

中学校関数指導について

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

	ページ
1. 研究の経過	1
2. 研究のねらい	2
3. 研究の方法	2
4. 研究の内容	
(1)カリキュラム改善の重点	3
(2)研究計画	3~ 4
(3)「グラフのよみ」の指導につい	4
(4) 第3学年「グラフのよみ」の指導について	4
(5)第3学年指導計画	5~ 6
第3学年「グラフのよみ」の指導案（A案）	7~ 8
授業記録	9~12
第3学年「グラフのよみ」の指導案（B案）	13~14
授業記録	15~17
研究協議	18~20
第3学年「グラフのよみ」の改訂指導案	21~23
(4)これからの関数指導のめざす方向	24~25
5. 今後の課題	26
◎参考・引用文献	27
◎東京都中学校数学研究会 研究部 関数委員会 名簿	

1. 研究の経過

本委員会では、この20年余り、中学校関数指導について具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。また、各学年における評価の観点と評価問題の作成、実施、検討も行ってきた。

昭和57年度⁽¹⁾までに、評価問題を作成、実施した結果、「1次関数の式の決定」に関する問題の正答率が低かった。そこで、昭和58年度⁽²⁾には、第2学年「1次関数の式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、実際に指導した結果、その効果が確かめられた。また、第1学年の指導については、指導前に、生徒は比例・反比例をどのように理解しているかが問題となった。昭和59、60年度⁽³⁾には、第1学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。

昭和60年度⁽⁴⁾には、中学校の関数カリキュラムを検討し、中学校における関数指導のあり方について提言を行った。昭和61年度⁽⁵⁾には、関数の導入と利用の指導について再検討し、その指導に適した改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63、平成元年度⁽⁶⁾は、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成、実施した。

平成2、3年度⁽⁷⁾からは、現行の学習指導要領の主旨を生かし、指導展開例の試案を作成し、平成4、5、6年度⁽⁸⁾は、各学年の評価の観点および評価問題を再検討し、実施、結果の考察を行った。また、数学的な見方・考え方の評価の観点を探る学習指導案を作成し、授業研究を通して検討した。さらに、数学的な見方・考え方の評価問題を作成、実施した。平成7、8年度⁽⁹⁾は関心・意欲・態度の評価について授業研究を通して検討した。また、これまでの研究をふまえて、全学年の指導計画の考察を行ってきた。

平成9年度⁽¹⁰⁾は、関数カリキュラムについての提言、改善の内容に対応した関数指導の評価規準の検討と改訂、指導内容の検討と指導計画の改訂を行った。平成10年度⁽¹¹⁾は、改善の重点である第1学年における関数のよさに気づかせるための「さまざまな関数」の指導、そして、各学年におけるグラフを利用するよさに気づかせるための「グラフをよむ」の指導について、授業研究を通して検討、考察してきた。

2. 研究のねらい

昨年に引き続き、これまでの中学校関数指導についての考察をもとに、次のことをねらいとして研究を進めた。

- ・提言した関数カリキュラムをさらに検討し、実践を通してその妥当性を探る。
- ・「グラフのよみ」の指導について考察する。

を行う。

さらに、本委員会が提案してきた関数カリキュラムと新学習指導要領において、これからの関数指導の目指す方向を模索する。

3. 研究の方法

関数カリキュラムの提言を行うために、次のような方法で研究を進めてきた。

- ① 「知識・理解、表現・処理」の評価規準を作成する。
- ② 「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の評価規準を探る指導案を作成・実施し、「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の具体的な内容についての評価規準を明らかにする。
- ③ ①②をもとに、評価問題と「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の評価規準を探る指導案を改訂し、実施、考察する。
- ④ ③の考察をもとに、指導計画の再検討を行う。
- ⑤ 指導計画の再検討の中で出された問題点をふまえ、3年間を見通した関数カリキュラムを作成し、提言する。
- ⑥ カリキュラム改善の重点について、研究授業を通して、その妥当性を探る。
- ⑦ これまで研究をもとに、新学習指導要領の問題点を明らかにする。

(今回の発表は⑥⑦)

4. 研究の内容

(1) カリキュラム改善の重点

一昨年度、中学校関数カリキュラムについて、次のような提言を行った。(11)

- ①第1学年の指導内容について、
 - ・中学校3年間で、関数概念を育てていくためには、第1学年では、関数の学習の導入として、具体的な事象の中にはさまざまな関数があることに気づかせたい。そのため、比例にとらわれずさまざまな関数を扱う。
 - ・さまざまな関数の中で、特に、中心となる関数として比例を指導する。反比例は、第3学年の「いろいろな関数」のところで指導する。
- ②「グラフのよみ」の指導について
 - ・グラフを利用するよさを実感させるために、グラフをかくだけでなく、表されたグラフの意味をよみとり、活用する指導を各学年の指導計画に位置づける。
- ③「変化の割合」の指導について
 - ・「変化の割合」の素地を養うために、第1学年では、さまざまな関数のところでも、変化のようすの規則性に気づかせる指導を行う。
 - ・第2学年では、「1次関数の値の変化の割合」を扱い、 Δx を意識させることで、グラフがなぜ直線になるのかを考えさせ、第3学年で「変化の割合」を定義する。
また、第2, 3学年では、「変化の割合」の具体的な例として「速さ」を扱う。

この提言に基づき、改善の内容に対応した指導内容の検討と指導計画の改訂を研究のねらいとし、次の2点を関数カリキュラムの改善の重点として、研究を進めている。

- A 関数のよさに気づかせる指導
- B グラフを利用するよさに気づかせるための指導

(2) 研究計画

次の内容について、指導案を作成し、授業研究を行い、その妥当性を探る。

(関：関心・意欲・態度に関わるもの)

- 第1学年「さまざまな関数」の指導
 - 指導案作成(H9.9~10)／実践(H9.11~12) A
- 第1学年「グラフのよみ」の指導
 - 指導案作成(H9.4~5)／実践(H9.6) B
- 第2学年「グラフのよみ」の指導
 - 指導案作成(H9.5~6)／実践(H10.7) B
- 第3学年「グラフのよみ」の指導
 - 指導案作成(H10.5~7)／実践(H10.12) B
 - * 指導案(A案)作成(H11.3~6)／実践(H11.6) B
 - * 指導案(B案)作成(H11.6~7)／実践(H11.7) B
 - * 改訂指導案(H11.7)／実践(H11.11) B
- 第3学年「変化の割合」の指導
 - 指導案作成(H9.7)／実践(H11.1) A B

- 第1学年「関数に関するレポート」発表会
→ 課題作成(H8.7)／発表会(H9.1)・・・A 関
- 第3学年「関数に関するレポート」発表会
→ 課題作成(H9.7)／発表会(H11.12)・・・A 関
- 第2学年「オープンな課題」の指導
→ 指導案作成(H11.9~10)／実践(H11.10)・・・A 関

今回は、第3学年「グラフのよみ」の指導について発表する。

(*印は今回の発表内容)

(3)「グラフのよみ」の指導について

①「グラフのよみ」の指導のねらい

- ・グラフが表している意味をよみとることができる。
- ・グラフを用いて、問題を解決することができる。
- ・グラフを利用するよさを知る。

②各学年で扱う課題

各学年の「グラフのよみ」で扱った課題を次に示す。

第1学年…時間と進んだ道のりの関係(比例のグラフ)

第2学年…時間と進んだ道のりの関係(直線、折れ線のグラフ)

第3学年…1)「変化の割合」の理解を深めるために、その具体的なものとして、平均の速さを扱う。(放物線のグラフと直線のグラフ)
2) 日常生活の中の具体的な事象を扱う。(階段関数のグラフ)

③第1、2学年「グラフのよみ」の指導を通して

これまでの第1、2学年「グラフのよみ」の授業研究を通して、次のことがわかった。⁽¹⁾

- ・グラフを利用して問題解決する力も、グラフをよむ力の1つである。
- ・第1学年のねらいは、グラフからわかることをよみとらせること、及びグラフを利用して問題を解決させることとする。
- ・グラフからわかることをよみとらせることは、第1、2学年の両学年で実施したが、第1学年で指導することで十分であった。第2学年でのねらいは、問題解決させることに重点を置いた方がよい。
- ・グラフを利用して問題解決する力を育てる。この授業の中で、式や計算で解決する生徒がいた場合、その解決方法も取り上げる。

