T: 今まで水がたまっていくようすや出ていくようすについて、いろいろな場面を考えてきましたね。 今日は、このような場面について、どのように変わっていくかを考えてみましょう。 (プリントを配布。課題場面を提示する)</p> | <p>P: (課題場面を読む)</p> |
| <p>課題場面</p> <p>今、深さ20cmの直方体の容器に水を入れている。水を入れ始めてから2分後の水の高さは8cm、6分後の水の高さは20cmであった。2分後から6分後の間では、どのような変化をしているのでしょうか。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>2分後</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>6分後</p> </div> </div> | |
| <p>T: 水を入れ始めて2分後から6分後までで考えてみましょう。</p> | <p>P1: だんだんに増えていってるんでしょう。</p> |
| <p>T: さあ?</p> | <p>P2: 先生、初めはからだったんですね。</p> |
| <p>T: いろいろ考えられますね。では、そのようすをグラフに表してみましょうか。</p> | <p>P3: えっ! からではないのですか。 P4: 一定に増えていってるのでは・ ・・</p> |
| <p>T: 前のことおぼえている人がいますね。今回も、頭の中で想像していくつか考えてみましょう。</p> | <p>P5: 急に増えて、後はゆっくりかな ・・・</p> |
| <p>T: (机間巡視)</p> | <p>P6: プリントには3つグラフがかけられるようになっていますが、3つ考えるんですか。</p> |
| <p>T: (机間巡視)</p> | <p>P7: これ、前みたいにいくつか考えるんですね。</p> |
| <p>T: (机間巡視)</p> | <p>P: (プリントにかきこむ)</p> |
| <p>T: いろいろな考えがありますね。</p> | <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>P8</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>P9</p>  </div> </div> |

T: 0~2分の間もグラフをかいている人がいます。そこは、いいとして2~6分の間だけを想像してみてください。



T: では、発表してください。

T: xまで?

T: はい。よくわかりました。

T: 不規則ってどんなことですか。

T: ていねいな説明ですね。

T: P11はどうでしょうか。

T: そうですね。一定にもいろいろあるんですね。

T: では、これらの中で気づくことはありますか。

T: いろいろでましたね。皆さんがいうように、どれも2分から6分の間はいろいろありますが、共通していることは何でしょうか。

T: 4分間で12cm?

T: 4分間は・・・

P8: 2分からxまでで、20cmたまってxから6分までは増えていない。

P8: 2~6分の間はどこかという意味です。

P9: 一定の割合で増えていっている。

P10: 一定には増えていません。不規則に増えています。

P12: 僕その意味わかりますよ。P9はまっすぐなグラフだから、一定でP10はグニャグニャという感じであるときは急に増えて、違うときはゆっくり増えているという感じです。

P11: 初め一定でゆっくり、あるところからやはり一定ですが急に増えています。

P11: はい。

P13: どれも6分後では20cmになっています。

P14: 増えたり減ったりするのもあった。

P15: どれも2分から始まっている。

P16: どれも初めは8cmたまっていた。

P17: はい。4分間でたまっている水は変わらないですね。

P18: そうだ! 4分間で12cmたまっているんだ。

P17: はい。8cmから20cmで12cmたまっていることになるんです。

P19: 2分から6分までで、4分間たったということですか。

T: よくわかりました。
どの考えも、2分後から6分後までの間は
いろいろあるけれども、4分間で12cm
変化したということですね。

T: そう、このような考えは、変化の割合とい
ってます。4分間で12cmは、平均して考え
るとどれも・・・

T: そうですね。
2分から6分は、xの値が4変化したこと
に対して、水の高さは12cm増えていますか
らyの値は12変化したことになりますね。
だから、変化の割合は次のようになります。

板書

x: 2から6まで変化したとき

$$(\text{変化の割合}) = \frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}} = \frac{+12}{+4} = +3$$

T: こう考えるとP8、P9、P10、P11は共通点が
はっきりしますね。

T: えっ! どう考えて・・・

T: よく覚えていますね。確かにそうですね。

T: そうですね。

T: では、もう少し変化の割合のついて調べて
みましょう。(課題1を提示する)
いろいろな場面がありましたが、P9の場
合で考えてみましょう。

課題1

1次関数 $y = 3x - 2$ の変化の割合を調べよう。

T: では(1) xの値が1から3まで増加したとき
の変化の割合は・・・

P: (うなずく)

P20: 変化の割合?

