

# 中学校関数指導における評価について

東京都中学校数学研究会 研究部 関数委員会

## 1. 研究の経過とねらい

本委員会では、この10年余り、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。

昭和57年度までに、評価問題を作成、実施した結果、「1次関数の式の決定」に関する問題の正答率が低かった。そこで、昭和58年度には、第2学年「1次関数の式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、実際に指導した結果、その効果が確かめられた。また、第1学年の指導については、指導前に、生徒は比例・反比例をどのように理解しているのかが問題となった。昭和59、60年度には、第1学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。さらに、昭和60年度には、中学校の関数カリキュラムを検討し、中学校における関数指導のあり方について、提言を行った。昭和61年度には、関数の導入と利用の指導について再検討し、その指導に適した改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63年度、平成元年度は、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成、実施した。平成2、3年度は、新学習指導要領の主旨を生かし、指導展開例の試案を作成した。平成4年度は、評価の観点及び評価問題を作成した。

以上の経過を踏まえ、今年度も昨年度に引き続き、次のことをねらいとして研究を進めた。

- ・評価基準及び評価問題を再検討し、適切な関数指導はどのようにすべきかを考察すること

今発表大会では、第2学年についてに報告する。

## 2. 研究の内容

### (1) 研究の方法

関数の評価を行うためには、何を評価するのかを明確にする必要がある。昨年度は、具体的・分析的に評価を行うために評価基準を明確にした評価問題を作成した。まず、縦の欄に学習内容を、横の欄に評価の観点を配置し、その交わる欄に具体的な評価基準を書き入れた表をつくり、その評価基準に沿った評価問題を作成した。(※1)

第2学年の1次関数では、学習内容を「Ⅰ1次関数」「Ⅱ値の変化」「Ⅲグラフ」「Ⅳ式の決定」「Ⅴ利用」に分けた。また、評価の観点は、「A知識・理解」「B表現・処理」「C見方・考え方」「D関心・意欲・態度」とした。

評価の 観点 学習内容	A	B	C	D
Ⅰ				
Ⅱ				
Ⅲ				
Ⅳ				
Ⅴ				

今年度は、昨年度の実績をふまえ、次のように研究を進めた。

- ・知識・理解、表現・処理の評価基準を再検討し、改訂評価問題を作成、実施する。そして、結果を考察し、さらにより良い評価問題を作成する。
- ・数学的な見方・考え方の評価基準を探る学習指導案を作成する。そして、授業研究を通して検討し、改訂指導案を作成する。さらに数学的な見方・考え方の具体的な内容についての評価基準を明らかにし、評価問題を作成、実施する。

(2) 評価規準

学習内容 \ 評価の観点	A. 知識・理解	B. 表現・処理	C. 見方・考え方	D. 関心・意欲・態度
I. 1次関数	<ol style="list-style-type: none"> <li>1次関数の定義を知る。</li> <li>比例が1次関数の特別な場合であることを理解する。</li> <li>1次関数は、<math>x</math>に比例する量と一定の量との和とみられることを理解する。</li> </ol>		<p>事象の中から数量の関係を見だし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>依存関係に着目する</li> <li>表、グラフ、式をつくる</li> <li>表、グラフ、式からその特徴をとらえる</li> <li>対応関係に着目する</li> </ul> <p>(集合、順序、対応、変数、変域)</p>	<p>身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。</p> <p>具体的な事象を関数的にとらえようとする。</p> <p>簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般性、論理性などに目を向けている。</p> <p>解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。</p>
II. 値の変化	<ol style="list-style-type: none"> <li>変化の割合の定義を知る。</li> <li>1次関数の変化の割合は一定で、<math>a</math>に等しいことを理解する。</li> <li>1次関数の変化の割合は、<math>x</math>の値が1ずつ増加するときの<math>y</math>の増加量であることを理解する。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>x</math>の値に対応する<math>y</math>の値を求めることができる。</li> <li>1次関数<math>y = ax + b</math>の表を観察しながら、<math>x</math>の増加量に対する<math>y</math>の増加量を求めることができる。</li> <li>変化の割合を求めることができる。</li> <li>変化の割合から<math>y</math>の増加量を求めることができる。</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>直観 見通し</li> <li>帰納的に考える</li> <li>演繹的に考える</li> <li>合理的に考える</li> <li>一般化する</li> </ul>	<p>既習の数学の知識・技能や既存の経験を新しい学習に進んで生かそうとする。</p> <p>関数的な見方・考え方を進んで問題解決に活用しようとする。</p> <p>関数的な見方・考え方のよさを実感する。</p>
III. グラフ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1次関数<math>y = ax + b</math>のグラフは直線であることを知る。</li> <li>1次関数<math>y = ax + b</math>のグラフは、<math>y = ax</math>のグラフを<math>y</math>軸の正の向きに<math>b</math>だけ平行移動したものであることを理解する。</li> <li>1次関数<math>y = ax + b</math>のグラフにおいて、「傾き」、「切片」の意味を理解する。</li> <li>1次関数<math>y = ax + b</math>のグラフは、 <math>a &gt; 0</math>のときは右上がりの直線 <math>a &lt; 0</math>のときは右下がりの直線であることを理解する。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>点をプロットしてグラフをかくことができる。</li> <li>グラフが直線であるとき、そのグラフの「傾き」と「切片」を読みとることができる。</li> <li>「傾き」と「切片」を使って、1次関数<math>y = ax + b</math>のグラフをかくことができる。</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>抽象化する 具体化する</li> <li>単純化する</li> </ul>	
IV. 式の決定		<ol style="list-style-type: none"> <li>表やグラフや条件から、1次関数の式を求めることができる。  <math>a</math>と<math>b</math>    <math>a</math>と1組の<math>x</math>、<math>y</math>  <math>b</math>と1組の<math>x</math>、<math>y</math>    2組の<math>x</math>、<math>y</math></li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>置き換えをする</li> <li>検証する</li> </ul>	
V. 利用	(上記の評価の観点について、さらに深める。)		(※2)	(※3)

(3) 「V 利用」の学習指導案

指導者 練馬区立大泉中学校 教諭 小林 博

- 1 日時 1993年6月8日(火) 第5校時(1時25分~2時15分)
- 2 場所 練馬区立大泉中学校 第3学年1組 教室 2階
- 3 学級 練馬区立大泉中学校 第3学年1組 37名(男子19名、女子18名)
- 4 題材 第2学年 1次関数の利用

5 指導目標

- (1) 1次関数の意味を理解し、具体例から1次関数を見出すことができる。
- (2) 1次関数のグラフの特徴を理解し、そのグラフをかくことができる。
- (3) 1次関数のグラフを利用して具体的な問題が解決でき、グラフの有用性を理解する。

6 教材観

7 指導計画

第72回 日数教全国大会(愛媛)都中数 研究部 関数委員会 研究発表資料参照 (1990年8月)

- (1) 1次関数の意味 2時間
- (2) 1次関数の値の変化とグラフ 4時間
- (3) 1次関数を求める 3時間
- (4) 1次関数の利用 2時間(本時)

時数	指導目標	学習内容
第一時	<ul style="list-style-type: none"> <li>・できる図形が時間とともに変化することに気付かせ、依存関係に着目させる。</li> <li>・依存関係を表、グラフ等を用いて調べさせ、関数的な見方・考え方を身に付けさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「一辺の長さが30cmの正方形ABCDの辺AD上を動く点Pと、辺BC上を動く点Qがある。2点P、Qはそれぞれ頂点A、Cを同時に出発し、点Pは毎秒2cmの速さで頂点AD間を、点Qは毎秒3cmの速さで頂点CB間を繰り返し往復する。2点P、Qが出発してから1分間に、ABPQはどんな図形になるだろうか。」という課題に取り組む。</li> <li>・1分間にできる図形の種類を具体的にいくつかの場合について、図をかいて調べる。</li> <li>・2点P、Qが出発してから、1分間にABQP長方形になる回数を調べる。</li> </ul>
第二時	<ul style="list-style-type: none"> <li>・グラフの交点、不連続点が表す意味をよみとれるようにする。</li> <li>・グラフのよさを実感させる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・各自が調べたことを発表し合い、自分の考えと比較する。</li> <li>・図、表、グラフの各方法の特徴を考え、長方形になる回数をとらえるのにとらえやすい方法を見付ける。</li> <li>・グラフから1分間に、ABQPが長方形になる回数とそのときの時間を考える。</li> <li>・グラフから、ABQPがつくる図形の種類や、他にいえることをよみとる。</li> </ul>