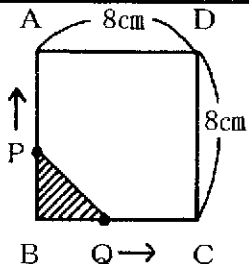
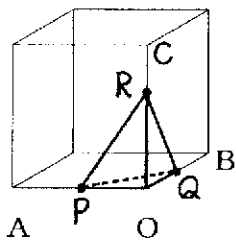
(4)第3学年「グラフのよみ」の指導について

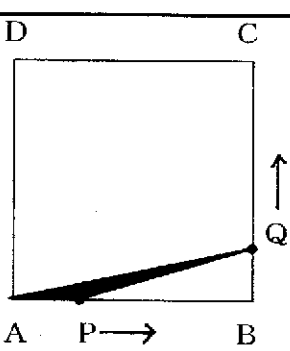
第3学年でのねらいは、第1、2学年で培ったグラフをよみとる力をさらに発展させ、直線のグラフだけでなく放物線や階段関数のグラフを通して、表されているグラフの意味をよみとり、問題を解決する力を育てることである。また、グラフを使うことのよさに気づかせることである。

第3学年の課題に、階段関数の課題を扱ったのは、身のまわりに階段関数になる例がたくさんあるからである。生徒自身も、どのような場面が階段関数になるかを体験的に知っている。身のまわりにある階段関数の課題を扱うことにより、日常生活の事象に目を向けさせ、問題意識を持たせ、その問題を解決していこうとする課題場面を設定した。

このように問題を解決しようとする力は、関数指導の1つの目標であるとともに、他の教科の中にも役立つ力である。2002年からの総合的な学習、選択教科等にも必要になると考えられる。

(5) 第3学年 指導計画

時数	項目	学習内容
1	2次関数	<p>[課題場面] 1辺が8cmの正方形ABCDがある。点Pは頂点BからAを通過して点Dまで、点Qは頂点BからCを通過して頂点Dまで同時に出発し、それぞれ1秒間に2cmの速さで動く。</p> <p>①何がかわるかを考える。 ②時間と面積(△PBQ, 五角形PQABC)との関係を調べる。 表で1次関数とは違う変化の関数であることを確認する。 式: $0 \leq x \leq 4$ のとき $y = 2x^2$ $4 \leq x \leq 8$ のとき $y = -2x^2 + 32x - 64$</p>
		
2		<p>①2次関数の定義 ②具体的な例(立方体の表面積、高さ一定の正四角すいの体積)について立式する。 ③$y = x^2$のグラフがどんな形になるか予想する。</p>
3	関数 $y = ax^2$ のグラフ	<p>①$y = x^2$のグラフを完成させる。 ②$y = 2x^2$のグラフをかき、$y = x^2$のグラフと比べる。 ③$y = x^2$のグラフをもとに、$y = 1/2x^2$のグラフをかく。</p>
4		<p>①$y = -x^2$のグラフをかき、$y = x^2$のグラフと比べる。 ②$y = -x^2$のグラフをもとに、$y = -2x^2$のグラフをかく。 ③$y = -x^2$のグラフをもとに、$y = -1/2x^2$のグラフをかく。 ④関数$y = ax^2$のグラフの特徴を、1次関数との比較、増減の話などを含めてまとめる。</p>
5	変化の割合	<p>①車の速さと空走距離、制動距離の関係について調べ、変化の割合を求めよう。 ②変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③関数$y = ax^2$と1次関数の値の変化の割合を比較する。 ④関数$y = x^2$について、変化の割合を調べる。</p>
6		<p>①$y = -x^2$について、変化の割合を調べる。 ②変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③関数$y = ax^2$の値の変化の割合についてまとめる。 ④具体的な場面(落体運動)で、変化の割合の意味について考える。</p>
7		<p>人と三輪車が同時に坂道を下るとき時間の時間と距離の関係を表すグラフをよみとり、問題を解決する。(等速運動と等加速運動)</p>
8	練習問題	
9	いろいろな関数	<p>[課題場面] 右の図のような1辺が10cmの立方体がある。点P、Q、Rはそれぞれ辺OA、OB、OC上の点である。</p> <p>①次のそれぞれの条件についてxとyとの関係を調べる。 (i) 点Q、RはOQ=4cm、OR=6cmの位置に停止し、点Pは頂点Oを出発してからx秒後の三角すいR-POQの体積を$y \text{ cm}^3$とする。(y=4x)</p>
		


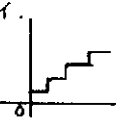


		<p>(ii) 点Rは$OR = 6 \text{ cm}$の位置に停止し、点P、Qは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1 cmの速さでA、Bまで動く。点P、QがOを出発してからx秒後の三角すいR-POQの体積を$y \text{ cm}^3$とする。$(y = x^3)$</p> <p>(iii) 点P、Q、Rは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1 cmの速さでA、B、Cまで動く。点P、Q、RがOを出発してからx秒後の三角すいR-POQの体積を$y \text{ cm}^3$とする。$(y = 1/6 x^3)$</p> <p>② $y = 4x$、$y = x^2$、$y = 1/6 x^3$の値の変化を表で調べる。</p>
10		<p>(iv) 前時の課題場面で、1点Rは$OR = 6 \text{ cm}$に停止しており、1点Pは毎秒1 cmの速さでAまで動く。そのとき点Qは三角すいR-POQの体積が6 cm^3で一定になるように動く。点PがOを出発してからx秒後のOQの長さを$y \text{ cm}$とする。xとyとの関係を調べる。$(y = 6/x)$</p> <p>③ $y = 6/x$ について、変化や対応のようすを調べる。</p> <p>④ $y = 4x$、$y = x^2$、$y = 1/6 x^3$、$y = 6/x$ のグラフについて調べる。</p>
11	グラフのよみ	<p>【課題】ある電話会社3社の料金は次のようになっている。</p> <p>A社：30秒ごとに20円加算される B社：16秒ごとに12円加算される C社：7秒ごとに5円加算される</p> <p>(1) どの会社の料金が一番安いかを考える。 (2) 通話時間と料金の関係のグラフを考え、さらによみとる。 (3) グラフを利用して、どの会社が得であるかを考える。</p>
12		<p>①前時の課題において、次の問題を解決する。</p> <p>【問題1】最初の20秒間は30円だが、その後は20秒毎に8円加算されるD社が他の会社より安くなる時間を求める。 【問題2】ある3家が違うかけ方で、1日に合計400秒話したときの料金の比較を行う。</p> <p>②第11時の課題を通して、対応の特徴から関数の定義をし、関数の例を見つける。</p> <p>③関数にならない例について考える。</p>
13	関数の利用	<p>【課題場面】右の図のように、1辺が30 cmの正方形ABCDがある。点PはAを出発して毎秒5 cmの速さでBを通りCまで動く。点QはBを出発して毎秒2 cmの速さでCまで動く。</p>  <p>①$\triangle APQ$の面積がどのように変化しているか、気づくことをあげる。</p> <p>(i) $\triangle APQ$の面積が最大になるのは何秒後かを考える。 (ii) $\triangle APQ$の面積が45 cm^2になるのは何回あるかを考える。 (iii) $\triangle APQ$の面積が125 cm^2になるのは何秒後かを考える。</p> <p>②グラフを利用することのよさを実感する。 ③いろいろな関数があることを知る。</p>
14	問題練習	問題練習(グラフを通して x の変域から y の変域を求める問題を含む) レポート(関数の具体例を探し、考察する課題)の説明
15	発表会	レポートの発表・討論、相互評価

