

一次関数における 「変化の割合」の指導について

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

	ページ
1. 研究の経過とねらい -----	1
2. 研究内容	
(1) 第2学年「変化の割合」の指導の現状 -----	2～ 3
(2) 指導内容と指導計画の作成の視点 -----	3
(3) 第2学年指導計画 -----	3～ 5
(4) 第2学年「変化の割合の素地的な学習」の指導案 (第3、4時) -----	6～ 9
授業記録(第3時) -----	10～12
研究協議 -----	12～13
改訂指導案(第3、4時) -----	14～15
(5) 第2学年「1次関数の利用－その2－」の指導案 -----	16～17
3. 今後の課題 -----	18

1. 研究の経過とねらい

本委員会では、平成8年度まで、中学校関数指導について具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討を行ってきた。また、各学年における評価の観点と評価問題の作成、実施、検討も行った。

平成9年度⁽¹⁾は、関数カリキュラムについての提言、改善の内容に対応した関数指導の評価基準の検討と改訂、指導内容の検討と指導計画の改訂を行った。平成10～12年度⁽²⁾は、改善の重点である第1学年における関数のよさに気づかせるための「さまざまな関数」の指導、そして、各学年におけるグラフを利用するよさに気づかせるための「グラフのよみ」の指導について、授業研究を通して検討、考察を行った。

以上の研究の経過を経て、関数カリキュラムを検討していく中で、評価問題の実施結果から「変化の割合」の理解が弱いことが明らかになった。

そこで、今年度は、「変化の割合」に焦点を当て、指導内容の研究を進めることにした。特に、第2学年の1次関数を中心に、授業研究を通して「変化の割合」の意味を理解させることやその概念を育成することをねらいとした。

2. 研究内容

(1) 第2学年「変化の割合」の指導の現状

これまでの「変化の割合」の指導は、「1次関数の意味」の指導直後に行われ、そこで1次関数の変化の割合の定義がなされるのが普通である。そこでは、「変化の割合」の意味の理解が不十分なままグラフの指導に入るため、「変化の割合」「グラフの傾き」「 $y = ax + b$ のaの意味」がばらばらの知識となって、それぞれが一体化した理解にまで至らない生徒が多数見られた。

そこで、本委員会では、第2学年の指導計画を見直していくなかで、「変化の割合」の指導における問題点を以下のようにまとめた。

(定義に関する問題点)

- ・単元の導入直後に、「変化の割合」の定義をすることは適当か。また、「変化の割合」を指導する場合、定義から指導していくのはよいのか。

(第2学年「変化の割合」が一定であることに関する問題点)

- ・1次関数では、変化の割合が一定であるため、生徒にとって「変化の割合」の意味がつかみにくく、1次関数との学習の関連性が実感できないのではないかな。
- ・「変化の割合が一定であること」を理解させるために、第2学年において、変化の割合が一定でないものを扱ってもよいのではないかな。
- ・「変化の割合」を求める評価問題では、「ある値からある値まで」のように値を指定している場合は正答率が高いが、値を指定しない場合は低い。「変化の割合が一定である」ということが理解できていないのではないかな。
- ・「一定」という言葉が、一般の関数における「変化の割合」の理解を妨げているのではないかな。
- ・「直線ならば変化の割合は一定である」ことは指導するが、「変化の割合が一定である関数のグラフは直線である」ということはあまり指導されていないのではないかな。

(指導内容と指導方法に関する問題点)

- ・生徒にとって、「割合」は小学校以来、苦手意識があり、また「変化」はとらえにくいものであるため、「変化の割合」の意味がつかみにくいのではないかな。
- ・増加量という言葉は、負の意味も含まれているため、理解が困難な生徒もいる。

- ・ xの値とxの増加量、yの値とyの増加量の区別がついていない生徒が多いため、「xの値が○増加したとき、yの値が△増加する」ことを指導することが大切である。つまり、単に「変化の割合」を形式的に求める指導だけではなく、定義より先に概念を育成する指導を重視した方がよいのではないか。
- ・ 本委員会のこれまでの第2学年指導計画では、「変化の割合」の定義の前の単元の導入課題は、連続量を扱わずに離散量のみを扱ってきた。具体的な連続量の事象も扱った後で、「変化の割合」の指導を行ったほうがよいのではないか。

(2) 指導内容と指導計画の作成の視点

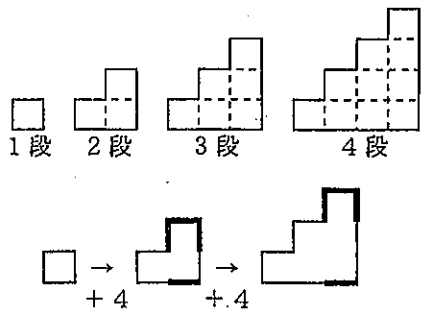
(1) をふまえて、「変化の割合」の概念や意味を理解させることを主なねらいとした「変化の割合の意味を理解する素地的な学習」を指導計画に位置づけた。つまり、「変化の割合」の定義を形式的に与えるのではなく、具体的な事象の考察を通して、「変化の割合」の概念や意味を理解させる指導を考えた。

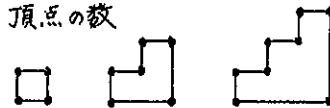
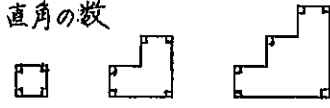
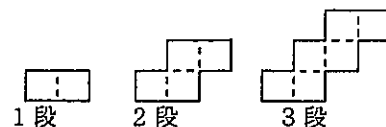
指導内容と指導計画は、次のような視点で作成した。

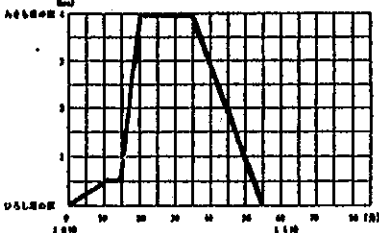
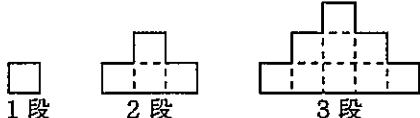
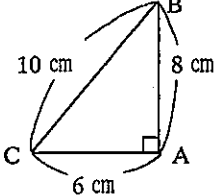
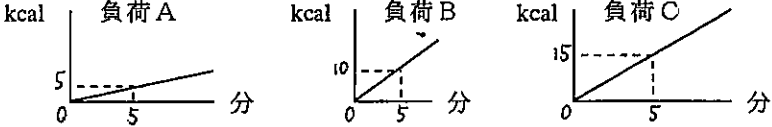
- ア. 具体的な事象を通して、変化のようすを調べ、「変化の割合」の意味を理解させる。単に形式的な「変化の割合」を求めるだけの指導は行わない。
- イ. 「変化の割合」の定義の指導は、その意味を理解する学習の後で行う。
- ウ. 「変化の割合が一定である」ことを丁寧に指導する。
- エ. 離散量と連続量の2つの課題を扱う。
- オ. 「変化の割合が一定な関数のグラフは直線である」ことを丁寧に指導する。