(5) 問題練習

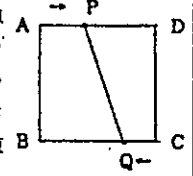
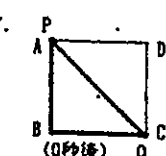
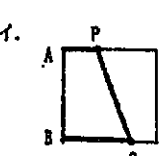
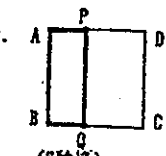
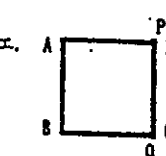
2時間

8 第1時の計画

(1) 目標

具体的な事象から依存関係を見だし、それを表、グラフ等を用いて調べ、関数的な見方・考え方を身に付けさせる。

(2) 展開

指導内容	学習内容	指導上の留意点	評価の観点	評価の留意点	評価方法
<p>【導入】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・日常生活の中で、2つの物がすれちがったり、追い抜き、追い越したりする場面を考える。</li> <li>・電車、ロープウェイ、エレベータ、ブランコ、等を思い浮かべ、両者の関係を考える。</li> <li>・具体的な課題で上述の場面について考える。</li> </ul> <p>【展開】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・課題を提示する。</li> </ul>	<p>課題</p> <p>右の図の四角形ABCDは一辺の長さが30cmの正方形である。</p> <p>辺AD上を動く点をPとし、辺BC上を動く点をQとする。</p> <p>2点P、Qはそれぞれ頂点A、Cを同時に出発し、点Pは毎秒2cmの速さで頂点AD間を、点Qは毎秒3cmの速さで頂点CB間を繰り返し往復する。</p> <p>2点P、Qが出発してから1分間に、ABPQはどんな図形になるだろうか。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>・学習内容に興味を持たせ、数学との関連を考えやすくするよう、発問の仕方を工夫する。</li> <li>・課題の条件を整理し、「四角形ABCDは一辺が30cmの正方形」「点P: 頂点Aを出発 毎秒2cmの速さ AB間を往復」「点Q: 頂点Cを出発 毎秒3cmの速さ BC間を往復」と示し、「1分間にABQPがどんな図形に変わっていくかを考えよう」と発問する。</li> <li>・目盛りの入った正方形が印刷されたプリントを活用させる。</li> <li>・時間を意識しない生徒がいる場合は例えば、5秒後、15秒後の図をかくように指示する。</li> <li>・時間によっていろいろな形が決まることをおさえる。</li> <li>・0から6秒の1秒ごとのABQPの形を示す。</li> <li>・課題が要求している内容を確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・直観的な見方</li> <li>・合理的な考え方</li> <li>・依存関係に着目する。</li> <li>・類推する。</li> <li>・分類整理する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・予想することにより、意欲を高め、見通しをもつ。</li> <li>・1秒後、2秒後、3秒後・・・の図をかいたり、5秒後、10秒後、15秒後・・・の図をかくことによって、時間とともに形が変化していることに気付く。</li> <li>②で確認した0から6秒後までの間にできる形から類推する。</li> <li>・0秒のとき直角二等辺三角形、6秒のとき長方形、・・・その他は台形のように整理する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・挙手と発表で評価する。</li> <li>・ワークシートにかかれた図の数やとらえた形で評価する。</li> <li>・挙手と発表で評価する。</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>・課題を解決する。</li> <li>・1分間にABQPがとりうる形を予想させる。</li> <li>・予想したABQPの形を図にかかせる。</li> <li>・形の変化を時間によってとらえさせる。</li> <li>・時間と形との関係を整理する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 1分間にどんな図形がでてくるかを予想する。 ア、台形 イ、三角形(直角三角形) ウ、長方形 エ、正方形</li> <li>② 1分間に出てくるとおられる図形をかく。 ア.  イ.  ウ.  エ. </li> <li>③ 6秒をこえてからのABQPの形を予想する。</li> <li>④ どのような時間のときにどのような形ができるかを考える。</li> <li>⑤ できるいくつかの形をとらえるために長方形を取り上げて調べることを確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・0から6秒の間の形を確認する。</li> <li>④ 6秒をこえてからのABQPの形を予想する。</li> <li>④ どのような時間のときにどのような形ができるかを考える。</li> <li>⑤ できるいくつかの形をとらえるために長方形を取り上げて調べることを確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・類推する。</li> <li>・分類整理する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・0から6秒の1秒ごとのABQPの形を示す。</li> <li>②で確認した0から6秒後までの間にできる形から類推する。</li> <li>・0秒のとき直角二等辺三角形、6秒のとき長方形、・・・その他は台形のように整理する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・挙手と発表で評価する。</li> <li>・挙手と発表で評価する。</li> </ul>

・長方形になる場合について、どのように調べればよいかを考えさせる。

② 2点P、Qが出発してから1分間に、ABQPが長方形になる回数考える。

ア 図をかく。

イ 表をかく

・長方形になるのはAP=BQとなることであることをおさえる。

・いくつかの方法で調べさせる。

・調べ方が分からない生徒にはヒントカードを活用させる。

・関数的な見方・考え方

・依存関係を表、グラフ等を使って調べることができる。

(式に表して調べることができるが、複雑になるので扱わない)

・図、表、グラフから長方形になる場合が、12秒毎であることに気付く。ただし、30秒後のときは、ABとPQが一致し、線分となり長方形にならないことにも気付く。

・ワークシートにかかれた表やグラフで評価する。

・挙手と発表で評価する。

j)

時間(秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...	15	16	17	18	19	20	...
AP(cm)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	...	30	28	26	24	22	20	...
BQ(cm)	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	0	3	...	15	18	21	24	27	30	...

...	29	30	31	...	40	41	42	43	44	45	...	49	50	51	52	53	54	55	...	59	60
...	2	0	2	...	20	22	24	26	28	30	...	22	20	18	16	14	12	10	...	2	0
...	3	0	3	...	30	27	24	21	18	15	...	3	0	3	6	9	12	15	...	27	30

ii)

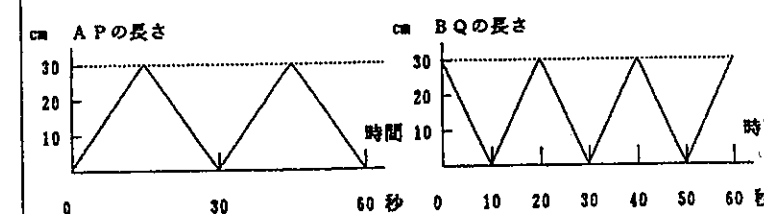
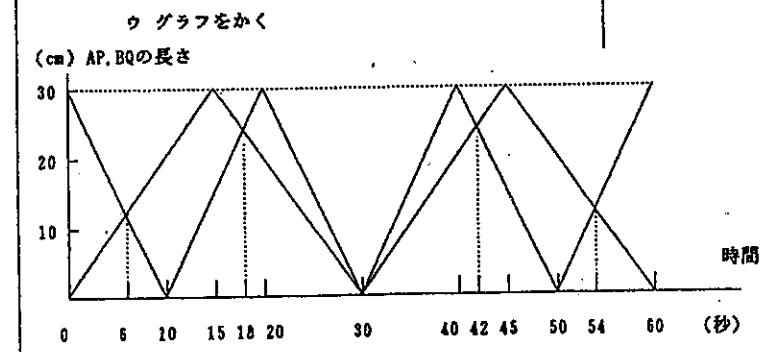
時間(秒)	6	18	30	42	54
AP(cm)	12	24	0	24	12
BQ(cm)	12	24	0	24	12