第3学年「グラフのよみ」の指導案（A案）

日時 平成11年6月15日（火）6校時
 対象 中野区立第七中学校 3年D組（男19名、女16名）
 授業者 吉田 直樹 教諭

（本時のねらい）

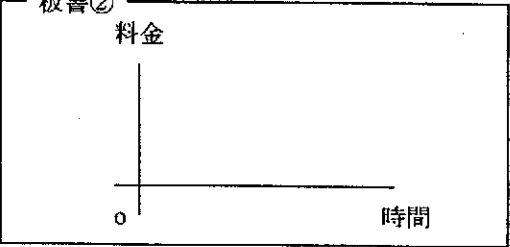
- ・グラフに表された2つの数量の関係をよみとることができる。
- ・グラフを使って問題を解決することができる。
- ・グラフをかいたり、表されたグラフの意味をよみとることにより、グラフを利用するよさを実感する。

学 習 活 動	主な発問と予想される生徒の反応、生徒の活動	指導上の留意点
<p>課題を把握する</p> <p>どこが一番安いかを考える</p> <p>通話時間と料金との関係のグラフを考える</p> <p>グラフをよむ</p>	<p>「今いろいろな電話会社があり、割引もいろいろと行われています。短い通話時間だが回数が多い家庭、長電話をよくする家庭、……いろいろなケースが考えられます。そこでこの電話会社が得かを考えてみましょう。」</p> <div style="border: 2px dashed black; padding: 5px;"> <p>課題</p> <p>電話には、携帯電話、PHS、公衆電話、家庭用電話がありますが、今回は家庭用電話について考えてみます 以下の条件の3社で、どこが得か考えてみましょう [条件]</p> <p>A社：30秒毎に20円加算される B社：16秒毎に12円加算される C社：7秒毎に5円加算される</p> </div> <p>(1) 「通話料金が一番安い会社はどこですか？」 ア. A社は $20 \div 30 = 0.66 \dots$ 円 B社は $12 \div 16 = 0.75$ 円 C社は $5 \div 7 = 0.714 \dots$ 円 よって、A社 イ. え！どれくらいしやべったの？</p> <p>(2) A社の通話時間と料金との関係のグラフの概形を予想する ア.  イ.  ウ.  エ. </p> <p>(3) A社の通話時間と料金との関係のグラフをみる</p> <p>(4) B、C社の通話時間と料金との関係のグラフをみる</p> <p>(5) A社、B社、C社の通話時間と料金との関係のグラフを色でなぞる</p> <p>(6) 「3社の料金を比較するにはどうしたらよいかでしょうか？」 ア. 重ねる</p> <p>(7) A社、B社、C社の通話時間と料金との関係のグラフを重ねてみる</p>	<p>公衆電話を例にして電話料金のシステムをきちんと理解させておく</p> <p>課題をプリントでも配布する</p> <p>もしも、グラフをかいてみればという生徒がいたらそこから(2)へ進む</p> <p>あくまでもグラフの概形にとどめる（目盛りを正確に取らせる必要はない）</p> <p>完成したA社のグラフを掲示し、そのグラフも配布する</p> <p>B社、C社のグラフも同じ考えでかけることを確認し掲示、配布する</p> <p>完成したグラフを色でなぞることによって、グラフがその形になることを確認する</p>

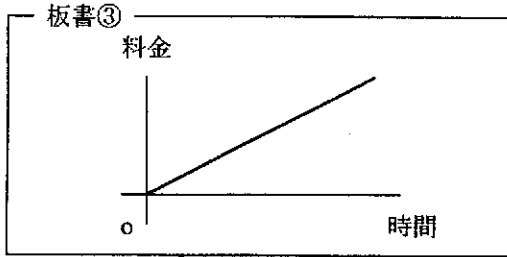
学 習 内 容	主な発問と予想される生徒の反応、生徒の活動	指導上の留意点																
<p>グラフを利用して問題を解決する</p> <p>問題1をグラフを使って解決する</p> <p>問題2をグラフを使って解決する</p>	<p>(8) 「25秒のときの通話料金が一番安い会社はどこですか？」 ア. A社とC社</p> <p>(9) 「31秒、40秒のときの通話料金が一番安い会社はどこですか？」 ア. 31秒：B社、40秒：C社</p> <p>(10) 「結局、どの電話会社が得なのですか？」 ア. 14秒まではC社、14～16秒はB社 イ. 長電話をするとA社</p> <p>(11) 問題1を解決する 問題1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>D会社は最初の20秒間は30円ですが、その後20秒毎に8円加算されるサービスを始めました。D社が他の3社よりも安くなるのは何分を超えたときでしょうかまたその超えたときの料金はいくらでしょうか？</p> </div> <p>・解き方を発表する [答] 1分30秒(90秒)、62円</p> <p>(12) 問題2を解決する 問題2</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>B社と契約しているイソノ家、ナミノ家、イササカ家があります。1週間の通話時間は、どの家も合計400秒でしたが、 イソノ家は40秒を1回、32秒を5回、25秒を8回 ナミノ家は20秒を20回 イササカ家は400秒を1回 かけていました。 ①どの家をもっとも安いですか。 ②もしも、イソノ家、ナミノ家、イササカ家がA社やC社と契約していたら、今契約しているB社の料金と比べてどうですか。</p> </div> <p>・解き方を発表する [答] ① イソノ家 $36 + 24 \times 5 + 24 \times 8 = 348$円 ナミノ家 $24 \times 20 = 480$円 イササカ家 $300 \times 1 = 300$円 イササカ家</p> <p>②</p> <table border="1" data-bbox="454 1503 964 1657"> <thead> <tr> <th></th> <th>B社(①)</th> <th>A社</th> <th>C社</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>イソノ家</td> <td>348円</td> <td>400円</td> <td>315円</td> </tr> <tr> <td>ナミノ家</td> <td>480円</td> <td>400円</td> <td>300円</td> </tr> <tr> <td>イササカ家</td> <td>300円</td> <td>280円</td> <td>290円</td> </tr> </tbody> </table> <p>・イソノ家はC社にした方が安い ・ナミノ家はC社が最も安く、A社にしても安い ・イササカ家はA社の方が安い→長電話はA社が得</p>		B社(①)	A社	C社	イソノ家	348円	400円	315円	ナミノ家	480円	400円	300円	イササカ家	300円	280円	290円	<p>グラフの有用性を知らせる</p> <p>結論はでないのであくまで予測にとどめる(意見がでなければ省略) (問題1)を掲示し、プリントでも配布する</p> <p>D社のグラフをかき加えさせる</p> <p>(問題2)を掲示し、プリントでも配布する</p> <p>時間が不足した場合には、②は各自の課題とする</p> <p>イササカ家はグラフの延長がどうなっているかを計算で予想する</p> <p>結局どこが得かを検討する</p>
	B社(①)	A社	C社															
イソノ家	348円	400円	315円															
ナミノ家	480円	400円	300円															
イササカ家	300円	280円	290円															

授業記録

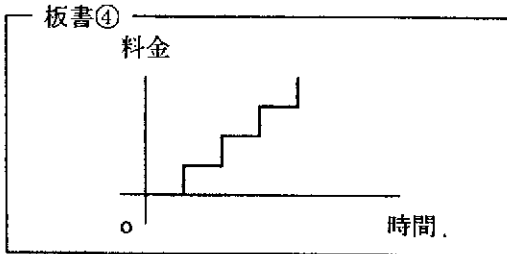
日時 平成11年6月15日(火) 6校時
 対象 中野区立第七中学校 3年D組
 授業者 吉田 直樹 教諭