P21: はい。どれも1分当たり3cm
増えていることになります。

P22: 平均して考えるとみな同じな
んですね。

P23: 先生! これって傾きと同じで
はありませんか?

P24: そうだよ。

P23: だって、xが4右にいったら、
yは上に12いくようなことで、
前にグラフのときにやったこ
とと同じです。

P25: P9のグラフの傾きと同じとい
うことか。

P: (課題1をプリントに書き込む)

P: (P9のグラフを見る。)

P26: xが2増えているということ
ですか。

T: はい。では、だれかやってみてください。

P27: はい。

$$\begin{array}{c|cc} x & 1 & 3 \\ \hline y & 1 & 7 \end{array}$$

+2
+6

だから $\frac{+6}{+2} = +3$

T: 変化の割合が+3ということですね。

T: では、次の変化の割合を求めましょう。

- (2) xの値が-2から-1まで増加したとき
- (3) xの値が-2から4まで増加したとき

P: (プリントに問題を写し、計算を始める)

T: では、それぞれ発表してください。

P28, P29: (挙手して黒板に書く)

P28: (2)

$$\begin{array}{c|cc} x & -2 & -1 \\ \hline y & -8 & 5 \end{array}$$

+1
+3

だから $\frac{+3}{+1} = +3$

P29: (3)

$$\begin{array}{c|cc} x & -2 & 4 \\ \hline y & -8 & 10 \end{array}$$

+6
+18

だから $\frac{+18}{+6} = +3$

T: いいですか。

T: これやっていて何か気がつくことありましたか?

T: そうなりますね。

T: では、このグラフでは、どんな意味になるのかな。

T: では、 $y = 3x - 2$ のグラフをかいて考えましょう。

T: (机間支援。グラフのかきかたを忘れてしまった生徒には、表をかくように示唆する)

T: では、(1)の場合はどうなるかという、xの値が1から3まで変化したときは、xの値は2増加してyの値は6増加したからこのような意味になりますね。(グラフに色チャークを使って次のようにかきこむ)

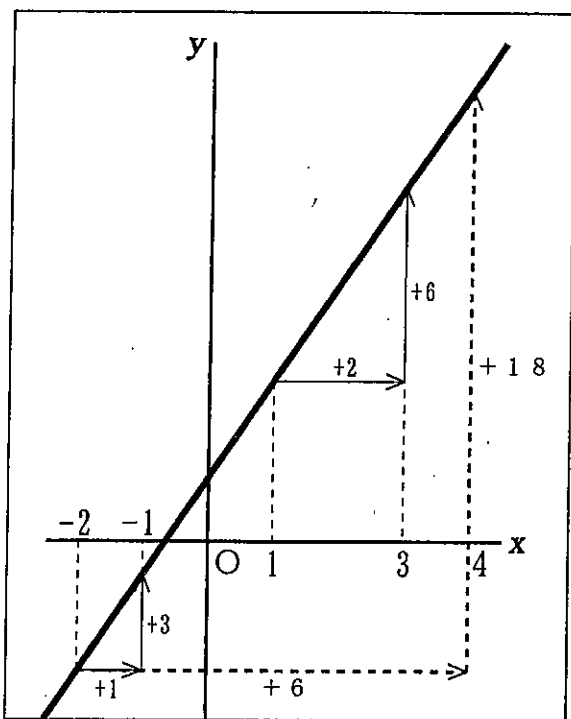
P: (多くの生徒がうなずく)

P30: どれも変化の割合が+3だということです。

P31: P25がいうように傾き……

P: (プリントの座標平面上に $y = 3x - 2$ のグラフをかきこむ)

P32: 先生、私、(2)やってみます。(下のようにかきそれを説明する)



P33 : (3) を説明します。
(P32と同じように説明する)

P25 : そう。やはり、傾きのときの
考え方と同じですね。

T : そうですね。いろいろなことを思い出したり、
グラフで考えたりしましたね。

P : (多くの生徒がうなずく)

T : では、いろいろな考えを使って次の問題を
考えてみましょう。(課題 2 を提示する)

P : (課題をプリントに写す)