・ウのグラフがかけない生徒には2つのグラフを重ねることを指示する。

・合理的な考え

・2つのグラフを重ねて、両者を関係づけてとらえようとしている。

・ワークシートにかかれたグラフで評価する。



[まとめ] ・長方形になる回数を確認する。

・ワークシートを回収し、友達に調べた結果を発表し合うことに触れる。

(3) 評価

具体的な事象から依存関係を見だし、それを表、グラフ等を用いて調べ、関数的な見方・考え方を身に付けさせることができたか。

9 第2時の計画

(1) 目標

グラフの交点、不連続点が表す意味をよみとれるようにし、そのよさを実感させる。

(2) 展開

指導内容	学習内容	指導上の留意点	評価の留意点	評価の留意点	評価方法
[導入]	・課題の内容を確認する。 ・長方形になる回数調べたことを思い出す。				
[展開]	・前時に調べたことを整理 ・図、表、グラフの各方法の特徴を考え、長方形になる回数をとらえるのにとらえやすい方法を見付ける。 ・グラフを利用して長方形になる回数と時間を調べさせる。 ア 交点(a)(e)をかぞえて2回 6秒、54秒 イ 交点(a)(b)(d)(e)をかぞえて4回 6、18、42、54秒 ウ 交点(a)(b)(c)(d)(e)をかぞえて5回 6、18、30、42、54秒	・各自が調べた方法を発表させる。 ・長方形になるのはAP=BQとなることであったことをグラフで確認させる。 ・(c)のときは線分になるので除く。 ・長方形になる回数は4回である。			
	(cm) AP, BQの長さ				
	・グラフを利用してABQPがどんな図形になるかをよみとる。 ア 長方形 イ 線分 ウ 直角三角形 4回 0秒、10秒、50秒、60秒 (そのうち、0秒、60秒の2回は直角二等辺三角形) エ その他の場合はすべて台形 オ 正方形にはならない。(AP=BQ=30になる場合がない。)	・実際の場面がグラフではどう表されているかを考えさせる。	・グラフをよむ。	・グラフの交点、不連続点が表す意味がよみとれる。	・挙手と発表で評価する。
	・さらに深くグラフを考察させる。 ③ グラフから、他に何が分かるかをよみとる。 ア (a)と(e)、(b)と(d)のときは、それぞれ合同な長方形になる。 イ 1分をこえてからも、全く同じグラフが繰り返される。 ウ その他	・③とは視点を変えて考えさせる。	・グラフのよさを知る。	・「グラフの交点をかぞえるだけで長方形の数を容易に知ることができる。」などのことを実感させる。	・授業後に行うアンケートの回答から評価する。 「今日の授業で学んだことをかきなさい。」
[まとめ]	・ともなって変わる量の関係を調べる方法として図、表、グラフがあることを理解する。 ・グラフを利用し、それをよむことで、ともなって変わる量の関係がとらえやすくなることを確認する。				

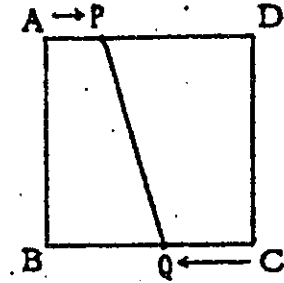
(3) 評価

グラフの交点、不連続点が表す意味をよみとれるようにし、そのよさを実感させることができたか。

3年	組	番	氏名	
----	---	---	----	--

課題

右の図の四角形  $ABCD$  は一辺の長さが  $30\text{cm}$  の正方形である。  
 辺  $AD$  上を動く点を  $P$  とし、辺  $BC$  上を動く点を  $Q$  とする。  
 2点  $P, Q$  はそれぞれ頂点  $A, C$  を同時に出発し、点  $P$  は毎秒  $2\text{cm}$  の速さで頂点  $AD$  間を、点  $Q$  は毎秒  $3\text{cm}$  の速さで頂点  $CB$  間を繰り返し往復する。  
 2点  $P, Q$  が出発してから1分間に、 $ABPQ$  はどんな図形になるだろうか。