指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応
<p>T1:今日は『グラフをかいてみよう』の第2弾です。今日のテーマは、電話です。</p> <p>T2:どんな電話がある?</p> <p>T3:家にも電話がありますね。今日は家にある電話について調べます。では、課題を貼ります。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>課題</p> <p>電話には、携帯電話、PHS、公衆電話、家庭用電話などがありますが、今回は、家庭用電話について考えてみます。</p> <p>以下の条件の3社で、どこが得か考えてみましょう。</p> <p>[条件]</p> <p>A社: 30秒毎に20円加算される</p> <p>B社: 16秒毎に12円加算される</p> <p>C社: 7秒毎に5円加算される</p> </div>	<p>P全: ビッチ、携帯電話、公衆電話</p> <p>P全: 課題を読む。</p>
<p>T4: 公衆電話でカードを入れて電話すると、度数はどうなっていくますか?</p> <p>T5: 何秒かたつと、カチンとって減っていきますね。</p> <p>T6: では、プリントを配ります。</p> <p>T7: そうですね。A社は30分ではなく、30秒の間違いです。直して下さい。</p> <p>T8: さて、君たちの直観で、どこが一番安いか、考えてみて下さい。</p> <p>T9: 誰か説明して下さい。</p> <p>T10: はい。では、S6。1秒あたりで考えるとA社はいくらですか?</p> <p>T11: B社は?</p> <p>T12: C社は?</p> <p>T13: A社は$30 \div 20$で計算したんですね。これは1秒あたりではなく、1円あたりの話せる時間ですね。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>板書①</p> <p>A社・・・1.5</p> <p>B社・・・1.33</p> <p>C社・・・1.4</p> <p>(1円あたり)</p> </div>	<p>S1: 増えていく。</p> <p>S2: 穴が空いていく。</p> <p>S3: A社が30分になっています。</p> <p>S4: C社。</p> <p>S5: A社。</p> <p>S6: 1秒あたりで考えました。</p> <p>S6: 1.5円。</p> <p>S6: 1.33円。</p> <p>S6: 1.4円。</p> <p>S6: はい。</p>
<p>T14: どこが一番話せますか?</p> <p>T15: みんなそれでいいですか?</p> <p>T16: 今から、グラフを予想してかいてみましょう。時間と通話料金の関係をグラフに表すのですよ。A社だけでいいです。横軸が通話時間、縦軸が通話料金です。では、おおざっぱでいいからかいてごらん。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>板書②</p>  </div>	<p>S6: A社です。</p> <p>S全: いいです。</p>

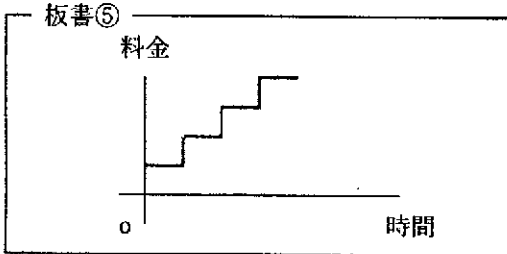
T 17: 誰かに説明してもらいます。圧倒的に君たちの中で多いのは、こういうグラフですね (板書③)。どうしてこういうグラフになりましたか。



T 18: S 8はこのようなグラフをかきましたね (板書④)。

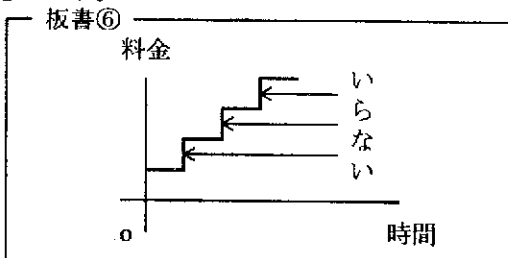


T 19: S 9はこのようなグラフをかきましたね (板書⑤)。



T 20: 二人の考え方はいっしょですね。二人の違いは、最初の金額を0円にするか、20円にするかだけです。

T 21: さて、1秒で20円、2秒で20円、・・・30秒で20円と、30秒まで20円が続くんですね。この線 (矢印の所) はどうですか (板書⑥)。30秒の時20円だからこの線はいらないでしょ? そして、ここに○ (白丸) をつけます。ここは入らないという意味です。

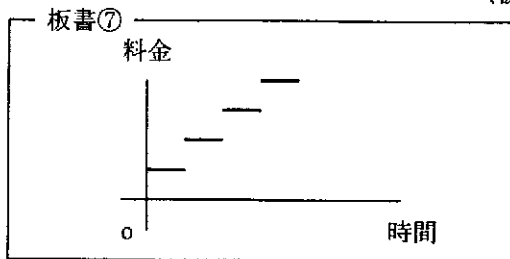


S 7: 通話時間と通話料金は比例しているから。

S 8: 30秒で20円だから、30秒経つまではずっと同じ金額。

S 9: はい。

T 22: したがって、このようなグラフになりますね
(板書⑦)。



T 23: 見慣れないグラフだけど、前にやっていますね。
バス停で止まっているとき、時間が過ぎても位置が
変わらないので、このようなグラフになりましたね。

T 24: では、A社のグラフを配ります。

T 25: B社、C社のグラフも先生の方で用意しました (B
社、C社のグラフ用紙はトレーシングペーパー)。い
い紙でしょ。

T 26: 見にくいので色分けしましょう。3つの色でなぞ
りましょう。同じ会社は同じ色です。

T 27: 見にくくなるので、全部塗りましょう。

T 28: 比較するにはどうすればよいでしょうか?

T 29: そうですね。では25秒の時、一番安いのは?

T 30: では、31秒の時?

T 31: 他の人もだいじょうぶですか。

T 32: グラフが一番下にある会社が、一番安いんだよね。

T 33: では、40秒の時?

板書⑧

25秒の時・・・A社、C社

31秒の時・・・B社

40秒の時・・・C社

T 34: 確認してみましよう。

(3つのグラフを重ねたものを提示して、ていねいに確認
する。)

T 35: では、最初の振り出しに戻ります。どこの会社が
安いですか?

T 36: どのへんだとCが安い?

T 37: そうですね。最初の方はC社が安いですね。

板書⑨

最初の方はC社。

T 38: 絶対C社ですか?

T 39: A社が安くなる場所もありますね。絶対C社と
はいえないけれど、C社になる場所が多いことだけは
確かだね。

T 40: では、問題1を考えましよう。

問題1

D社は最初の20秒間は30円ですが、その後20秒毎に8円加算されるサ
ービスを始めました。D社が他の3社よりも安くなるのは何分を越えたときで
しょうか。また、その越えたときの料金はいくらでしょうか。

S 10: 全部塗らなければだめですか。

(しばらく塗る作業が続く)

S 11: 重ねればよいです。

S 12: A社。

S 13: C社。

S 14: B社。

S全: だいじょうぶです。

S 15: C社。

S 16: A社。

S 17: C社。

S 18: 時間に応じて。

S 19: はじめの方。

S 20: 用件だけしゃべるならC社。

S 21: 100秒を越えたあたりは違
う。

(問題1を提示し、プリントも配布する。)

T 41: さあ、考えてみましょう。グラフにかき込んでもいいですよ。

T 42: どうですか?

T 43: 違うと思うよ。他の人?

T 44: 見にくいですか。黒板のグラフを見てもいいですよ。

T 45: それはどこ?

T 46: S 28. 黒板のグラフにかき加えて説明して下さい。

T 47: そうですね。(黒板を見ながら確認する。)

T 48: 次に、問題2を考えてみましょう。

(しばらく考える)

S 22: 78秒。

S 23: 52秒。

S 24: 120秒。

S 25: 56秒。

S 26: 98秒。

S 27: 100秒。

S 28: 54円。

S 28: 70秒。

S 28: (前に出て、D社のグラフをかき込み、説明。)

問題2

B社と契約しているイソノ家、ナミノ家、イササカ家があります。1週間の通話時間は、どの家も合計400秒でしたが、

イソノ家は、40秒を1回、32秒を5回、25秒を8回

ナミノ家は、20秒を20回

イササカ家は、400秒を1回

かけていました。

①どの家をもっとも安いですか。

②もしも、イソノ家、ナミノ家、イササカ家がA社やC社と契約していたら、今契約しているB社の料金と比べてどうですか。

T 49: 3つともB社ですから、もうグラフを重ねる必要はないね。

T 50: 計算できた人はいますか。

T 51: 400秒はグラフがないから、予想しなくてはいけませんね。何段目になるかがわかれば……。イササカ家が難関ですね。

T 52: イササカ家が336円という人が多いけど、たぶん、10秒の時が20円で、20秒だったらその倍で40円と考えたんだね。B社は16秒ずつですよ。

T 53: わかりましたか?