課題 2

座標平面上に、点A (-2, -3) 点B (1, 1) 点C (3, 4) をとり、
この3点が一直線上にあるかどうか調べよう。

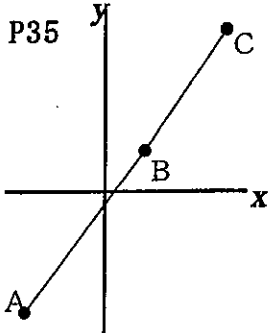
T : どのようにやってもいいです。
自由に考えてください。

P34 : 実際に座標平面をつくって、
点をかくんですか。

T : (机間支援)

T : どうになりましたか。

P35 (実際に座標平面をかき、点をとり)
 このようだから微妙ですが、点と点
 を結ぶと一直線上に並んでいないと
 思います。



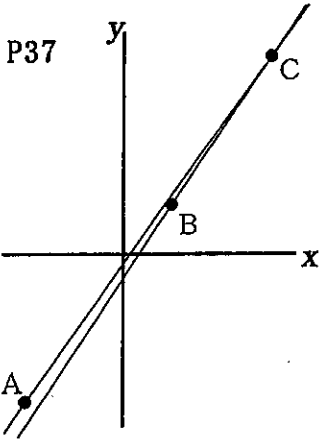
P36

$$\begin{array}{r|l} x & -2 \xrightarrow{+3} 1 \xrightarrow{+2} 3 \\ y & -3 \xrightarrow{+4} 1 \xrightarrow{+3} 4 \end{array}$$

変化の割合が

$$\frac{+4}{+3}, \frac{+3}{+2}$$

で等しくないから一直線上
 に並んでいません。



P38 : (P35とP36の両方を行い
 確かめて) 一直線上に並ん
 でいない。

(P35と同じように点をとり)
 A, Cの2点とB, Cの2点
 を通る直線をそれぞれ引く
 2つの直線は同じにならない。

T : そうですか。皆さんはどう思いましたか。

P39 : どれもわかりやすかった。

(チャイム)

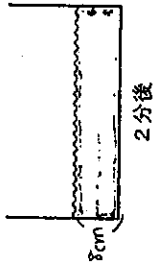
生徒の反応例

組番氏名

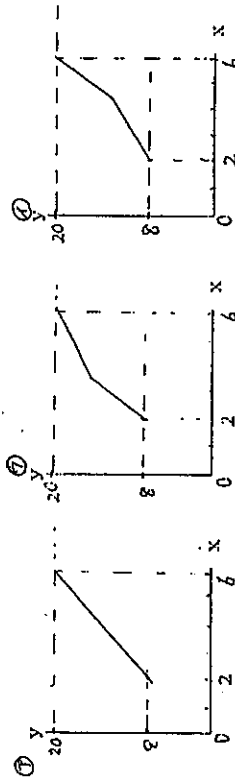
1.

課題場面

今、深さ20cmの直方体の容器に水を入れている。水を入れ始めてから2分後の水の深さは8cm、6分後の水の深さは20cmであった。2分後から6分後の間では、どのような変化をしているだろうか。



- ① 入れ始めてから2分後から6分後まではどのように変化していますか。
- ② 2分~6分一定の割合で増えている。
- ③ 2分~6分一定の割合で、②~6分一定の割合で急に増えている。
- ④ 2分~6分一定の割合で急で、②~6分一定の割合でゆるやかに増えている。