(1) 課題の中にでてくる条件を整理してみよう。

自分の考え	友達の考え (板書)
-------	------------

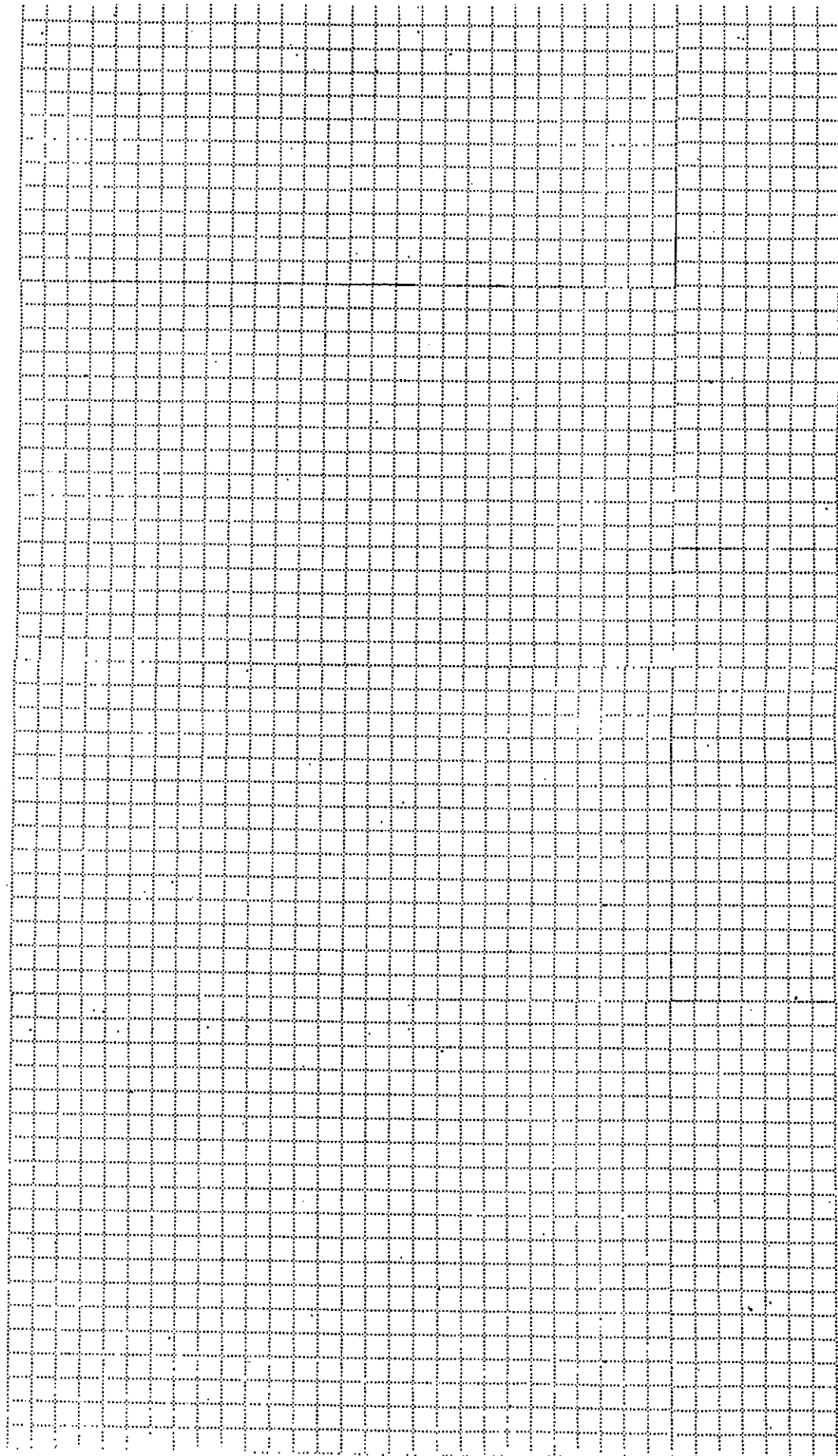
(2) 1分間にどんな図形がでてくるかを予想しよう。

自分の考え	友達の考え (板書)
-------	------------

(3) 1分間に出てくると考えられる図を、いくつか、かいてみよう。


(4) 2点P、Qが出発してから1分間に、ABQPが長方形になる回数を、  
いくつかの方法で調べよう。

組	番	氏名
---	---	----



## アンケート

3年	組	番	氏名	
----	---	---	----	--

◎ 今回の学習でよく分かったこと、そうでなかったことなどについて記入して下さい。

1. 1分間に点P、点Qが移動してできる図形ABPQが、時間とともに変化することについて


2. 時間と、できる図形ABPQの種類との関係を表、グラフ等を用いて調べることに  
ついて。


3. グラフを活用することについて。


4. 直線のグラフの交点や折れ曲がる点の表す意味について。


指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応
<p>前時の課題の確認 (長方形になる回数を6秒後まで説明をする。6秒以降に関して調べることは宿題になっている。宿題プリントは、回収してOHPシートに作成してある。)</p>	
<p>「どのように調べましたか。」 「長方形になる場面は、これでいくと何秒後ですか。」 「そうですね。(OHPで示しながら) P<sub>2</sub>さんは、1秒ごとに図をかいて調べたのですね。」 「次は、P<sub>3</sub>さんです。説明して下さい。」</p>	<p>P<sub>1</sub> 1秒ごとに図をかいて調べました。 P<sub>2</sub> 18秒後です。 P<sub>3</sub> 1秒ごとに1つの正方形の中に図をかき込んで調べました。</p>
<p>「1つの正方形の図にたくさんかいて調べたのですね。とりあえず、長方形になるのは4回ということを図をかいて調べたわけですね。」(「図をかく」と板書する) 「次は、P<sub>4</sub>さんですね。これはどのように調べたのですか。」</p>	<p>P<sub>4</sub> 2の倍数と3の倍数を順序よく並べ、APとBQが同じ長さになる場合を調べました。</p>
<p>「わかりましたか。2の倍数と3の倍数を計算しながら対応するように数字を並べて、表をつくって考えたわけですね。」 「P<sub>5</sub>さん、説明して下さい。」</p>	<p>P<sub>5</sub> 別の紙に図をかいて、1秒ごとに追っかけていって、上と下が一緒のところになったら長方形だから、それを書き出しました。30秒後には、1番左にきてしまって、正方形になったので抜かしました。</p>
<p>「図をかいてから表をつくったと考えていいですね。」(「表をかく」と板書する) 「次は、P<sub>6</sub>です。図と矢印でかいてありますが、説明して下さい。」</p>	<p>P<sub>6</sub> 点Pは正方形の1辺を15秒ずつ進んで、点Qは10秒ずつ進むから、2点がすれ違えば長方形になるので、(その様子を)図にかいて、計算して何回あるか求めました。 <math>60 \div 15 = 4</math> <math>60 \div 10 = 6</math> Pは1分間に1辺(片道)を4回移動する。Qは6回移動する。すれ違うのは4回であることがわかる。</p>
<p>「4回見つかったということですね。この問題は、何秒のときということではないから回数だけ見つければ十分ですね。図を参考にしながら、点Pと点Qの動きを追っていったということ調べていますね。」</p>	

「P<sub>7</sub>さん、説明して下さい。(細かく場合分けをして連立方程式をつくり、それを解いたものをOHPに映し出す。)」

「式で表して、しかも長方形になるのは、連立方程式を解いて求めればよいということで行いましたね。」(「式で表す」「連立方程式を解く」と板書する)

「では、「図をかく」「表をかく」「式で表す」の他に方法はありますか。」

「では、ヒントを出しましょう。今何をやっているかという、時間と道のりの関係ですね。速さは一定なんですけど、このようなことを調べたときに、1年生、2年生ではどんなことをやってきた。」

「P<sub>6</sub>さん、どうですか。」  
「そうです。グラフに表してもできるんですね。」(「グラフに表す」と板書する)

「では、今日はグラフを使って解決してみようと思います。新しい学習プリントを配りますから、グラフではどうなるかを調べてみて下さい。」(プリントを配る)

「途中で、P<sub>9</sub>さん、どんな手だてから始めてますか。」

「まず、表にして、たくさん点をとっていき方があります。」(「表一点をとる」と板書する)  
「ほかにもありますか。」

「2点を結ぶのですね。」(「2点を結ぶ」と板書する)

「そこで、たくさん点をとってどうなるか傾向を調べながら、直線になると判断してグラフをつくる人もいれば、比例の関係だから直線になるんだということ(「比例」と板書する)、2点をとって結んでしまうというやり方もあるわけです。」

「10数人でできたようなので、まだ途中の人もいますが、結果を確認しましょう。」

「1辺が30cmの正方形だから、縦軸にAP、BQの長さをとり、横軸は、1分間ということだから、60秒までの時間をとりました。破線でひいてあるのは、これ以上越えないということです。」

「まず、点Pがどのように動くかを調べてみます。」(グラフをかいたOHPを見せながら説明する。)

P<sub>7</sub> AとPの間をy cmとして、BとQの間をz cmとし、PとQがそれぞれA、Bを出発してからの時間をx秒とおいてyについての式とzについての式を立てて、長方形になる場合はy=zのときだから、連立方程式を解いて求めました。

P 無言

P<sub>8</sub> グラフを使います。

P (約5分間考える。)

P<sub>9</sub> 時間と、APやBQの長さの表をつくってます。

P<sub>10</sub> まず、AP間が15秒たったら、30cmになるから、AP間を(0、0)から、(15、30)を結ぶ。

P (約10分間引き続き考える。)

P (x軸、y軸について確認する。)

P (点Pの動きを表したグラフについて確認する。)

「次に、点Qがどのように動くかを調べてみます。」  
 (点Pと同様にOHPを見せながら説明する。)  
 「さて、この2種類のグラフがかけた人、どのくらいいますか。手をあげてください。」  
 「この2つのグラフをバラバラで見るとわかりにくいです。どうしたらいいですか。では、P<sub>11</sub>さん」  
 「そうですね。では、OHPを重ねてみます。グラフを重ねたとき長方形になるのは、このグラフのどこでしょうか」  
 「APとBQの長さが等しいときが長方形ですね。この状態はグラフではどこに表れているでしょうか。」  
 「そうですね。交差しているところですね。  
 (OHPを指しながら) その回数を数えればいいわけですね」  
 「(OHPを指しながら) 30秒のときは、x軸で2つのグラフが交わります。このときは長方形になるのでしょうか。正方形の図では、PQがABと一致してしまうから、長方形にはなりませんね。(グラフを示して) 長方形になるのは4回であることがわかりました。」

「他にできる図形について、考えてみましょう。直角三角形になるときはどのようなときですか」  
 「長方形はグラフの中で交点を表しています。(長方形の後「…交点」と板書する) 直角三角形はどうでしょうか。Pが0のとき直角三角形になりますね。」  
 (「直角三角形…PがAにあるとき、0と60秒」と板書する。)  
 「Qの場合はどうですか。」  
 「PQがABに一致したときは直角三角形にならないから、0、10、50、60秒後に直角三角形になります。他は台形になります。」  
 「最後に、正方形になるありますか。」  
 「どうしてですか。」  
 「グラフでいうと、PとQが同時に $y=0$ になるときはありますが、 $y=30$ になるときはありませんね。」  
 (と言いながら「正方形…ない」と板書する)  
 「いろいろと図形を考えてみたわけですが、図でかくと一部しかわからないけど、グラフでみると全体が一目で見え、いろいろな状態がわかるということです」