T 54: そうですね。16ずつで割っていくんですよ。

○チャイム

T 55: チャイムが鳴りました。イササカ家をもう一度考えてみて下さい。次回、もう一度やります。また、A社やC社との比較もして下さい。では、終わります。

(しばらく考える)

S 29: 400秒の計算がたいへんです。

S 30: 先生、300円です。

第3学年「グラフのよみ」の指導案（B案）

日時 平成11年7月5日（月）6校時

対象 新宿区立四谷第一中学校 3年A組(男17名、女13名)

授業者 高村 真彦 教諭

(本時のねらい)

- ・グラフに表された2つの数量の関係をよみとることができる。
- ・グラフを使って問題を解決することができる。
- ・グラフをかいたり、表されたグラフの意味をよみとることにより、グラフを利用するよさを実感する。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題を把握する	<p>「今いろいろな電話会社が、それぞれ独自のサービスで料金の安さをアピールしています。それを利用する家庭も、通話時間は短いけれど数多くかける家庭、長電話が多い家庭、長距離電話が比較的多い家庭などさまざまなケースが考えられます。そこでどの電話会社がその家庭にとって一番安いのか考えてみましょう」</p> <p style="text-align: center;">----- 課題 -----</p> <p>電話には、携帯電話、PHS、公衆電話、家庭用電話などがありますが、今回は家庭用電話について考えてみます。</p> <p>ここに、</p> <ul style="list-style-type: none"> ・A社の料金体系（30秒ごとに20円加算される）を示したグラフ ・B社の料金体系（16秒ごとに12円加算される）を示したグラフ ・C社の料金体系（7秒ごとに5円加算される）を示したグラフ <p>が用意されています。3社のうちの会社が安いか考えてみましょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・各社実際に出しているパンフレットなどを見せながら話をすすめる ・階段グラフの見方を確認するために、初めはA社のグラフだけをOHPに示す
グラフをよむ グラフを使って問題を解決する	<p>(1) A社のグラフをみて、わかることを発表してください ア、料金が一定 イ、30秒ごとに20円が上がる</p> <p>(2) B社、C社のグラフをみて、わかることを発表してください</p> <p>(3) 25秒のときの通話料金が一番安い会社はどこですか。 ア、3社のグラフを重ねて、A社とC社であることがわかる</p> <p>(4) 31秒、40秒のときの通話料金が一番安い会社はどこですか。 ア、31秒のときはA社 40秒のときはC社</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・一定の時間では、一定の料金であることを丁寧に確認する ・30秒ごとに20円加算されていることを確認する ・30秒のときの料金はいくらか確認しておく ・各社のグラフの特徴については、軽く確認する程度にする ・理由を確認する ・十分に思考、発表、意見交換の時間をとる

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点																
<p>問題1をグラフを使って解決する</p> <p>問題2をグラフを使って解決する</p>	<p>(5)あなたならどの会社を選びますか。 ア、自分からできるだけかけないようにしているから、どこでもいい イ、14秒まではC社 14秒～16秒まではB社 ウ、長電話するときはA社</p> <p>----- 問 題 1 ----- D社は最初の20秒間は30円ですが、その後20秒ごとに8円加算するサービスを始めました。D社が他の3社よりも安くなるのは何分を超えたときか。またそのときの料金はいくらか。</p> <p>D社のグラフをかき、よみとる。 <u>答え 70秒(1分10秒)よりちょっとでも長く話したとき、54円である</u></p> <p>----- 問 題 2 ----- B社と契約しているイソノ家、ナミノ家、イササカ家があります。ある日の午前中の通話時間はどの家も合計400秒(6分40秒)でしたが、電話の使い方は ・イソノ家は40秒間を1回、32秒間を5回、25秒間を8回 ・ナミノ家は20秒間を20回 ・イササカ家は400秒間を1回でした。 ①どこの家が一番安いですか ②もしも、イソノ家、ナミノ家、イササカ家がA社やC社と契約していたら、今契約しているB社の料金と比較してどちらが安いですか</p> <p>それぞれのグラフから料金をよみとる。 ① イソノ家 ; $36 + 24 \times 5 + 24 \times 8 = 348$円 ナミノ家 ; $24 \times 20 = 480$円 イササカ家 ; $300 \times 1 = 300$円 ($400 \text{秒} \div 16 \text{秒} = 25$段の階段数がある。 $25 \times 12 = 300$)</p> <p>②</p> <table border="1" data-bbox="381 1464 991 1721"> <thead> <tr> <th></th> <th>B社</th> <th>A社</th> <th>C社</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>イソノ家</th> <td>348円</td> <td>400円</td> <td><u>315円</u></td> </tr> <tr> <th>ナミノ家</th> <td>480円</td> <td>400円</td> <td><u>300円</u></td> </tr> <tr> <th>イササカ家</th> <td>300円</td> <td><u>280円</u></td> <td>290円</td> </tr> </tbody> </table>		B社	A社	C社	イソノ家	348円	400円	<u>315円</u>	ナミノ家	480円	400円	<u>300円</u>	イササカ家	300円	<u>280円</u>	290円	<p>・個々の生徒の考えや立場(条件)から自由に発表させる</p> <p>・ヒントとしてD社のグラフをかき加えさせる</p> <p>・B社のグラフ、その料金体系を確認させる</p>
	B社	A社	C社															
イソノ家	348円	400円	<u>315円</u>															
ナミノ家	480円	400円	<u>300円</u>															
イササカ家	300円	<u>280円</u>	290円															

授業記録

日 時 平成11年7月5日(月) 6校時
 場 所 新宿区立四谷第一中学校 コンピュータ室
 対 象 新宿区立四谷第一中学校 3年A組
 授業者 高村 真彦 教諭

教師の働きかけ、発問等	生徒の反応
<p>T1：今日は、このようなパンフレットを用意しました。いろいろ各社のを集めるのに苦労したのですよ。この表紙のタレントさん、好きな人いるでしょう？後であげますね。(OHCに提示する)</p>	<p>S全：笑いが起こる。</p>
<p>T2：最近ではPHSや携帯電話など中学生、高校生も含め結構持つ人が増えてきましたねえ。そこで今日は、この電話料金について考えてみようと思います。ただし電話線に繋がっているのだけにしてください。</p>	<p>S全：(パンフレットをじっと見る)</p>
<p>(階段グラフを提示して)</p> <p>さてそれでは、家庭の電話料金について考えていきましょう。このOHCに提示されているものでは細かすぎて見づらいので、今からみなさんの目の前にある画面に転送しますからそれを見てください。</p>	<p>S全：(画面のグラフをじっと見る)</p>
<p>(ワークシートを配布)</p> <p>T3：(グラフを示しながら)横軸は時間、縦軸は料金です。グラフは横にまっすぐのびていき、あるところで急に上にとんで、また横にのびています。こんなグラフなのです。 このグラフを見て、わかることをプリントに書いてください。</p>	<p>S全：(一斉に書き始める)</p>
<p>T4：では、発表してもらいましょう。</p>	<p>S1：15増すごとに、10マスごと変わっています。</p>
<p>T5：他にはないですか。</p>	<p>S2：ある時間内は同じ料金で、次の時間は料金が加算されています。</p>
<p>T6：一定時間で加算しているということだね。</p>	<p>S3：一定の時間で、料金が倍になっています。</p>
<p>T7：このグラフをA社のものとします。</p>	

次に、B社を見せます。(OHCに提示しながら)さてB社はどうですか。気づいたことはありますか。特徴を言ってください。

T 8 : どういうこと?

T 9 : それでは、またプリントを配ります。3社A、B、C社のグラフです。

T 10 : 25秒のときの通話料金が一番安いのはどこの会社でしょうか。

T 11 : それはいくらですか。

T 12 : 31秒のときはどこの会社が一番安いですか。

T 13 : いくらですか?

T 14 : 40秒だったらどうですか?

T 15 : いくらですか?