$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{+12}{+4} = +3$$

②

$y = 3x - 2$ について、 x が 1 のように増加したときの y の変化の割合を調べよう。

(1) x が 1 から 3 まで増加したとき、(2) x が -2 から -1 まで増加したとき

| | | |
|-----|---|---|
| x | 1 | 3 |
| y | 1 | 7 |

| | | |
|-----|----|----|
| x | -2 | -1 |
| y | -8 | -5 |

$$\frac{6}{2} = 3$$

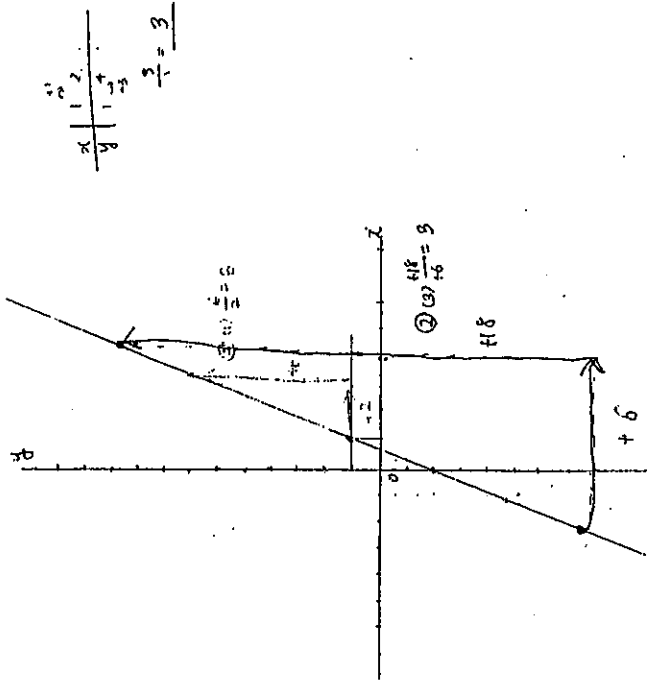
$$\frac{3}{1} = 3$$

(3) x が -2 から 4 まで増加したとき

$$\frac{x-2}{y-8} = \frac{4}{10} \rightarrow \frac{12}{6} = 3$$

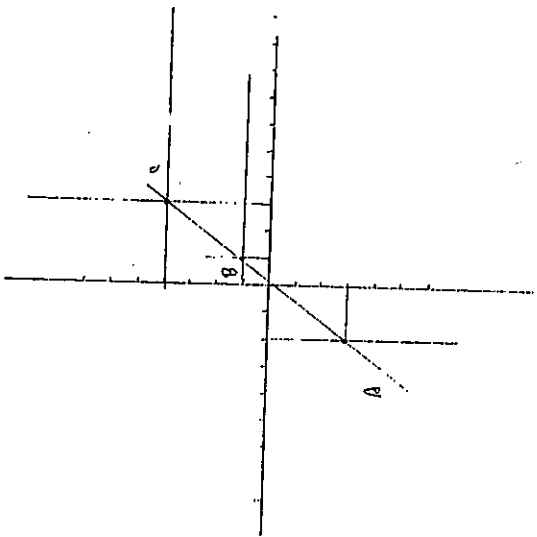
③

$y = 3x - 2$ のグラフをかき、②の変化の割合を調べよう。



④

座標平面上に点 $A(-2, -3)$, $B(1, 1)$, $C(3, 4)$ をとり
この点が一直線上に並んでいるか考えよう。



グラフをかくと、 A, B, C は一直線上に並んでいる。

A と C は傾きが同じだから一直線上。

| | | | | |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|
| A | \rightarrow | B | \rightarrow | C |
| x | -2 | 1 | 3 | 4 |
| y | -3 | 1 | 4 | 4 |
| | \rightarrow | \rightarrow | \rightarrow | \rightarrow |
| | $+3$ | $+2$ | $+1$ | $+1$ |
| | -4 | -4 | -4 | -4 |

このように一定の場合で変化していないから。

◎第8時・指導案の考察

授業実践〈その1〉を受けて、次の点を考慮して、授業実践〈その2〉を行った。

- 1) 課題場面で、変化のしかたをまずグラフで表して、発表させること
- 2) 課題1で、区間を指定して変化の割合を求めさせること
- 3) 指導案の課題2の学習活動の欄を「傾きや変化の割合などを利用する」に改めること
- 4) 授業時間の配分を見直すこと

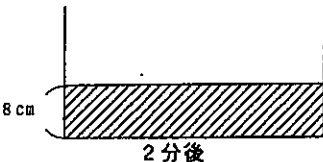
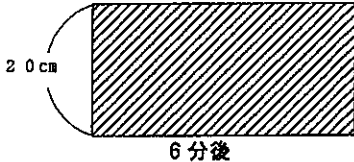
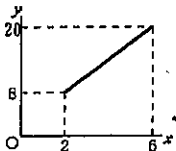
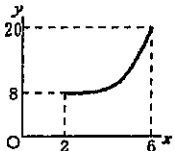
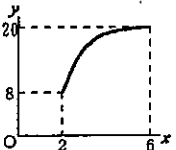
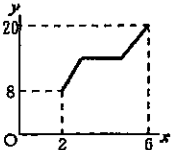
そして、以下のように、授業実践〈その2〉を考察した。