(3) 指導計画

本委員会のこれまでの指導計画の第3時～第6時を再検討し、新たに第3時～第8時を作成した。

時数	項目	学 習 内 容
1	1次関数の意味	<p>[課題場面] 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。</p> <p>①ともなって変わる量をあげる。 (i) 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、その変化のようすを調べる。 ・表、グラフ、式($y = 4x$)を求める。 ・$y = 4x$で、定数4の意味を考える。</p> 

2		<p>(ii) 階段の数が x 段のときの頂点の数を y 個として、その変化のようすを調べる。</p> <p style="text-align: center;">頂点の数</p>  <p>(iii) 階段の数が x 段のときの直角の数を y 個として、その変化のようすを調べる。</p> <p style="text-align: center;">直角の数</p>  <p>②「y は x の 1 次関数である」ことを定義する。</p>
3	変化の割合の素地的な学習	(指導案参照)
4		(指導案参照)
5	1 次関数のグラフ	<p>① $y = 2x + 3$、$y = 2x$ の表からグラフをかく。</p> <p>② 2 つのグラフの特徴を調べる。</p> <p>③ 1 次関数のグラフと比例のグラフの関係を調べる。</p> <p>④ 「傾き」「切片」を定義する。</p>
6		<p>① $y = 2x + 1$、$y = -2x + 4$、$y = -1/2x + 3$ のグラフをいろいろな考え方で自由にかく。</p> <p>② グラフを簡単にかく方法を話し合う。</p> <p>③ 1 次関数のグラフの特徴をまとめる。</p>
7		<p>① 方眼上にかかれたグラフから 1 次関数の式をよみとる。</p> <p>② $y = 1/3x + 2/3$ のグラフをかく。</p>
8	1 次関数のグラフと変化の割合	<p>[課題] 座標平面上に、点 $A(-2, -3)$、$B(1, 1)$、$C(3, 5)$ をとり、3 点が一直線上にあるかどうか調べる。</p> <p>① 一直線上にあるかどうか、それぞれ理由を考える。</p> <p>② 「傾き」の視点や「変化の割合」の考えを話し合う。</p> <p>③ 「変化の割合」を定義する。</p>
9	1 次関数の求め方	<p>[課題場面] 縦 1 cm、横 2 cm の長方形を右の図のように積んでいく。</p> <p style="text-align: center;">1 段 2 段 3 段</p>  <p>① ともなって変わる量をあげる。</p> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cm として、y を x の式で表す。$(y = 4x + 2)$</p> <p>・各自、どのように式を求めたかを発表する。</p> <p>② 1 次関数の式は、変化の割合 a と 1 組の x、y の値から、また、2 組の x、y の値から求められることをまとめる。</p>
10		(1 次関数の式の決定についての問題練習)

11	<p>グラフのよみ</p>	<p>[課題場面] ひろし君は、午前10時に、家から4km離れたあきら君の家に置いてある自転車を取りに行った。まず、家の近くのバス停まで歩き、しばらく待ってバスに乗り、あきら君の家のすぐ前にあるバス停で降りた。そこでしばらく話をしてから、自転車で自分の家にもどった。</p> <p>右のグラフは、ひろし君が家を出てから再び家にもどってくるまでの時間と道のりの関係を示したものである。</p>  <p>① 次の問題を解決する。</p> <p>(i) ひろし君が自転車で帰宅途中、忘れ物に気づき、再びあきら君の家にもどり、11時20分までに帰宅する時間をグラフを使って求める。</p> <p>(ii) あきら君が自転車でひろし君の家に向かい、バス停にいるひろし君に出会うための自宅出発時間を求める。</p>
12	<p>1次関数の利用 - その1 -</p>	<p>[課題場面] 1辺が1cmの正方形を右の図のように1段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。</p>  <p>1段 2段 3段</p> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cm として、y を x の式で表す。 ($y = 6x - 2$)</p> <p>(ii) x 段目にある正方形の個数を y 個として、y を x の式で表す。 ($y = 2x - 1$)</p> <p>(iii) x 段のときの全体の面積を y cm² として、y を x の式で表す。 ($y = x^2$)</p>
13	<p>問題練習</p>	<p>[課題場面] 右のような $\triangle BCA$ ($\angle A = 90^\circ$) がある。点 P は C を出発して、毎秒1cmの速さで A を通って B まで動く。</p>  <p>① ともなうて変わる量をあげる。</p> <p>(i) 点 P が C を出発してから x 秒後の $\triangle BCP$ の面積を y cm² として、変化のようすを調べる。(変域に注意させる)</p>
15	<p>1次関数の利用 - その2 -</p>	<p>[課題場面] エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Yさんはスポーツジムで、エアロバイクをA、B、Cの3種類の負荷で利用している。</p> <p>下のグラフは、3種類の負荷の、こぐ時間と消費カロリーの関係を示したものである。</p>  <p>① 300kcalを消費させるためには、どの負荷にするか考え、発表する。</p> <p>② 100kcalを消費させる計画をグラフに表し、発表する。</p> <p>③ 次の問題を解決する。</p> <p>(i) 休憩を取らずに、100kcalを消費させる計画を実行した。負荷Aで10分間こぎ、次に負荷Bでこいで終わらせる。負荷Bでこいでいる途中で、5分早く終わらせるように変更した場合、どのように変更したらよいかを考える。</p>