T 16 : 何秒とは言いません。3社からあなたならどこの会社を選びますか。料金が高い会社を選ぶ人はいないだろうから、安い会社を選んでください。一番お得なのは、どこの会社ですか。その理由も考えてください。

T 17 : (まねして重ねてみる)気がつかなかったな。紙では少し見にくいね。

T 18 : いいよ。

T 19 : それはやめておこう。でも、132秒後も、同じようにのびていると考えてください。重ね合わせるというのも、気づかなかったな。
S 17 君なら、どこの会社を選ぶ?

T 20 : 1時間話しても?

S 4 : 細かい時間ごとに、料金が上がっています。

S 5 : 目的別に契約できます。

S 6 : 友達と話したいなどか、その目的に応じて会社を選ぶことができます。

S 7 : A社とC社です。

S 8 : 20円です。

S 9 : B社です。

S 10 : 24円です。

S 11 : C社!

S 12 : 30円です。

S 全 : (一斉にグラフを比べ、考える)

S 13 : (3社のグラフの)3枚を重ねて見ればいい。

S 14 : 132秒後も考えていいのですか。

S 15 : その後は、一定なのですか。

S 16 : 深夜料金というものもあるよ。

S 17 : A社です。長電話をしても安いから。

S 18 : (A社で良い)と思います。

T 21 : S 19 さんはどこを選ぶ？

S 19 : A社です。

T 22 : どうして？

S 20 : 計算してみて (A社が良い)

T 23 : S 21 さんは？

S 21 : C社です。
グラフが細かいからです。

T 24 : 他にはC社にした人はいないかな。

S 22 : はい。
2つ理由があります。
1つは、グラフが比例に近いから、
時間と料金がすぐわかりやすいと
いうこと、もう1つは、長電話し
ないからです。

T 25 : 長電話は、君たちにはどれくらい
をいうのかな。

S 23 : 1時間
S 24 : 30分 ...

T 26 : (問題1・D社の時間と料金を板
書) あなたはD社に乗り換えますか。
D社が他の3社よりも安くなるのは、
何分を超えたときですか。

S : (A社のグラフにD社のグラフを
かき込んでいる者が多い。4社のグ
ラフを1枚の紙にかいている者もい
る。表を書いているものもいる。)

S 25 : 70秒

S 26 : 80秒

S 27 : 90秒

T 27 : おっと、あと10分しかありませ
んねえ。これはまずい！いまから問題
を言いますから書き取ってください
ね。

(問題2を口頭で言う)

S全 : (一斉に書き取る)

T 28 : いいですか。書き取りましたか？
それでは質問します。どこの家の電話
料金が一番安いですか。

S 28 : イササカ家です。

T 29 : えっ！もうできたの？そのときの
通話料金はいくら？

S 28 : 300円です。ついでに言う
とイソノ家は348円、ナミノ家は
480円です。

T 30 : すごいねえ。そこまで出したの！
ああ・・・もう時間が来ちゃいました
ねえ。残念・・・なぜそんなに早くで
きてしまったか、次回に聞きますから
ね。

S 29 : 先生、私もできちゃったよ。

T 31 : そう！それじゃあ君の方法も次回
に聞きましょう！

研究協議

①指導案（A案）

中野区立第七中学校 授業者：吉田直樹先生

（授業者より）

- ・グラフをかかせるだけでなく、グラフをよませることを中心に授業を進めた。
- ・グラフの概形は、割合の考えから比例のグラフを考えている生徒が多い。
- ・3社のグラフを1枚の紙に表したものを使った方がわかりやすかった。
- ・問題1で、もっと生徒に説明させるとよかった。
- ・グラフに色をぬらせて、重ねてよませるのに意外と時間がかかり、問題2が①までしかできなかった。
- ・トレーシングペーパーで工夫した。見にくかった。
- ・問題2①のイササカ家（400秒）の料金を、100秒のときの料金をグラフから求め、それを4倍して求めている生徒がいた。
- ・問題2より問題1の方がやさしく、発展性もあるので、問題1を先に行った。これは昨年度の高村先生の指導案と異なるところである。

（参観者より）

◎課題について

- ・生徒が意欲的に取り組む課題であった。生徒がイメージしやすい。
- ・活発に活動していた。つまづいたとき、友達に聞いたりして理解しようと進めていた。目標は達成できていた。
- ・どこの会社が得なのかを考えると、時間を区切って、A、B、C社それぞれの料金をおさえる方がよかった。
- ・D社のグラフをかいたときに、生徒の中には、「お婆さんはD社がいい」と日常生活の場面で考えていた。（お婆さんは、長電話なので）

◎グラフについて

- ・グラフを3枚重ねて見るよりも、2枚を1枚の紙に写させた方がよかった。
（1名の生徒が、1枚の紙に3社のグラフを重ねてかいていた。）
- ・2年のグラフで、バス停に止まっているグラフ（x軸に平行なグラフ）はすんなり理解できていたが、電話料金もx軸に平行になるように考えない生徒が多かった。
- ・グラフを3枚配るのでなく1枚ずつ配り、A社のときに対応関係を確認するとよい。
- ・生徒は比例のグラフを考えているので、A社だけでもグラフをかかせた方がいいのではないか。トレーシングペーパーにA社をかかせれば、B、C社はグラフを与えてしまってA社と同じ用紙に写させたほうがよい。

◎問題1、2について

- ・問題1では、D社のグラフは皆かけていたのか。
→半分以上の生徒がかけていた。時間をかければもっとかけていた。
- ・問題1で、D社のグラフをかくことによって、グラフの理解が深まった。

- ・問題1、2の順番については、どちらが先がいいのだろうか？ 「問題1を視覚的に考え、問題2で具体的な数値で考える」という流れでよいと思う。
- ・グラフの概形のとき、ほとんどの生徒が比例のグラフを考えていたので、問題2を先にやって、確認させたほうがいいのではないか。

◎その他

- ・時間を決めると、料金が決まるというのを最初におさえるべきである。

特に、① $30 \div 20 = 1.5$ ② $20 \div 30$

$16 \div 12 = 1.33$ $12 \div 16$

$7 \div 5 = 1.4$ $5 \div 7$

①「1円あたり」、②「1秒あたり」のように、日常生活では「10円で～秒かけられる」、「1分でいくらか」など、何を変数にしていくいろいろな場合がある。価値判断から何をxにするかが決まる。

- ・情報をどうキャッチするかが、関数の中の1つの課題である。
- ・最初の発問で「何秒のときは、どこが安いのか」と考えた生徒の意見を、取り上げた方がよかった。
- ・この課題の後に「関数の定義」を行い、2時間扱いで行うのがよい。バス料金、小包料金を扱う前に、この課題を行った方が新鮮味がある。
- ・C社はやめて、A、B社の2社のみでよい。（それにD社が加わる。）また、問題2のみにする。
- ・問題2の設定を「1週間」から「1日」にする。

②指導案（B案）

新宿区立四谷第一中学校

授業者：高村真彦先生

（授業者より）

- ・2次方程式の指導を終えたところで、今日の授業を行った。
- ・OHCが拡大があまりできず、機器の調子が悪かった。
- ・親しみやすい題材で、難しいという感想を持った生徒はいなかった。

（参観者より）

◎課題について

- ・指導案の（5）の中で、「14秒まではC社、14～16秒まではB社」という考え方が、生徒からでなかったが、指導者としてはそこまで望んではいなかったのか。
→「自分なら」という質問だったので、1社しか選んでいなかった。
- ・3社扱うのはどうだったか。吉田先生の授業では2社がよい、ということだったが、今日の授業では、3社の方がよい。答えが2社あることもあり、生徒はハッとするのでよい。
- ・小学校は、授業を興味・関心を優先させている。中学校では、内容を優先させているが、今回の授業では、生徒の興味・関心を引くという点でいい題材であった。
- ・吉田先生は、前回の研究授業後に2社でやってみたが、十分おもしろかった。