- ・第3、4時において、変化のようすをグラフでイメージさせたことにより、生徒は、変化のしかたをグラフで表したり、言葉で発表することがスムーズにできた。
- ・課題1で、教師が意図的にxの区間を与えたことで、1次関数における変化の割合がどの区間でも一定であることを理解させることができた。
- ・第3時から第8時の指導を通して、形式的に「変化の割合」を求めるのではなく、概念や意味を理解して問題解決しようとする生徒が多くなった。
例えば、3点が一直線上にあることを確かめるのに、表から変化の割合を調べたり、各2点を結んだ直線の傾きを比べたり、2点を通る直線を引いたりすることで解決していた。
- ・「変化の割合」と直線の傾きと1次関数 $y = ax + b$ の「a」が、それぞれ関連づけて理解できるようになった。
- ・これまでの授業の様子から、「変化の割合」の概念が高まったように感じられた。

第8時 改訂指導案

本時のねらい

- ・変化の割合の定義を理解する。
- ・変化の割合を利用する。

| 学習活動 | 主な発問と予想される生徒の反応 | 指導上の留意点 |
|--|--|---|
| <p>課題を把握する</p> <p>変化のしかたを発表する</p> <p>変化の割合の定義を知る</p> <p>1次関数の変化の割合を調べる</p> | <p style="text-align: center;">課題場面</p> <p>今、深さ20cmの直方体の容器に水を入れている。水を入れ始めてから2分後の水の高さは8cm、6分後の水の高さは20cmであった。2分後から6分後の間では、どのような変化をしているでしょうか。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>2分後</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>6分後</p> </div> </div> <p>(1) どのように変化したかグラフに表し、発表する。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>ア</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>イ</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>ウ</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>エ</p>  </div> </div> <p>(2) 表されたグラフの変化のしかたを、言葉で説明する。</p> <p>ア. 一定の割合で増える。 イ. 最初はゆっくりと増え、最後は急激に増える。 ウ. 最初は急激に増え、最後はゆっくりと増える。 エ. 途中で水を止め、再度水を出す。 オ. 4分間で12cm増える。 カ. 1分間で3cm増える。 キ. この区間では、1分間に3cmの割合で増える。</p> <p>ある区間の中では、どのように変化しているか詳しくはわからないが、その区間での、大まかな変化のしかたを表すことができる。それを表す値として変化の割合がある。その値は、xの増加量が1のときのyの増加量であり、次の式で求めることができる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ </div> <p style="text-align: center;">課題1</p> <p style="text-align: center;">1次関数 $y = 3x + 2$ の変化の割合を調べよう。</p> | <p>3種類のグラフがかけるワークシートを配布する。</p> <p>いろいろな意見を発表させる。</p> <p>一定の割合で増えるとは限らないことを理解させる。</p> <p>それぞれのグラフで、2分後から6分後までのxとyの増加量を強調し、変化の割合の定義につなげる。</p> <p>課題場面から、その区間で、1分間にどのくらい増えるかを表す値であることをていねいに押さえる。</p> |

(3) xの値が、次のように変化するときの変化の割合を求めよ。

① xの値が1から3まで

$$\begin{array}{c|c} x & 1 \xrightarrow{2} 3 \\ \hline y & 5 \xrightarrow{6} 11 \end{array} \quad \frac{6}{2}=3$$

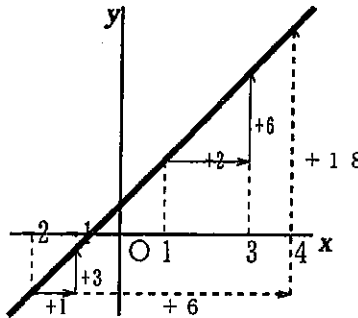
② xの値が-2から-1まで

$$\begin{array}{c|c} x & -2 \xrightarrow{1} -1 \\ \hline y & -4 \xrightarrow{3} -1 \end{array} \quad \frac{3}{1}=3$$

③ xの値が-2から4まで

$$\begin{array}{c|c} x & -2 \xrightarrow{6} 4 \\ \hline y & -4 \xrightarrow{18} 4 \end{array} \quad \frac{18}{6}=3$$