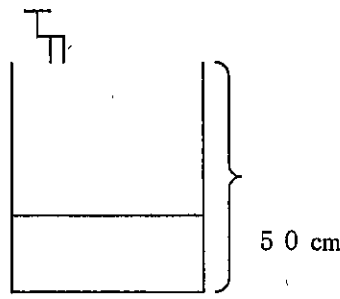
(4) 第2学年「変化の割合の素地的な学習」の指導案
第3時 指導案

本時のねらい：・具体的な事象から、変化の割合の意味を理解する。

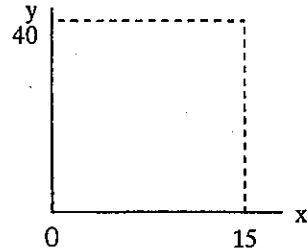
学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点																																										
<p>課題を把握する</p> <p>水そう A の増え方をグラフからよみとる</p> <p>水そう A の増え方について、1分について、1分当たりの深さの増え方について考える。</p>	<p>課題場面A</p> <p>左の図のような直方体の形をした深さ50 cmの水そうAがあります。この水そうに水を入れていきます。下の図は、水そうAに水を入れ始めてからx分後の水の深さをycmとして、yとxの関係をグラフに表したものです。</p> <p>(1) 「水そうの水の増え方について、グラフからよみとれることや気がついたことは何ですか」</p> <p>① グラフからよみとれることを考える。 ア. 8分後12cm イ. 15分後40cm ウ. x: 8~15の方が増え方が大きい。 エ. x: 0~8の方が増え方が小さい。 オ. だんだん深くなっていく</p> <p>② ①ウ、エの増え方について、1分ごとに詳しく考える。</p> <p>x: 0~8</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>12</td></tr> </table> <p>x: 8~15</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>x</td><td>8</td><td>9</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>40</td></tr> </table> <p>③ 表の空欄がうまる理由を考える。 ・ 8分で12cmから $12/8 = 3/2$ cm 1分ごとに $3/2$ cm 増える。 ・ 直線(線分)から一定の割合に増えていることがわかるから1分毎に $3/2$ cm 増えることがわかる。</p> <p>グラフの一部の右の部分に方眼の入った透明な紙を重ねてみる。</p> <p>+7</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>x</td><td>8</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>12</td><td>40</td></tr> </table> <p>+28</p> <p>7分間で28cm 増えていることから1分間では4 cm ずつ増えることになる。</p> <p>グラフの一部(x: 8~15)に方眼の入った透明な紙を重ねてみる。</p>	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	y	0								12	x	8	9	11	12	13	14	15	y	12						40	x	8	15	y	12	40	<p>指導上の留意点</p> <p>生徒のつぶやきをできるだけひろい、ことばで表現できるように支援する。</p> <p>急に12cm 増えるわけでないことを示唆する。</p> <p>机間支援を行う。</p> <p>・生徒のことばで一定の割合の考えにふれることばを取り上げる。 ・一定の割合で増えている理由にふれる。</p> <p>直線=一定の割合は深入りせず、次時に扱う。</p> <p>・グラフは直観的な扱いに留める。</p>
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8																																			
y	0								12																																			
x	8	9	11	12	13	14	15																																					
y	12						40																																					
x	8	15																																										
y	12	40																																										

題意を把握する。

課題場面B



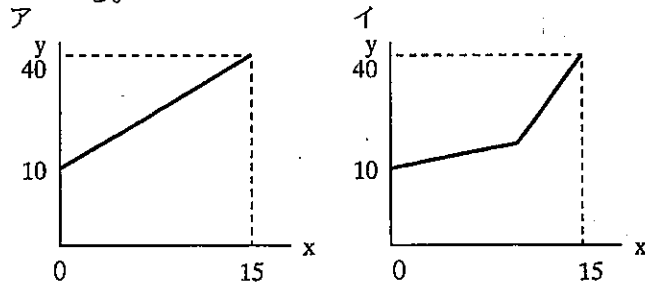
左の図のような直方体の形をした深さ50 cmの水そうBがあります。水そうBは初め10 cmの深さまで水が入っており、このときからさらに水を入れ始めてからx分後の水の深さをycmとします。水を入れ始めてから15分後に40cmの深さになりました。



水そうBの増え方を条件から考えさせる。

(2)「水そうBの水の増え方について考えよう。」

④ xとyとの関係についてグラフをかいて想像する。



- ⑤ ④の考えを発表する。
- ⑥ ④アの場合について、表や式を考える。

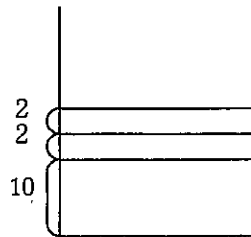
x	0	1	2	3	4	...	11	12	13	14	15
y	10										40

- ア 15分で30 cm上がる。
- イ 1分間2 cm上がる。
- ウ 一定の割合で増えていると考えられる。
- ⑦ ア～ウの理由を考え、空欄にうめた値を確認する。

$y = 2x + 10$ の2や10の意味を考える。

⑧ 式 $y = 2x + 10$ を確認する。

- ア 2の意味
- イ 増え方を図に表す
- ウ 10の意味
- エ 代入し⑥の表になる

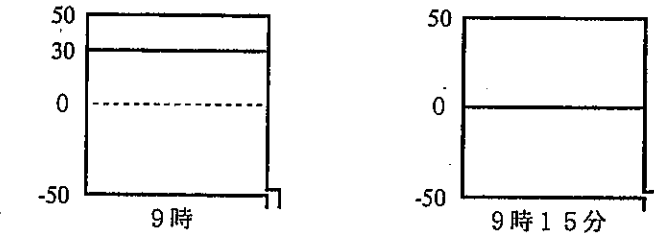
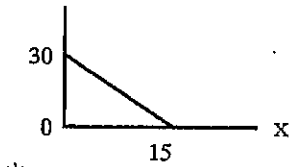
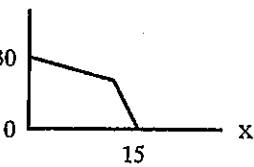
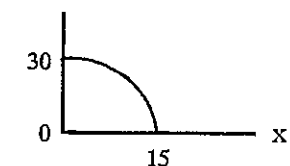