◎グラフについて

- ・グラフの左端を結び、比例のグラフを考える生徒がでると思ったが、実際はいなかった。
- ・70秒や80秒でなく、90秒を少し越えたところで比較させる方がよい。
- ・グラフの紙を3枚重ね合わせていた生徒がいた。しかし、重ね合わせても3枚一緒にグラフを見るのは難しかった。
- ・階段関数の難しいところは、グラフの階段の縦が繋がらない（不連続）ところである。今日の課題の与え方では、無理なく理解できていた。
グラフの概形を考えさせる場面では、いろいろな議論ができた。

③指導案の改訂について

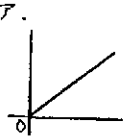
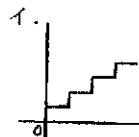
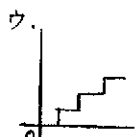
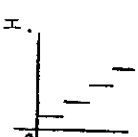
A案・B案の2つの授業研究と研究協議から次のような考察を行い、改訂指導案を作成した。(次ページ)

★次の[a](#)と[b](#)ではどちらがよいか、考察した。

[a](#) グラフを与えて、よむ力をつける。

[b](#) グラフを与えずに、概形をかかせ、よむ力をつける。

- ・この指導案での授業は、2時間扱いとする。1時間目で問題1の前まで行う。2時間目は、問題1、2を行う。2時間扱いであれば、3社を扱うことができる。この指導後に、対応関係を指導し、関数の定義を行ってはどうか。
「グラフをよむ」の指導の延長上に、「対応 $X \rightarrow Y$ 」そして「関数の定義」を行ってはどうか。
- ・「関数の定義」については、新学習指導要領のこともあり、議論をすべきである。
- ・[a](#)では、学力の低い生徒は、与えられた階段関数のグラフが、グラフだとはわからなかった。
→階段関数のグラフが、関数のグラフであると生徒がとらえていないのではないか。
「400秒のとき、 y の値はあるのか。それをA～C社で比較してみなさい」という発問を投げかければはっきりするのでないか。
- ・[b](#)では、グラフをかきながら、比例ではないことを理解させる。同時に、関数のグラフであることは理解させる。
- ・グラフをかかせた方が、関数の考え方が育つので、[b](#)のほうがよい。
- ・指導案の(5)は、「あなたなら、どこの会社がお得だと思いますか。どこの会社と契約しますか。」という発問がよかった。問題1、2の内容がこの発問の中にすべて入っており、問題1、2をやらなくても授業のねらいが達成できそうである。

学 習 活 動	主な発問と予想される生徒の反応、生徒の活動	指導上の留意点
<p>課題を把握する</p> <p>どこが一番安いかを考える</p> <p>通話時間と料金との関係のグラフを考える</p>	<p>「今いろいろな電話会社があり、割引もいろいろと行われています。短い通話時間だが回数が多い家庭、長電話をよくする家庭、……いろいろなケースが考えられます。そこでこの電話会社が得かを考えてみましょう。」</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>課題</p> <p>電話には、携帯電話、PHS、公衆電話、家庭用電話がありますが、今回は家庭用電話について考えてみます 以下の条件の3社で、どこが得か考えてみましょう [条件]</p> <p>A社：30秒毎に20円加算される B社：16秒毎に12円加算される C社：7秒毎に5円加算される</p> </div> <p>(1) 「通話料金が一番安い会社はどこですか？」</p> <p>ア. A社は $20 \div 30 = 0.66 \dots$ 円 B社は $12 \div 16 = 0.75$ 円 C社は $5 \div 7 = 0.714 \dots$ 円 よって、A社</p> <p>イ. A社は $30 \div 20 = 1.5$ 円 B社は $16 \div 12 = 1.33 \dots$ 円 C社は $7 \div 5 = 1.4$ 円 よって、A社</p> <p>ウ. え！どれくらいしゃべったの？</p> <p>(2) A社の通話時間と料金との関係のグラフの概形を予想する</p> <p>ア.  イ.  ウ.  エ. </p> <p>(3) どのグラフが正しいかを考える</p>	<p>公衆電話を例にして電話料金のシステムをきちんと理解させておく</p> <p>課題をプリントでも配布する</p> <p>1秒あたりの値段で比較する生徒と1円あたりに通話できる時間で比較する生徒がいるので両者の意見をすいあげる また、その考えを勘違いしている生徒もいるので発問しながら確認する</p> <p>もしも、グラフをかいてみればという生徒がいたらそこから(2)へ進む</p> <p>通話時間によって異なると判断する生徒がいた場合にはア、イの意見を整理してから発表させる</p> <p>あくまでもグラフの概形にとどめる (目盛りを正確に取らせる必要はない)</p> <p>それぞれの意見の根拠を発問しながらどれが正しいか考えさせる(板書) 対応関係を確認しながら説明する (特にグラフがなぜつながらないか</p>

学 習 活 動	主な発問と予想される生徒の反応、生徒の活動	指導上の留意点
グラフを利用して 問題を解決する	(4) A社の通話時間と料金との関係のグラフを見る	完成したA社のグラフを掲示し、そのグラフも配布する
	(5) B、C社の通話時間と料金との関係のグラフを見る	B社、C社のグラフも同じ考えでかけることを確認し掲示、配布する
	(6) A社、B社、C社の通話時間と料金との関係のグラフを色でなぞる	完成したグラフを色でなぞることによって、グラフがその形になることを確認する
	(7) 「25秒のときの通話料金が一番安い会社はどこですか？」 ア. A社とC社	グラフの有用性を知らせる
	(8) A社のグラフ用紙はトレーシングペーパーになっているので、B社のグラフを重ねてA社のグラフ用紙にかき加える 同様にC社のグラフもA社のグラフ用紙にかき加える	こちらが指示する前に重ねたり、なぞったりする生徒も現れる
	(9) 「31秒、40秒のときの通話料金が一番安い会社はどこですか？」 ア. 31秒：B社、40秒：C社	同じグラフ用紙にあった方が比較しやすいことを確認し、B、C社のグラフを重ねてなぞらせる
	(10) 「あなたならどの電話会社と契約しますか？」 ア. ほどほどに長電話するのでB社 イ. 変化が激しいが安いことが多いのでC社 ウ. 通話が短いのでC社 エ. あまり電話しないのでC社 オ. 長電話をするからA社 カ. 60秒ぐらいが多いので、60秒で安いA社	それぞれの意見や理由を発問しながら、板書する
	(11) どこの電話会社を得なのかを考える ア. 14秒までが多いならC社 イ. 14～16秒が多いならB社 ウ. 長電話をするとA社	完全な結論は出ないので、(10)でた意見をもとにおおまかに予測をする