(4) グラフをかき、傾きと変化の割合の関係を調べる。



どの区間でも、どの幅でも変化の割合が一定になることを確認する。

グラフ上の点からxが1増え、yが2増えると、またグラフ上にくることを確認する。xが2増え、yが4増えるときも同様であることを確認する。

(5) (2) ~ (4) をもとに、1次関数の変化の割合についてまとめる。

- ア. 1次関数の変化の割合はどのような区間をとっても一定で、 $y = ax + b$ のaになる。
- イ. 変化の割合は、グラフでは傾きaとなる。

1次関数の変化の割合はどのような区間で求めても一定になることを確認する。

傾きや変化の割合などを利用する

課題2

座標平面上に、点A(-2, -3) 点B(1, 1) 点C(3, 4)をとり、この3点が一直線上にあるかどうか調べよう。

直観ではなく、詳しく調べさせる。

(6) 調べたことを発表する。

- ア. 定規を当てて確かめると、一直線上にない
- イ. 表で確かめると、変化の割合が違うので一直線上にない。

$$\begin{array}{c|c} x & -2 \xrightarrow{3} 1 \xrightarrow{2} 3 \\ \hline y & -3 \xrightarrow{4} 1 \xrightarrow{3} 4 \end{array}$$

ウ. グラフで確かめると、傾きが違うので一直線上にない。

・ C (3, 4)

・ B (1, 1)

・ A (-2, -3)

4. 今後の課題

本委員会は、一人ひとりの生徒の関数概念の理解が、どのように高まり深まるかを、授業実践を通して考察してきた。具体的には、授業の中で、さまざまな学習内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討している。

今後、次の点について研究を進めていこうと考えている。

- (1) 3年間を見通した関数カリキュラムを検討し、指導計画を作成したが、その指導計画や指導案を、授業研究を通して実証的に検討する。
また、小学校や高等学校との関連を見直す。
- (2) 第1、3学年の「変化の割合」の指導について検討を続け、指導のあり方、適切な課題を検討していく。
- (3) 評価問題を実施、考察し、指導計画、指導案、評価規準について見直していく。
- (4) 各学年において、「数学的な見方や考え方」「関心・意欲・態度」を一層伸ばすような課題を設定した授業を行い、指導のあり方や適切な課題について検討していく。
- (5) 関数の領域以外や他教科において、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討していく。そして、それらとの関連を明らかにし、より適切な関数指導を追求する。

以下の文献は、東京都中学校数学研究会 関数委員会の作成したものである。

- (1) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（群馬）大会発表資料〉1997(H9)
- (2) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（山口）大会発表資料〉1998(H10)
「中学校関数指導について」
〈日数教（秋田）大会発表資料〉1999(H11)
「中学校関数指導について」
〈日数教（千葉）大会発表資料〉2000(H12)
- (3) 「1次関数における『変化の割合』の指導について」
〈日数教（埼玉）大会発表資料〉2001(H13)

| 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会 | | | |
|-------------------------|----------------------|-------|----------------------|
| 石井 勉 | (東京学芸大附小金井中) | 井出 宇郎 | (大田区立大森第六中) |
| 岩木敬二郎 | (元板橋区立中台中) | 遠藤 國雄 | (元板橋区立向原中) |
| 大澤 弘典 | (山形大学教育学部) | 風間喜美江 | (荒川区立南千住二中) |
| 小林 博 | (東京都教育庁学務部高等学校教育指導課) | 近藤 和夫 | (東京都教職員研修センター研究部研究課) |
| 斎藤 圭祐 | (目黒区立東山中) | 須藤 哲夫 | (元品川区立伊藤中) |
| 関 富美雄 | (江戸川区立松江第二中) | 高村 真彦 | (西東京市立明保中) |
| 田中 千穂 | (葛飾区立本田中) | 塚本 桂子 | (大田区立東調布中) |
| 橋爪 昭男 | (大田区立大森第六中) | 半田 進 | (弘前大学教育学部) |
| 村田 弘恵 | (足立区立伊興中) | 山本 恵悟 | (足立区立蒲原中) |
| 吉田 直樹 | (中野区立第七中) | 吉田 裕行 | (町田市立成瀬台中) |