P (点Qの動きを表したグラフについても確認する。)  
 P (10数人が手をあげる。)

P<sub>11</sub> APの距離のグラフとBQの距離のグラフを重ねてしまう。  
 P (意見がでない。)

P<sub>12</sub> 線が重なっている部分です。

P (グラフの交点が長方形になる回数であることと、30秒に長方形にならない場合を確認した。)

P<sub>13</sub> 片方のグラフが0cmか、30cmのときです。

P<sub>14</sub> Qは点Bと重なったときです。

P<sub>15</sub> 正方形にはならないと思います。  
 P (首をかしげる)

P (うなづく)

(5) 研究協議

◎研究授業について

- ・全員にグラフをかかせる必要がある。
- ・依存関係を強調する指導が必要である。
- ・授業中、数学的な見方・考え方の評価をする方法は挙手だけであった。
- ・後半じっくり考えさせる場面がはしかった。
- ・内容的に豊富であった。3時間かけてもいいのではないか。

◎評価の観点「見方・考え方」(評価規準)について

(①等は指導案の箇所を表す)

- ・本委員会では、P2の表の中にある「依存関係に着目する」等を“評価規準”と定義し、特に「見方・考え方」の評価規準をより具体化したものを“具体的な評価規準”と定義する。  
 具体的な評価規準は、実際の授業に合わせ、教師が客観的に評価できるように具体化したものとする。(指導案の中に示してある。)
- ・①「直観的な見方、合理的な考え方」について  
 直観というより、見通しをもった考え方ととらえるほうが、妥当である。ここでは、合理的な考え方は使わないので削除する。
- ・④「分類整理する」について  
 この場面では依存関係について確認をすることがねらいで、「分類整理する」を削除する。  
 また、「分類整理する」は「見方・考え方」の評価規準ではない。
- ・⑦「依存関係を表、グラフ…」  
 時間と長さの「対応関係」を表などを使って調べるところなので、「依存関係」を「対応関係」に直す。
- ・⑦の評価規準が、指導案の中でどこで評価するかが不明瞭である。明確に示す必要である。
- ・⑩「グラフのよさを知る」について  
 「グラフのよさを知る」は「見方・考え方」というより「関心・意欲・態度」に含まれる内容である。ここでは、「見通しをもって考える」「帰納的に考える」という見方・考え方が評価できる。

◎指導案の改訂について

(第1時)

- ① 1分間にどんな図形がでてくるかを予想する。
- ② 0から6秒の間の形をかく。
- ③ 6秒をこえてからのABQPの形を予想する。
- ④ 形が決まるには、何が決まればよいかを考える。  
 (課題) 2点P、Qが出発してから1分間に、ABQPが長方形になるのは何回か?
- ⑤ 長方形になるのはどんなときかを考える。
- ⑥ 各自で問題を解決させる。

(第2時)

- ⑦ 調べた方法を発表する。
- ⑧ グラフから1分間に、ABQPが長方形になる回数について考える。(グラフをかく)  
 (課題) ABQPが長方形以外の図形になる場合について考える。
- ⑨ グラフからABQPがどんな図形になるか考える。



(6) 「V 利用」の改訂学習指導案

1 題材 第2学年 1次関数の利用

2 指導目標

- (1) 1次関数の意味を理解し、具体例から1次関数を見出すことができる。
- (2) 1次関数のグラフの特徴を理解し、そのグラフをかくことができる。
- (3) 1次関数のグラフを利用して具体的な問題が解決でき、グラフの有用性を理解する。

3 教材観

4 指導計画

第72回 日数教全国大会(愛媛)都中数 研究部 関数委員会 研究発表資料参照 (1990年8月)

- (1) 1次関数の意味 2時間
- (2) 1次関数の値の変化とグラフ 4時間
- (3) 1次関数を求める 3時間
- (4) 1次関数の利用 2時間(本時)

時数	指導目標	学習内容
第一時	<ul style="list-style-type: none"> <li>・できる図形が時間とともに変化することに気付かせ、依存関係に着目させる。</li> <li>・依存関係を表、グラフ等を用いて調べさせ、関数的な見方・考え方を身に付けさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「一辺の長さが30cmの正方形ABCDの辺AD上を動く点Pと、辺BC上を動く点Qがある。2点P、Qはそれぞれ頂点A、Cを同時に出発し、点Pは毎秒2cmの速さで頂点AD間を、点Qは毎秒3cmの速さで頂点CB間を繰り返し往復する。2点P、Qが出発してから1分間に、ABPQはどんな図形になるだろうか。」という課題に取り組む。</li> <li>・1分間にできる図形の種類を具体的にいくつかの場合について、図をかいて調べる。</li> <li>・「2点P、Qが出発してから、1分間にABQP長方形になるのは何回か?」という課題に取り組む。</li> <li>・図、表、グラフなどを用いて、調べる。</li> </ul>
第二時	<ul style="list-style-type: none"> <li>・グラフの交点、不連続点が表す意味をよみとれるようにする。</li> <li>・グラフのよさを実感させる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・各自が調べたことを発表し合い、自分の考えと比較する。</li> <li>・図、表、グラフの各方法の特徴を考え、長方形になる回数をとらえるのととらえやすい方法を見付ける。</li> <li>・グラフから1分間に、ABQPが長方形になる回数とそのときの時間を考える。</li> <li>・「ABQPが、長方形以外の図形になる場合について考える。」という課題に取り組む。</li> <li>・グラフから、ABQPがつくる図形の種類や、他にいえることをよみとる。</li> </ul>

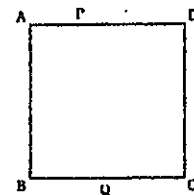


(5) 問題練習 2時間

5 第1時の計画

(1) 目標

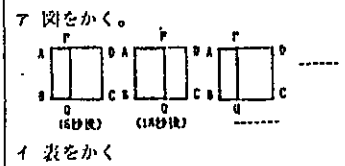
具体的な事象から依存関係を見だし、それを表、グラフ等を用いて調べ、関数的な見方・考え方を身に付けさせる。