学 習 活 動	主な発問と予想される生徒の反応、生徒の活動	指導上の留意点																
<p>前時の復習をする</p> <p>問題1をグラフを使って解決する</p> <p>問題2をグラフを使って解決する</p>	<p>[復習] ・通話時間に対する料金を容易に知るためには、グラフを考えるのが有効である</p> <p>・どの電話会社が得かを容易に考えるには、1つのグラフ用紙に3社のグラフをかくと比較しやすい</p> <p>(12) 問題1を解決する</p> <p>問題1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>D会社は最初の20秒間は30円ですが、その後20秒毎に8円加算されるサービスを始めました。D社が他の3社よりも安くなるのは何分を超えたときでしょうか またその超えたときの料金はいくらでしょうか？</p> </div> <p>・解き方を発表する</p> <p>ア. 1分10秒（70秒）</p> <p>イ. 1分20秒（80秒）</p> <p>ウ. 1分30秒（90秒）</p> <p>エ. 1分4秒（64秒）</p> <p style="text-align: right;">[答] 1分30秒（90秒）、62円</p> <p>(13) 問題2を解決する</p> <p>問題2</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>B社と契約しているイソノ家、ナミノ家、イササカ家があります。1日の通話時間は、どの家も合計400秒でしたが、</p> <p>イソノ家は40秒を1回、32秒を5回、25秒を8回</p> <p>ナミノ家は20秒を20回</p> <p>イササカ家は400秒を1回かけていました。</p> <p>①どの家をもっとも安いですか。</p> <p>②もしも、イソノ家、ナミノ家、イササカ家がA社やC社と契約していたら、今契約しているB社の料金と比べてどうですか。</p> </div> <p>・解き方を発表する</p> <p>[答] ① イソノ家 $36 + 24 \times 5 + 24 \times 8 = 348$円</p> <p>ナミノ家 $24 \times 20 = 480$円</p> <p>イササカ家 $300 \times 1 = 300$円</p> <p style="text-align: right;">イササカ家</p> <p>②</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>B社(①)</th> <th>A社</th> <th>C社</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>イソノ家</td> <td>348円</td> <td>400円</td> <td>315円</td> </tr> <tr> <td>ナミノ家</td> <td>480円</td> <td>400円</td> <td>300円</td> </tr> <tr> <td>イササカ家</td> <td>300円</td> <td>280円</td> <td>290円</td> </tr> </tbody> </table> <p>・イソノ家はC社にした方が安い</p> <p>・ナミノ家はC社が最も安く、A社にしても安い</p> <p>・イササカ家はA社の方が安い→長電話はA社が得</p> <p>(14) 結局、どの電話会社が得なのかを考える</p>		B社(①)	A社	C社	イソノ家	348円	400円	315円	ナミノ家	480円	400円	300円	イササカ家	300円	280円	290円	<p>(問題1) を掲示し、プリントでも配布する</p> <p>D社のグラフをかきくわえる生徒が多数現れる</p> <p>しばらくしたらかき加えるよう指示</p> <p>根拠を聞き、どの意見が正しいか考えさせる</p> <p>(問題2) を掲示し、プリントでも配布する</p> <p>合計の通話時間が同じ3家だが、かけかたによって通話料金がどのようになるかを考えることを告げる</p> <p>イササカ家はグラフの延長がどうなっているかを計算で予想する</p>
	B社(①)	A社	C社															
イソノ家	348円	400円	315円															
ナミノ家	480円	400円	300円															
イササカ家	300円	280円	290円															

(6) これからの関数指導のめざす方向

本委員会では、次の3つをねらいとして指導を行ってきた。

- 1) 身近な具体的な事象から、関数関係にある2つの数量を見いだすことができるようにさせる。
- 2) 関数関係にある2つの数量の変化のようすや対応のしかたの特徴を調べたり、基本的な関数についての特徴を、表・グラフ・式などから考察し、理解させる。
- 3) 関数的な見方・考え方により、問題解決を図ることができるようにさせる。

今回告示された学習指導要領の関数指導の目標は

- 第1学年 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。
- 第2学年 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、1次関数について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。
- 第3学年 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

であり、意図するところは本委員会のねらいと同じである。したがって、本委員会では、今後も上の3つをねらいとして関数指導を行うという共通理解を得た。

しかし、今回改訂された内容においては、次の点が憂慮される。

○第1学年

- ・事象から2つの数量を取り出し、対応関係を見いだす指導を行うかがはっきりしない。
- ・「関数」という用語が使われていない。
- ・「決めれば決まる」という見方を扱うのか。
- ・比例、反比例だけしか扱わないのか。

○第2学年

- ・関数をどのように定義するのかがはっきりしない。

○第3学年

- ・いろいろな関数を扱ってはいけないのか。

本委員会では、これまでの研究の積み重ねや検証から、次のような方向性をもって指導していきたい。

①第1学年から、具体的な事象から2つの数量を取り出し、対応関係を見いだす指導を行う。そして、「決めれば決まる」を指導する。

その理由として、

- ・変数の意味を深める。
- ・式を作る。

には、2つの数量を取り出し、「決めれば決まる」ことを指導することが不可欠だからである。

また、ここで「関数」という用語を扱っていく。そして、関数の定義を、次のように行う。

第1学年・・・「決めれば決まる」で押さえる。

第3学年・・・一意対応としてとらえる。(深入りはしない)

②第1学年で「さまざまな関数」を指導する。

その理由として、

身のまわりにはさまざまな関数関係がたくさんあることを理解させ、第1学年ではその中の1つとして比例や反比例を学習することで、関数概念を育てていくことができるからである。

③いろいろな関数を第3学年で扱う。

その理由として、

いろいろな関数を扱うことにより、これまでに学習した基本的な関数に加え、関数的な見方、考え方が広がり、深まるからである。

4. 今後の課題

本委員会は、一人ひとりの生徒の関数概念の理解が、どのように高まり、深まるかを授業実践を通して、考察してきた。具体的には、授業の中で、様々な学習内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討している。

今後、次の点について研究を進めていこうと考えている。

- (1) 3年間を見通した関数カリキュラムを検討し、指導計画を作成したが、その指導計画や指導案を、授業研究を通して実証的に検討する。
また、小学校や高等学校との関連を見直す。
- (2) 評価問題を実施、考察し、指導計画、指導案、評価規準について見直していく。
- (3) 各学年における「グラフのよみ」の指導について検討を続け、指導のあり方、適切な課題を検討していく。
- (4) 各学年において、「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」を一層伸ばすようなオープンな課題を設定した授業を行い、指導のあり方や適切な課題について検討していく。
- (5) 関数の領域以外や他教科において、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討していく。そして、それらとの関連を明らかにし、より適切な関数指導を追求する。

以下の文献は、東京都中学校数学研究会 関数委員会の作成したものである。

- (1) 「授業研究と評価問題」
〈日数教（東京、山形、岡山）大会発表資料〉 1980(S55)～1982(S57)
- (2) 「関数領域における授業研究と評価問題」
〈日数教（埼玉）大会発表資料〉 1983(S58)
- (3) 「第1学年 関数指導について」
〈日数教（福井）大会発表資料〉 1984(S59)
「中学校関数指導について」
〈日数教（奈良）大会発表資料〉 1985(S60)
- (4) 「中学校関数指導について」
〈日数教（奈良）大会発表資料〉 1985(S60)
- (5) 「中学校関数指導について」
〈日数教（東京）大会発表資料〉 1986(S61)
- (6) 「関数の導入および利用の指導について」
〈日数教（福岡）大会発表資料〉 1987(S62)
「『関数の利用』の指導について」
〈日数教（静岡、千葉）大会発表資料〉 1988(S63)～1989(H1)
- (7) 「『関数の利用』の指導について」
〈日数教（愛媛）大会発表資料〉 1990(H2)
「中学校関数指導展開例－第3学年－」
〈日数教（盛岡）大会発表資料〉 1991(H3)
- (8) 「中学校関数指導における評価について」
〈日数教（神奈川、滋賀、三重）大会発表資料〉 1992(H4)～1994(H6)
- (9) 「中学校関数指導における評価について」
〈日数教（東京、長崎）大会発表資料〉 1995(H7)～1996(H8)
- (10) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（群馬）大会発表資料〉 1997(H9)
- (11) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（山口）大会発表資料〉 1998(H10)

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 新井 稔秋 (台東区立蓬莱中) | 石井 勉 (東京学芸大附小金井中) |
| 岩木敬二郎 (元板橋区立中台中) | 遠藤 國雄 (元板橋区立向原中) |
| 大澤 弘典 (中野区立第二中) | 風間喜美江 (荒川区立南千住二中) |
| 金栄 晃弘 (荒川区立第三中学校) | 高山 康史 (江戸川区立清新二中) |
| 小嶋 節雄 (元新宿区立戸山中) | 小林 博 (世田谷区教育委員会) |
| 近藤 和夫 (稲城市教育委員会) | 斎藤 圭祐 (利島村立利島中) |
| 須藤 哲夫 (元品川区立伊藤中) | 関 富美雄 (渋谷区立本町中) |
| 高村 真彦 (新宿区立四谷第一中) | 塚本 桂子 (荒川区立南千住二中) |
| 橋爪 昭男 (大田区立大森第六中) | 半田 進 (山口大学教育学部) |
| 村上 史子 (大田区立大森第二中) | 村田 弘恵 (港区立朝日中) |
| 森 由紀男 (台東区立台東中) | 山本 恵悟 (足立区立蒲原中) |
| 吉田 直樹 (中野区立第七中) | 吉田 裕行 (町田市立成瀬台中) |