一定の割合で増える理由を確認する。

一定の割合で増えるとすると左の表がうまるという前提を確認する。

第4時 指導案

本時のねらい：・具体的な事象から、変化の割合の意味を理解し深める。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点																																														
<p>課題を把握する</p>	<p>課題場面 下の図は、水の入った水そうから水を排水しているようすを表したものである。</p> 	<p>指導上の留意点</p>																																														
<p>排水するようすをグラフに表す</p>	<p>(1)「9時からx分後の、水そうの水位をy cmとする。どのように排水したか、そのようすをグラフに表しなさい。」</p> <p>①グラフをかき</p> <p>ア. y  イ. y </p> <p>ウ. y </p> <p>②どのように排水したか発表する</p> <p>ア. 一定の割合で排水 イ. 始めは少しずつ排水し、途中からたくさん排水 ウ. 規則性がなく排水</p>	<p>9時を0分後と考える。 グラフが (0, 30) (15, 0) を通ることを押さえる。</p>  <p>15 上のようなグラフ用紙を配布する。</p>																																														
<p>一定の割合で排水する場合について考える</p>	<p>(2)「①アの場合について、表をかきなさい。」</p> <p>①表をかき</p> <p>ア.</p> <table border="1" data-bbox="391 1246 610 1304"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>0</td></tr> </table> <p>イ.</p> <table border="1" data-bbox="391 1323 898 1381"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>20</td><td>10</td><td>0</td></tr> </table> <p>ウ.</p> <table border="1" data-bbox="391 1400 898 1458"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>24</td><td>18</td><td>12</td><td>6</td><td>0</td></tr> </table> <p>エ.</p> <table border="1" data-bbox="391 1477 898 1535"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>...</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>28</td><td>26</td><td>24</td><td>...</td><td>2</td><td>0</td></tr> </table> <p>②どのようにして表をかいたのか、発表する。</p> <p>ア. xの値が15増えると、yの値は30減る イ. xの値が5増えると、yの値は10減る ウ. xの値が3増えると、yの値は6減る エ. xの値が1増えると、yの値は2減る</p> <p>③水位の変化のようすには、どのような特徴があるか、考える。</p> <p>ア. 規則的に変化している。 イ. 水位の下がる割合は一定である。 ウ. 1分間あたり2 cm減る エ. 1分間あたり-2 cm増える</p>	x	0	15	y	30	0	x	0	5	10	15	y	30	20	10	0	x	0	3	6	9	12	15	y	30	24	18	12	6	0	x	0	1	2	3	...	14	15	y	30	28	26	24	...	2	0	<p>1分間に2 cmずつ減ることを押さえる。</p> <p>エが出ない場合は、xやyの値を具体的に与え、考えさせる。</p> <p>yの増加量/xの増加量で求められることを確認し、変化の割合の素地を養う。</p>
x	0	15																																														
y	30	0																																														
x	0	5	10	15																																												
y	30	20	10	0																																												
x	0	3	6	9	12	15																																										
y	30	24	18	12	6	0																																										
x	0	1	2	3	...	14	15																																									
y	30	28	26	24	...	2	0																																									

(3) 「8時54分(6分前)の時点での水そうの水の高さを求めなさい」

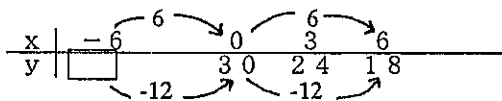
①高さを求める。

ア. 式から求める

$$2 \times 6 = 12 \quad 30 + 12 = 42 \quad \underline{42 \text{ cm}}$$

$$30 - 2 \times (-6) = 42 \quad \underline{42 \text{ cm}}$$

イ. 表から求める



(4) 「水そうが空になるのは何時何分ですか。」

①時刻を求める。

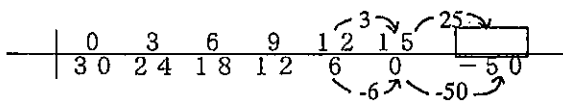
ア. 式から求める

$$50 \div 2 = 25 \quad 15 + 25 = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

$$12 + (-50) \div (-2) = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

$$(30 - (-50)) \div 2 = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

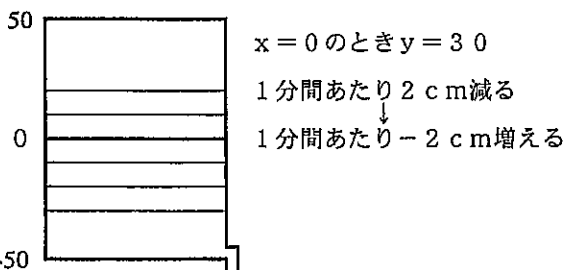
イ. 表から求める



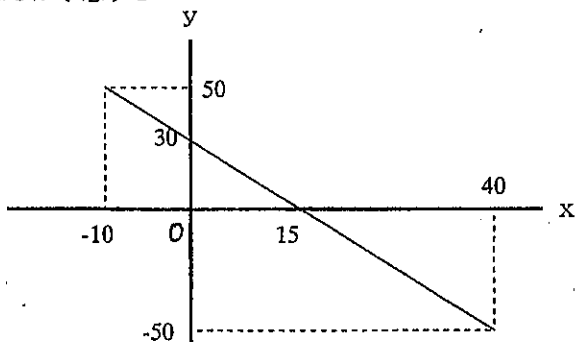
(5) 「xとyの関係を式で表そう。」

ア. $y = 30 - 2x$ イ. $y = -2x + 30$

(6) 「30と-2の意味を図で確認しよう」



(7) (3)(4)などを含めて考えると、グラフはどうなるか予想する



6分前は-6分後であることに気づかせる。

$y = -50$ であることに気づかせる。

深入りはしない。

授業記録 (第3時)