(2) 展開

指導内容	学習内容	指導上の留意点	評価規準	具体的な評価規準	評価方法
<p>[導入]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・日常生活の中で、2つの物がすれちがったり、追い抜き、追い越したりする場面を考える。</li> <li>・電車、ロープウェイ、エレベータ、ブランコ、等を思い浮かべ、両者の関係を考える。</li> <li>・具体的な課題で上述の場面について考える。</li> </ul> <p>[展開]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・課題を提示する。</li> </ul>	<p>課題</p> <p>右の図の四角形ABCDは一辺の長さが30cmの正方形である。</p> <p>辺AD上を動く点Pとし、辺BC上を動く点をQとする。</p> <p>2点P、Qはそれぞれ頂点A、Cを同時に出発し、点Pは毎秒2cmの速さで頂点AD間を、点Qは毎秒3cmの速さで頂点CB間を繰り返し往復する。</p> <p>2点P、Qが出発してから1分間に、ABPQはどんな図形になるだろうか。</p>  <p>① 1分間にどんな図形がでてくるかを予想する。</p> <p>ア 台形 イ 三角形(直角三角形) ウ 長方形 エ 正方形</p> <p>② 0から6秒までの間の形をかく。</p>  <p>③ 6秒をこえてからのABQPの形を予想する。</p>  <p>④ 形が決まるには、何が決まればよいかを考える。</p> <p>ア 点の位置 イ 時間 ウ APとBQの長さ</p> <p>課題</p> <p>2点P、Qが出発してから、1分間にABQPが長方形になるのは何回か?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・学習内容に興味を持たせ、数学との関連を考えやすくするよう、発問の仕方を工夫する。</li> <li>・課題の条件を整理し、「四角形ABCDは一辺が30cmの正方形」「点P: 頂点Aを出発 毎秒2cmの速さ AB間を往復」「点Q: 頂点Cを出発 毎秒3cmの速さ BC間を往復」と示し、「1分間にABQPがどんな図形に変わっていくかを考えよう」と発問する。</li> <li>・目盛りの入った正方形が印刷されたプリントを活用させる。</li> <li>・時間によっていろいろな形が決まることをおさえる。</li> <li>・0から6秒の1秒ごとのABQPの形を示す。</li> <li>・APQBの長さや時間との依存関係を確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・見通しを立てる</li> <li>・対応関係に着目する</li> <li>・類推する</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・予想することにより、意欲を高め、見通しをもつ。</li> <li>・1秒後、2秒後、3秒後・・・の図をかくことによって、時間とともに形が変化していることに気付く。</li> <li>②で確認した0から6秒後までの間にできる形から類推する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・挙手と発表で評価する。</li> <li>・ワークシートにかかれた図で評価する。</li> <li>・挙手と発表で評価する。</li> </ul>

・長方形になる条件を考えさせる。  
・調べ方を考えさせる。

(b) 長方形になるのはどんなときかを考える。  
ア  $AP = BQ$  になるとき。  
イ  $AP = CQ$  になるとき。  
ウ  $AP = BC - CQ$  になるとき。  
④ 各自で問題を解決する。



・長方形になるのは  $AP = BQ$  になるときであることをおさえる。  
・いくつかの方法で調べさせる。  
・調べ方が分からない生徒にはヒントカードを活用させる。

i)

時間 (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...	15	16	17	18	19	20	...
AP (cm)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	...	30	28	26	24	22	20	...
BQ (cm)	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	0	3	...	15	18	21	24	27	30	...

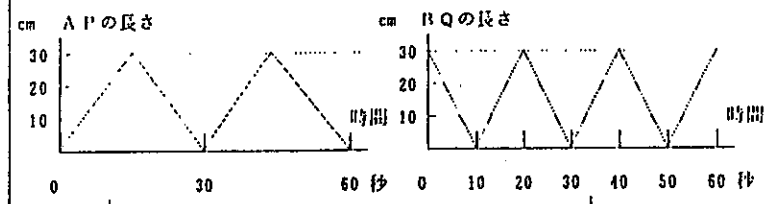
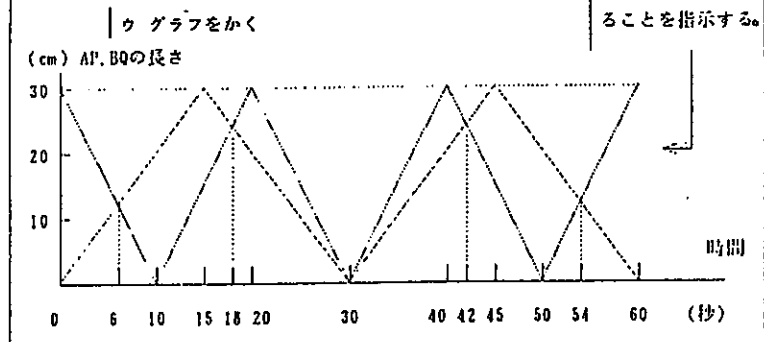
  

...	29	30	31	...	40	41	42	43	44	45	...	49	50	51	52	53	54	55	...	59	60
...	2	0	2	...	20	22	24	26	28	30	...	22	20	18	16	14	12	10	...	2	0
...	3	0	3	...	30	27	24	21	18	15	...	3	0	3	6	9	12	15	...	27	30

ii)

時間 (秒)	6	18	30	42	54
AP (cm)	12	24	0	24	12
BQ (cm)	12	24	0	24	12

・ウのグラフがかけない生徒には2つのグラフを重ねることを指示する。



[まとめ] ・次回の予告をする。  
・長方形になる回数を確認する。  
・ワークシートを回収し、友達の調べた結果を発表し合うことに触れる。

・関数的な見方・考え方  
・対応関係を図を使って、調べることができる。

・関数的な見方・考え方  
・対応関係を表を使って、調べることができる。

・帰納的な考え  
・表から長方形になる場合が、12秒毎であることに気付く。ただし、30秒後のときは、AとBとPQが一致し、線分となり長方形にならないことに気付く。

・関数的な見方・考え方  
・対応関係をグラフを使って、調べることができる。

・帰納的な考え  
・グラフから長方形になる場合が、12秒毎であることに気付く。ただし、30秒後のときはAとBとPQが一致し、線分となり長方形にならないことに気付く。

・合理的な考え  
・2つのグラフを重ねて、両者を関係づけてとらえようとしている。

・式に表して調べられるが、複雑になるので扱わない。

・ワークシートにかかれた図で評価する。

・ワークシートにかかれた表で評価する。

・ワークシートにかかれたグラフで評価する。

・ワークシートにかかれたグラフで評価する。

(3) 評価  
具体的な事象から依存関係を見だし、それを表、グラフ等を用いて調べ、関数的な見方・考え方を身に付けさせることができたか。

6 第2時の計画

(1) 目標

グラフの交点、不連続点が表す意味をよみとれるようにし、そのよさを実感させる。

(2) 展開

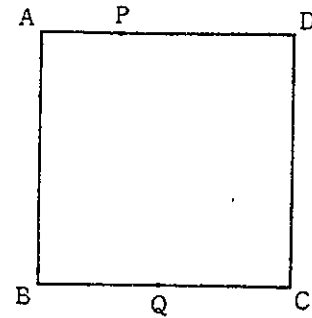
指導内容	学習内容	指導上の留意点	評価規準	具体的な評価規準	評価方法
[導入]	・前時に扱った課題の内容を確認する。 ・長方形になる回数を調べたことを思い出す。				
[展開]	① 調べた方法を発表する。 ・友だちが調べたこと発表を聞き、自分の考えと比較する。 ・同、表、グラフの各方法の特徴を考え、長方形になる回数をとらえるのとらえやすい方法を見付ける。 ② グラフから1分間に、A B Q Pが長方形になる回数を考える。 ・グラフをかく。 ・グラフを傾けて、交点を数える。 ア 交点(a)(e)をかぞえて2回 6秒、54秒 イ 交点(a)(b)(d)(e)をかぞえて4回 6、18、42、54秒 ウ 交点(a)(b)(c)(d)(e)をかぞえて5回 6、18、30、42、54秒	・友だちの発表をメモさせる。 ・長方形になるのは $AP = BQ$ になるときであったことをグラフで確認させる。 ・(e)のときは線分になるので除く。 ・交点に注目した理由を考える。 ・長方形になる回数は4回である。	・合理的な考え	・特徴をもとに、目的に合った方法を見付けることができる。	・挙手と発表で評価する。
	(cm) AP, BQの長さ				
	課題 A B Q Pが、長方形以外の図形になる場合について考える。				
	・課題を解決する ・グラフを利用してA B Q Pがいろいろな形になることを調べさせる。 ア 正方形にはならない。( $AP = BQ = 30$ になる場合がない。) ③ グラフから、他に何がよみとれるかを考える。 ア (a)と(e)、(b)と(d)のときは、それぞれ合同な長方形になる。 イ 1分をこえてからも、全く同じグラフが繰り返される。 ウ その他	・前時の必出で考えた図形を思い出させる。 ・できる図形をグラフ上で考えさせる。 ・③とは視点を変えて考えさせる。 ・グラフをよさを感得する。	・グラフをよむ。(特徴をとらえる。)	・グラフの交点、不連続点が表す意味がよみとれる。	・挙手と発表で評価する。
	・さらに深くグラフを考察させる。				
[まとめ]	・ともなって変わる量の関係を調べる方法として図、表、グラフがあることを確認する。 ・問題解決するのに、グラフが有効な手段であることを理解する。		・グラフをよむ。(帰納的な考え)(見直し)	・「グラフの交点をかぞえるだけで、長方形の数を容易に加えることができる。」などのことを実感する。	・授業後に行うアンケートから評価する。

(3) 評価  
グラフの交点、不連続点が表す意味をよみとれるようにし、そのよさを実感させることができたか。

(7) 「V 利用」の評価問題とその結果

◎評価問題

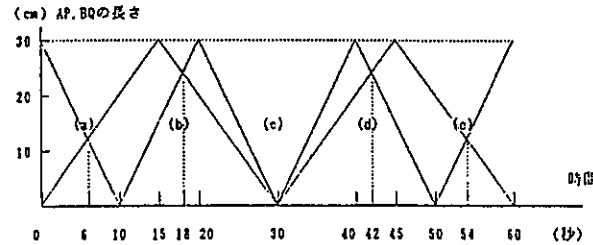
1 右の図の四角形  $ABCD$  は一辺の長さが  $30\text{cm}$  の正方形である。辺  $AD$  上を動く点を  $P$  とし、辺  $BC$  上を動く点を  $Q$  とする。2 点  $P, Q$  はそれぞれ頂点  $A, C$  を同時に出発し、点  $P$  は毎秒  $2\text{cm}$  の速さで頂点  $A, D$  間を、点  $Q$  は毎秒  $3\text{cm}$  の速さで頂点  $C, B$  間を繰り返し往復する。



(1) 2 点  $P, Q$  が出発してから 1 分間に、四角形  $ABQP$  はどんな図形になるか。

(2) 2 点  $P, Q$  が出発してから 1 分間に、四角形  $ABQP$  が長方形になる回数を求めようとしたとき、授業中どのように考えて解こうとしましたか。(できるだけ詳しく書きなさい。)

2 下のグラフは問題 1 について、 $AP$  と  $BQ$  の長さをグラフに表したものである。2 点  $P, Q$  が出発してから 1 分間の四角形  $ABQP$  の様子について、次の問いに答えなさい。



(1) 長方形になる回数は何回あるか。どのように求めたかを書きなさい。

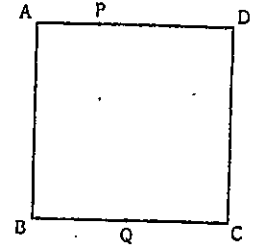
回数 (    回 )

(2) 正方形になるときはあるか。その理由を書きなさい。

3 この課題を使った授業を通してわかったことは何ですか。

その他の評価問題 (この問題は実施していません。)

1 右の図の四角形  $ABCD$  は一辺の長さが  $30\text{cm}$  の正方形である。辺  $AD$  上を動く点を  $P$  とし、辺  $BC$  上を動く点を  $Q$  とする。2 点  $P, Q$  はそれぞれ頂点  $A, B$  を同時に出発し、点  $P$  は毎秒  $2\text{cm}$  の速さで頂点  $A, D$  間を、点  $Q$  は毎秒  $3\text{cm}$  の速さで頂点  $B, C$  間を繰り返し往復する。

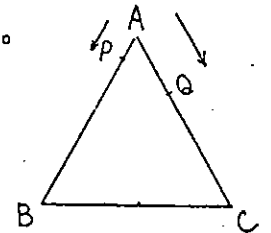


(1) 1 分間にどんな図形がでてくるか。

(2) 1 分間に四角形  $ABQP$  が長方形になる回数を求めよ。

(3) 上と同じような課題を授業で取り組んだとき、どのようなことを考えましたか。

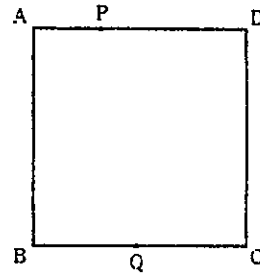
2 右の図は、一辺の長さが  $12\text{cm}$  の正三角形である。辺  $AB$  上を動く点を  $P$ 、辺  $AC$  上を動く点を  $Q$  とする。2 点  $P, Q$  は頂点  $A$  を同時に出発し、点  $P$  は毎秒  $2\text{cm}$  の速さで頂点  $A, B$  間を、点  $Q$  は毎秒  $5\text{cm}$  の速さで頂点  $A, C$  間を繰り返し往復する。1 分間に三角形  $APQ$  が正三角形になる回数を求めなさい。



◎評価問題の結果

1 右の図の四角形 ABCD は一辺の長さが 30 cm の正方形である。辺 AD 上を動く点を P とし、辺 BC 上を動く点を Q とする。2 点 P, Q はそれぞれ頂点 A, C を同時に出発し、点 P は毎秒 2 cm の速さで頂点 A, D 間を、点 Q は毎秒 3 cm の速さで頂点 C, B 間を繰り返し往復する。次の問いに答えなさい。

調査数 37 人



(1) 2 点 P, Q が出発してから 1 分間に、四角形 ABQP はどんな図形になるか。

- |      |     |     |    |            |      |     |     |     |           |
|------|-----|-----|----|------------|------|-----|-----|-----|-----------|
| ○台形  | 長方形 | 三角形 | 線分 | 0 人 (0%)   | ○台形  | 長方形 | 三角形 | 正方形 | 3 人 (8%)  |
| ○台形  | 長方形 | 三角形 |    | 8 人 (22%)  | ○長方形 | 三角形 | 正方形 |     | 1 人 (3%)  |
| ○長方形 | 三角形 |     |    | 2 人 (5%)   | ○長方形 | 正方形 |     |     | 1 人 (3%)  |
| ○三角形 |     |     |    | 11 人 (30%) | ○無答  |     |     |     | 4 人 (11%) |
| ○長方形 |     |     |    | 4 人 (11%)  |      |     |     |     |           |
| ○台形  |     |     |    | 2 人 (5%)   |      |     |     |     |           |
| ○線分  |     |     |    | 1 人 (3%)   |      |     |     |     |           |

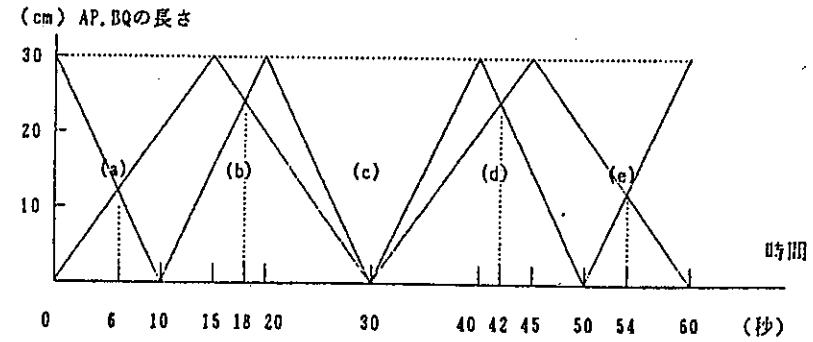
(2) 2 点 P, Q が出発してから 1 分間に、四角形 ABQP が長方形になる回数を求めようとしたとき、授業中どのように考えて解こうとしましたか。(できるだけ詳しく書きなさい。)

- グラフをかいて交点の数をかぞえる 9 人 (23%)
- 表をかいて AP=BQ になる数をかぞえる 7 人 (18%)
- 連立方程式で表しそれを解く 1 人 (3%)
- 図をかいて長方形になる数をかぞえる 8 人 (20%)
- 2 点の位置の最小公倍数を求める 3 人 (8%)
- 2 点の位置の差を求める 1 人 (3%)
- わからなかった 1 人 (3%)
- 無答 10 人 (25%)