日時
対象
授業者

平成13年2月16日(金) 6校時
荒川区立南千住第二中学校 2年3組
塚本桂子 教諭

指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応																				
<p>T1: 今日はこのプリントをやります。 課題場面Aを読んでください。(Aを読む) (黒板にも貼る)</p> <p>T2: では、水の増え方について、かいてください。</p> <p>T3: はい、いいです。 (しばらく考える時間を与える)</p> <p>T4: どうですか?</p> <p>T5: そうになりましたか?</p>	<p>P全: はい、わかりました。</p> <p>P1: 何でもいいですか。</p> <p>P2: 8分から急に増えています。 (半分以上が手を挙げる)</p>																				
<p>板書</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>(1) ①8分からの水の増え方が速くなっている。</p> </div>																					
<p>T6: 他にはどうですか?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>40 cmで止まっている。</p> </div>	<p>P3: 40 cmで、グラフが止まっている。</p>																				
<p>T7: 他には?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>15分で止まっている。 15分で40 cmたまる。 8分で12 cmになる。</p> </div>	<p>P4: 15分で止まっている。</p>																				
<p>T8: さあ、どうでしょうか?</p> <p>T9: では、1分ごとに水の高さがどうなっているか、表をうめてみてください。 (しばらく考える時間を与える)</p>	<p>P5: 速さが求めたくなります。</p>																				
<p>T10: xが0から8までの表をうめてくれる人?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;">8</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1.5</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4.5</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">7.5</td> <td style="padding: 5px;">9</td> <td style="padding: 5px;">10.5</td> <td style="padding: 5px;">12</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">$y = x \times 1.5$</p> </div>	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	y	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	<p>P6: (左の表を板書する) 1.5というのは、1分間に入る水の量で、2分間では1.5 $\times 2 = 3$ (cm) ということでうめました。</p>
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8												
y	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12												
<p>T11: 式まで書いてくれましたね。優秀ですね。1分間で1.5 cm増えるということで表をうめてくれました。</p>																					
<p>T12: xが8から15までの表は?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">8</td> <td style="padding: 5px;">9</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="padding: 5px;">11</td> <td style="padding: 5px;">12</td> <td style="padding: 5px;">13</td> <td style="padding: 5px;">14</td> <td style="padding: 5px;">15</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">12</td> <td style="padding: 5px;">16</td> <td style="padding: 5px;">20</td> <td style="padding: 5px;">24</td> <td style="padding: 5px;">28</td> <td style="padding: 5px;">32</td> <td style="padding: 5px;">36</td> <td style="padding: 5px;">40</td> </tr> </table> </div>	x	8	9	10	11	12	13	14	15	y	12	16	20	24	28	32	36	40	<p>P7: (左の表を板書する)</p>		
x	8	9	10	11	12	13	14	15													
y	12	16	20	24	28	32	36	40													
<p>T13: この表と同じになった人?</p> <p>T14: どうしてこうなったかを説明してください。</p>	<p>P: (8人が手を挙げる)</p> <p>P8: 40から12をひくとこの間が28になり、時間は8分~15分で7分間。28 \div 7 = 4で、1分間に4 cmずつ足しました</p>																				

T 15 : わかった人 ?

x	8	9	10	11	12	13	14	15
y	12	16	20	24	28	32	36	40

$\xrightarrow{7}$ (8から15まで)
 $\xrightarrow{28}$ (12から40まで)

T 16 : (上の表に書き加えながら) ここからここまで7分間ですね。28は?

T 17 : 8分から15分までにいった水の量が28 cmですね。

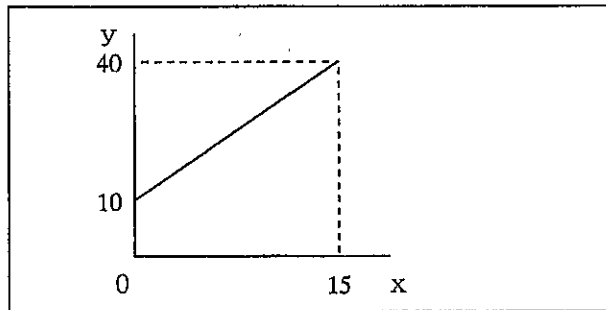
T 18 : プリントの右側のBを見てください。P 9、読んでください。

T 19 : 今度はグラフがありません。水そうBの水の増え方をグラフに表してください。

T 20 : 自由に考えていいですよ。

(しばらく考える時間を与える)

T 21 : 誰か黒板にグラフをかいてください。



T 22 : 他にいた人 ?

T 23 : みんな、一定でいたの ?

T 24 : 一定って、何ですか ?

T 25 : そうですね。蛇口をさわらないままですね。

T 26 : では、グラフを見ながら、変化の様子を調べてみましょう。表ばかりではなく、いろいろと調べてみましょう。

(しばらく考える時間を与える)

T 27 : では、発表してください。P 16。

x	0	1	2	3	4	...	11	12	13	14	15
y	10	12	14	16	18	...	32	34	36	38	40

$y = 2x + 10$

T 28 : P 16 と同じになった人 ?

T 29 : ではP 16、説明してください。

P : (8人が手を挙げる)

P 8 : 40から12をひけば28です

P 9 : (読む)

P 10 : 10 cm水が入っていて、それからは一定で入るのですか

P 11 : 一定でなければ、問題ができないよ。

P 12 : 雨が降る場合もあるよ。

P 13 : (左のグラフを板書する)

はじめ10 cm入っているから0分から始めて・・・。

(しばらく考えて)

最終的には15分後に40 cmだから、(0,10)と(15,40)を結びました。

P : (いない)

P 14 : 一定で考えました。

P 15 : ずーっと同じということです。

P 16 : (左のグラフを板書する)式も書きます。

P : (半数が手を挙げる)

P 16 : 40から10をひいて30になって、15分間で30 cm増えるから、 $30 \div 15 = 2$ で1分間に2 cmずつ増えていくことがわかりました。

T 31: 式は?

T 32: $2x$ は1分間に入る水の高さですか?

T 33: もう少し誰か説明してくれませんか?

x	0	1	2	...
y	10	12	14	...

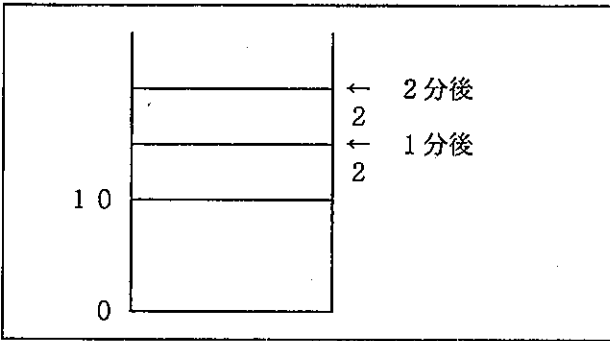
Handwritten annotations: $0 \xrightarrow{1} 1 \xrightarrow{1} 2$ above the x-axis; $10 \xrightarrow{2} 12 \xrightarrow{2} 14$ below the y-axis.

T 34: P 18 は?

x	0	1	2	3	...	15
y	0	2	4	6	...	30

T 35: わかりましたか。

T 36: 水そうの図を使って説明できませんか?



T 37: わかりましたか。

T 38: 最後にP 20 が締めてくれましたね。では、プリントを提出してください。これで今日の授業を終わりにします。

P 16: 10 は最初に入っていた10 cmで、 x は時間です。 $2x$ は1分間に入る水の高さです。

P 16:

P 17: (左の表を板書する)
0の状態に10ある。1分ずつ進むごとに、10から2足されていく。 $x=1$ の時は、毎分2 cmずつ増えているから
 $10 + 1 \times 2$
時間を表す x を使えば
 $10 + x \times 2$

P 18: (左の表を板書する)
10のなしバージョンだと、この表になり、式は $y = 2x$ 。これに10 cm入っているから
 $y = 2x + 10$
(他の生徒が拍手)

P : はい。

P 19: 簡単ですよ。
(左の図を板書する)
最初に10 cm入っていると考えると、 $30 \div 15$ で1分間に2 cm入ります。

P : はい。

P 20: P 18の方がわかりやすい。1分間に2 cm増えるから x 分間では $2x$ 。それに最初の10を足せばよいから
 $y = 2x + 10$

研究協議 (第3時)

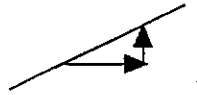
(自評)

- ・生徒に説明させるように心掛けた。
- ・生徒から意見が出て、スムーズに授業が進んだ。
- ・最終的には、ほとんどの生徒が理解できていた。

(協議)

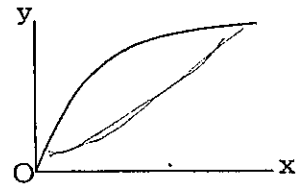
(1) 課題Aについて

- ・グラフの見方として、「直線になっている」「傾きが急になっている」などに目を向けさせるような指導も必要だ。
- ・生徒は「速さ」について目を向けていた。
- ・「増え方のちがい」と「直線の傾き」に目を向けさせてもよい。
- ・表で1ずつ増えていることを丁寧に指導することが大切である。
- ・グラフに方眼を重ねて、右のような矢印を示し、視覚的に傾き具合が同じであることを理解させた方がよい。
- ・表は、1分ずつのものを与えた。2つの表（8分までの表と8分以後の表）に分けて与えたことは、理解の遅れている生徒にとってよかった。



(2) 課題Bについて

- ・生徒から「一定で考えていいのですか。」という意見が出た。
- ・アのグラフしか発表されなかったが、その場合、教師が右のグラフを示して、どのように変化しているのか議論させてもよかったのではないか。直線ならば、変化の割合が一定であることをもっと議論させてもいいのではないか。



- ・ $y = 2x + 10$ で、10を0と考えて、

x	0	1	2	...	15
y	0	2	4	...	30

の表の考え方が出て、ほとんどの生徒がよく理解できていた。

式中の「2」「10」の意味も理解できていた。

- ・ $y = 2x + 10$ が1次関数であることを確認し、「2」「10」の意味を押さえておくよかった。
- ・指導案中の(2)⑥の表は、右の表ではだめか。
(合成関数として見るができる。)

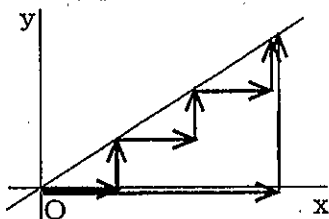
x	
2x	
y	

→x、yを独立変数、従属変数であることをとらえさせるためには、指導案通りでよい。

- ・多くの生徒は「この問題は、水の出方が一定でないと、グラフをかくことができない。」ととらえている。「一定である」は「同じである」こととして理解できていた。水の出方が一定であるという意識が強かった。

(3) 全体として

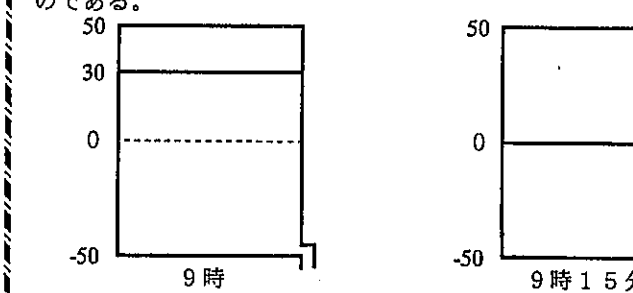
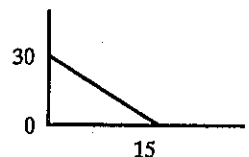
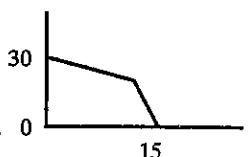
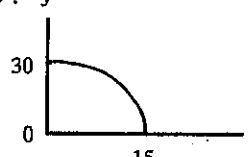
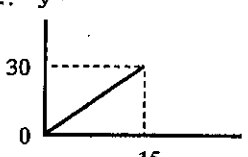
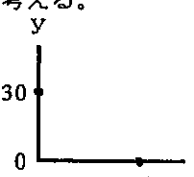
- ・課題A、Bを1時間で指導できる。
- ・③に、小学校で拡大図、縮図の指導がなくなっても（比例の中でも）、下の矢印の指導を丁寧にいう。



第3時 改訂指導案

研究協議の結果、第3時は元の指導案で指導計画に位置づける。

第4時 改訂指導案

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点																																														
<p>課題を把握する</p> <p>排水するようすをグラフに表す</p>	<p>課題場面 下の図は、水の入った水そうから水を排水しているようすを表したものである。</p>  <p>(1)「9時からx分後の、水そうの水位をy cmとする。どのように排水したか、そのようすをグラフに表しなさい。」</p> <p>①グラフをかく</p> <p>ア. y</p>  <p>イ. y</p>  <p>ウ. y</p>  <p>エ. y</p>  <p>②どのように排水したか発表する</p> <p>ア. 一定の割合で排水 イ. 始めは少しずつ排水し、途中からたくさん排水 ウ. 規則性がなく排水 エ. 時間と減った高さとの関係</p> <p>③それぞれの考えについて、意見交換をする。</p>	<p>9時を0分後と考える。</p>  <p>上のようなグラフ用紙を配布する。</p> <p>エのグラフをかく生徒は多い。</p> <p>イヤウの意見がない場合は、教師からそれを提示して考えさせる。</p>																																														
<p>一定の割合で排水する場合について考える</p>	<p>(2)「①アの場合について、表をかきなさい。」</p> <p>①表をかく</p> <p>ア.</p> <table border="1" data-bbox="384 1371 603 1429"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>0</td></tr> </table> <p>イ.</p> <table border="1" data-bbox="384 1449 891 1506"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>20</td><td>10</td><td>0</td></tr> </table> <p>ウ.</p> <table border="1" data-bbox="384 1526 891 1584"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>24</td><td>18</td><td>12</td><td>6</td><td>0</td></tr> </table> <p>エ.</p> <table border="1" data-bbox="384 1603 891 1661"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>...</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td>28</td><td>26</td><td>24</td><td>...</td><td>2</td><td>0</td></tr> </table> <p>②どのようにして表をかいたのか、発表する。</p> <p>ア. xの値が15増えると、yの値は30減る イ. xの値が5増えると、yの値は10減る ウ. xの値が3増えると、yの値は6減る エ. xの値が1増えると、yの値は2減る</p>	x	0	15	y	30	0	x	0	5	10	15	y	30	20	10	0	x	0	3	6	9	12	15	y	30	24	18	12	6	0	x	0	1	2	3	...	14	15	y	30	28	26	24	...	2	0	<p>アを前提として(2)を学習するために次のことを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 1分間に2 cm ずつ減る。 ・ 0分のとき 30cm ・ 15分後には 0cm になる。 <p>(1)③で、エの表が出た場合は、軽く扱う。</p> <p>(yの増加量) / (xの増加量) で求められることを確認し、変化の割合の素地を養う。</p>
x	0	15																																														
y	30	0																																														
x	0	5	10	15																																												
y	30	20	10	0																																												
x	0	3	6	9	12	15																																										
y	30	24	18	12	6	0																																										
x	0	1	2	3	...	14	15																																									
y	30	28	26	24	...	2	0																																									

xとyとの関係を式に表す。

$y = -2x + 30$ の-2と30の意味を考える。

1分あたり-2cmの意味を具体的な場面で深める。

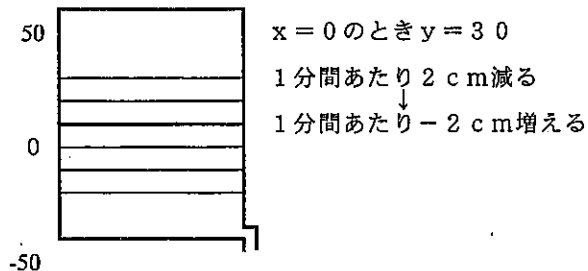
グラフの概形を確認する。

- ③水位の変化のようすには、どのような特徴があるか、考える。
 ア. 規則的に変化している。
 イ. 水位の下がる割合は一定である。
 ウ. 1分間あたり2cm減る
 エ. 1分間あたり-2cm増える

(5)「xとyの関係を式で表そう。」

ア. $y = 30 - 2x$ イ. $y = -2x + 30$

(6)「30と-2の意味を具体的な場面で確認しよう。」



図を利用し、-2や30の意味を確認する。

$y = ax + b$ のaやbの意味といった一般化の話になるような深入りはしない。

(3)「8時54分(6分前)の時点での水そうの水の高さを求めなさい」

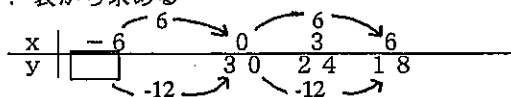
①高さを求める。

ア. 式から求める

$$2 \times 6 = 12 \quad 30 + 12 = 42 \quad \underline{42 \text{ cm}}$$

$$30 - 2 \times (-6) = 42 \quad \underline{42 \text{ cm}}$$

イ. 表から求める



(4)「水そうが空になるのは何時何分ですか。」

①時刻を求める。

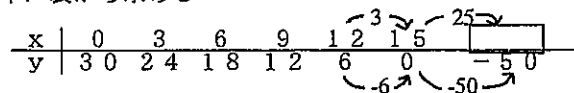
ア. 式から求める

$$50 \div 2 = 25 \quad 15 + 25 = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

$$12 + (-50) \div (-2) = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

$$\{30 - (-50)\} \div 2 = 40 \quad \underline{9 \text{ 時 } 40 \text{ 分}}$$

イ. 表から求める

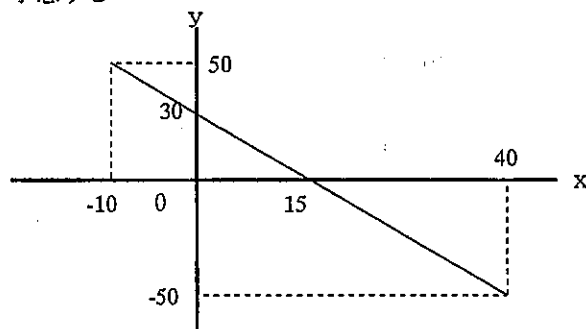


6分前は-6分後であることを気づかせる。

$y = -50$ であることに気づかせる。

25分間で50cm減ることを確認する。

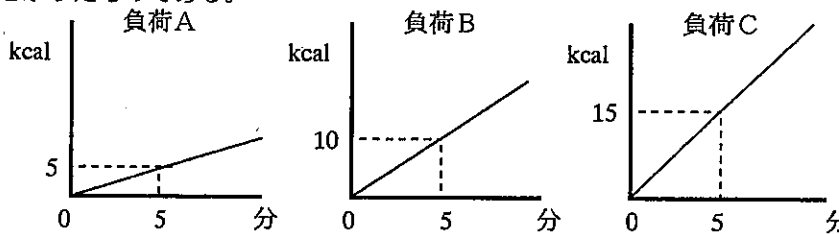
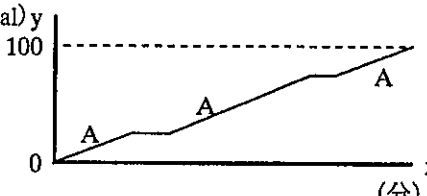
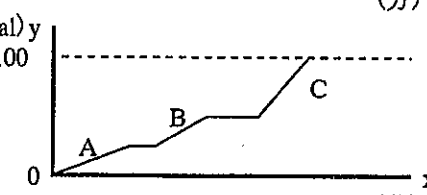
(7) (3)(4)などを含めて考えると、グラフはどうなるか予想する



（5）第2学年「1次関数の利用-その2-」の指導案

本時のねらい

- ・グラフに表された2つの数量の関係を読みとることができる。
- ・グラフを利用して、問題を解決することができる。
- ・グラフをかいたり、表されたグラフの意味を読みとることにより、グラフを利用するよさを実感する。
- ・方程式の考えとグラフの利用の考えとの相互の関連を知ることができる。

学 習 活 動	主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応	指 導 上 の 留 意 点
課題を把握する	<p>課題場面</p> <p>エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Yさんはスポーツジムで、エアロバイクをA、B、Cの3種類の負荷で利用している。</p> <p>下のグラフは、3種類の負荷の、こぐ時間と消費されるカロリーの関係を示したものである。</p> 	
どの負荷にするかを考える	<p>(1)「300 kcal を消費させるためには、あなたならどの負荷を選びますか？」</p> <p>① A～Cのどれを選ぶか考える。 ア. 一番楽な負荷Aがよい。 イ. 一番時間が短い負荷Cがよい。 ウ. 真ん中を取って負荷Bがよい。</p> <p>② ①の選んだ理由を発表する。 ③ それぞれの場合で、消費させるためにかかる時間を考える。</p>	<p>上記グラフをかき写させA～Cの傾きの違いを意識させる。</p> <p>エアロバイクの説明をする。</p> <p>お菓子などの摂取キロカロリーを示し、身近な問題として考えさせる。</p>
計画を立てる。	<p>(2)「100 kcal のお菓子を食べた。その分のカロリーをエアロバイクをこいで消費させたい。間に休憩を2回とって、エアロバイクをこぐ計画をグラフに表しなさい。」</p> <p>① 計画をグラフに表す。</p> <p>ア. (kcal)y</p>  <p>イ. (kcal)y</p>  <p>.....</p> <p>② 自分の立てた計画の説明をする。</p>	<p>休憩の時にグラフがどうなるか、考えさせる。</p> <p>利用する負荷や休憩時間は自由にする。</p> <p>グラフの1目盛りの大きさは、教師が示す。</p> <p>A、B、Cの傾きをグラフ上で確認する。</p> <p>計画の終了時間を確認させる。</p>

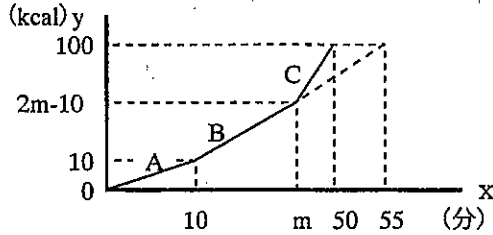
どのように計画を変更したかを考える。

(3) 「休憩をとらずに100 kcalを消費させたい。最初にエアロバイクを負荷Aで10分間こぎ、次に負荷Bでこいで終わらせる計画を立て、実行していた。しかし、負荷Bでこいでいる途中で、最初の計画よりも5分早く終わらせるように変更した。どのように変更したのか？」

① 計画をどのように変更したかを考える。

ア. グラフをかいて、よみとる。(イの図と同じ)
答: こぎだしてから40分後に負荷Cにする

イ. グラフを利用して、計算して求める。



$$\begin{aligned} (100 - 10) \div 2 &= 45 \\ 45 + 10 &= 55 \\ 55 - 5 &= 50 \\ \text{Bの式} \cdots y &= 2x - 10 \\ x = m \text{の時、} y &= 2m - 10 \\ \text{傾きが3になればよいから、} \\ (100 - (2m - 10)) \div (50 - m) &= 3 \\ m &= 40 \\ \text{答: } &\text{こぎだしてから40分後に負荷Cにする} \end{aligned}$$

ウ. 方程式を利用して、求める。

$$\begin{aligned} (100 - 10) \div 2 &= 45 \\ 45 - 5 &= 40 \\ \text{Bを} m \text{分間とすると} \\ 2m + 3(40 - m) &= 90 \\ m &= 30 \\ 30 + 10 &= 40 \\ \text{答: } &\text{こぎだしてから40分後に負荷Cにする} \end{aligned}$$

エ. ア以外のグラフをかいて、よみとる。
(例えば、A→B→C→Aの順に負荷を使うような図)

② 発表し、それぞれの考えの関連を知る。

文章が長く読みとりにくい場合、簡単なメモや図などを板書する。

負荷は一瞬のうちに変わるものとする。

負荷はA、B、Cの3種類しかないとを確認し、例えばAを何回か使ってもよいことにふれる。

グラフをかくことを通して当初の計画を確認する。

時間をとり十分に考えさせる。

ウを線分図に表すなどの多様な生徒の反応を時間が許す限り取り上げ、考え方の相互の関連を考えさせる。

4. 今後の課題

本委員会は、一人ひとりの生徒の関数概念の理解が、どのように高まり深まるかを、授業実践を通して考察してきた。具体的には、授業の中で、様々な学習内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討している。

今後、次の点について研究を進めていこうと考えている。

- (1) 3年間を見通した関数カリキュラムを検討し、指導計画を作成したが、その指導計画や指導案を、授業研究を通して実証的に検討する。特に、「変化の割合」の扱い方に関して検討する。
また、小学校や高等学校との関連を見直す。
- (2) 評価問題を実施、考察し、指導計画、指導案、評価規準について見直していく。
- (3) 各学年における「グラフのよみ」の指導について検討を続け、指導のあり方、適切な課題を検討していく。
- (4) 各学年において、「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」を一層伸ばすような課題を設定した授業を行い、指導のあり方や適切な課題について検討していく。
- (5) 関数の領域以外や他教科において、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討していく。そして、それらとの関連を明らかにし、より適切な関数指導を追求する。

以下の文献は、東京都中学校数学研究会 関数委員会の作成したものである。

- (1) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（群馬）大会発表資料〉1997(H9)
- (2) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（山口）大会発表資料〉1998(H10)
「中学校関数指導について」
〈日数教（秋田）大会発表資料〉1999(H11)
「中学校関数指導について」
〈日数教（千葉）大会発表資料〉2000(H12)

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

石井 勉 (東京学芸大附小金井中)	岩木敬二郎 (元板橋区立中台中)
遠藤 國雄 (元板橋区立向原中)	大澤 弘典 (中野区立第二中)
風間喜美江 (荒川区立南千住二中)	小林 博 (東京都教育庁学務部高等学校教育指導課)
近藤 和夫 (東京都教育庁指導部指導企画課)	斎藤 圭祐 (目黒区立東山中)
須藤 哲夫 (元品川区立伊藤中)	関 富美雄 (渋谷区立本町中)
高村 真彦 (西東京市立明保中)	田中 千穂 (足立区立蒲原中)
塚本 桂子 (荒川区立南千住二中)	橋爪 昭男 (大田区立大森第六中)
半田 進 (弘前大学教育学部)	村田 弘恵 (港区立朝日中)
山本 恵悟 (足立区立蒲原中)	吉田 直樹 (中野区立第七中)
吉田 裕行 (町田市立成瀬台中)	