(複数回答、回答数 40)

2

下のグラフは問題 1 について、AP と BQ の長さをグラフに表したものである。2 点 P, Q が出発してから 1 分間の四角形 ABQP の様子について、次の問いに答えなさい。



(1) 長方形になる回数は何回あるか。どのように求めたかを書きなさい。

- 回数 ( 4 ) 回
- 4回 26 人 (70%)  
(線が交わっている部分の数をかぞえた。ただし、30秒のと31秒を除く)
  - 5回 2 人 (5%)  
(線が交わっている部分の数をかぞえた。)
  - 2回 1 人 (3%) (線が交わっている部分の数をかぞえた)
  - 1回 1 人 (3%) (理由なし)
  - 無答 7 人 (19%)

(2) 正方形になるときはあるか。その理由を書きなさい。

- なし 6 人 (16%)  
(1分を越えても同じグラフが永久にくり返されるから。  
AP=BQ=30cm になるときは1度もないから。)
- ある 20 人 (54%)  
(30秒のとき2点が重なっているから  
同じ位置で止まる=かあるから)
- 無答 11 人 (30%)

3

この課題を使った授業を通してわかったことは何ですか。

- グラフ(表)のよさを実感した。 4 人 (11%)
- よりわかりやすかった。 1 人 (3%)
- 答えが速くできる、わかりやすい、正確である
- 一次関数はむずかしい 1 人 (3%)
- グラフ(表)の利用のし方を理解した。 5 人 (14%)
- 無答 26 人 (70%)

(8) 評価問題  
～知識・理解、表現・処理、見方・考え方～

1 次関数 評価問題 その1

1 (I-A-1-2)  
1 次の式の中から、(1)  $y$  が  $x$  の1次関数になっているもの、(2)  $y$  が  $x$  に比例しているものをそれぞれすべてあげなさい。

- ①  $y = 2x - 5$       ②  $y = 3x^2$   
③  $y = -x + 3$       ④  $y = \frac{6}{x}$   
⑤  $y = 4x$

2 (I-A-3)  
長さ15cmのばねがある。おもりの重さが200gまでの範囲では、ばねののびはおもりの重さに比例し、1gにつき0.04cmずつのびる。 $x$ gのおもりをつけたときのばねの長さを  $y$ cm とすると、 $x$  と  $y$  との関係は、 $y = 0.04x + 15$  と表すことができる。  
このとき、 $x$  に比例する量、一定の量はそれぞれ何ですか。式とことばで答えなさい。

3 (I-C)  
3 次の①～③について、 $y$  が  $x$  の1次関数であるものはどれですか。

- ① 1辺が  $x$ cmの正方形の面積が  $y$ cm<sup>2</sup>  
② 1本80円の鉛筆を  $x$ 本と1個50円の消しゴムを1つ買ったときの代金が  $y$ 円  
③ 90cmのひもから、1本  $x$ cmのひもを3本切り取ったときのひもの長さが  $y$ cm

4 (I-C)  
4 深さ80cmの直方体の容器に、底から20cmの高さまで水が入っている。この中に、毎分5cmの割合で水面が高くなるように水を入れる。 $x$ 分後の水面の高さを  $y$ cm とするとき、次の問いに答えなさい。  
①  $y$  が  $x$  の式で表しなさい。  
② 容器がいっぱいになるのは、何分後ですか。  
③  $x$ 、 $y$  の変域をそれぞれ求めなさい。

5 (II-A-1)  
5  $x$  の値が2から5まで増加すると、それに対応して  $y$  の値が4から16まで増加する。このときの変化の割合を求めなさい。

6 (II-A-2)  
6 次の表から、 $y$  が  $x$  の1次関数になっているものをすべて選びなさい。

①	$x$	1	2	3	4	②	$x$	1	2	3	4
	$y$	2	5	8	11		$y$	1	4	9	16
③	$x$	1	2	3	4	④	$x$	1	2	3	4
	$y$	12	6	4	3		$y$	13	9	5	1

7 (II-C)  
7  $y$  は  $x$  の1次関数で、次のような値をとっている。空らんにあてはまる数を答えなさい。

$x$	1	2	4	7
$y$	-1	1	ア	イ

8 (II-A-2)  
8 次の1次関数について、変化の割合を答えなさい。  
①  $y = 5x - 2$       ②  $y = \frac{1}{4}x + 1$   
③  $y = -2x$

9 (II-A-3)  
9 次の1次関数について、 $x$  の値が1ずつ増加したときの  $y$  の増加量を求めなさい。  
①  $y = 2x + 4$       ②  $y = \frac{3}{5}x - 1$   
③  $y = -3x + 2$

10 (II-B-1)  
10 1次関数  $y = 2x + 3$  について、次の表を完成させなさい。

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$							

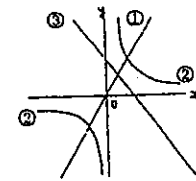
11 (I-B-2)  
11 1次関数  $y = 2x + 3$  について、10の表を見ながら次の空らんにあてはまる数を入れなさい。  
①  $x$  が1から4まで増加するとき、 $x$  の増加量は ア であり、 $y$  の増加量は イ である。  
②  $x$  が1ずつ増加することに  $y$  は ウ ずつ増加する。  
③  $x$  が2ずつ増加することに  $y$  は エ ずつ増加する。  
④  $x$  が3ずつ増加することに  $y$  は オ ずつ増加する。

12 (II-B-3)  
12  $x$  の値が1から4まで増加するとき、次の1次関数の変化の割合を求めなさい。  
①  $y = 2x + 3$       ②  $y = -2x - 5$   
③  $y = \frac{1}{3}x - 3$

13 (II-B-4)  
13 1次関数  $y = \frac{2}{3}x - 4$  において、 $x$  の値が15増加するときの、 $y$  の増加量を求めなさい。

14 (II-C)  
14 高さ50cmの容器に水を一定の割合で入れている。3分後の水の高さが20cm、7分後の水の高さが32cmのとき、次の問いに答えなさい。  
① 12分後の水の高さを求めなさい。  
② はじめの水の高さを求めなさい。

1 次関数 評価問題 その2  
1 (III-A-1)  
1 次のグラフの中から、1次関数のグラフであるものを選びなさい。

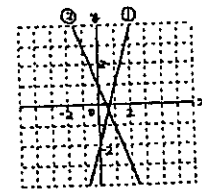


2 (II-A-2)  
2 次の式の中から、 $y = 2x$  のグラフを  $y$  軸の正の向きに3だけ平行移動したグラフになるものを選びなさい。  
①  $y = 2x - 3$       ②  $y = 5x$   
③  $y = 2x + 3$       ④  $y = -2x + 3$

3 (II-A-3)  
3 次の1次関数について、グラフの傾きと切片を答えなさい。  
①  $y = 3x - 4$       ②  $y = -\frac{3}{2}x + 6$

4 (II-A-4)  
4 次の1次関数の中で、グラフが右上がりの直線になっているものを選びなさい。  
①  $y = 3x - 5$       ②  $y = -2x + 3$   
③  $y = -x - 1$       ④  $y = 2x + 5$

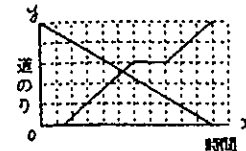
5 (II-B-2)  
5 次のグラフの傾きと切片を求めなさい。



6 (II-B-3)  
6 次の1次関数のグラフをかきなさい。  
①  $y = 2x + 1$       ②  $y = -3x + 5$   
③  $y = \frac{2}{3}x + 2$       ④  $y = -\frac{4}{3}x - 3$

7 (II-C)  
7 1次関数  $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$  のグラフをかきなさい。

8 (II-C)  
8 下のグラフは、P、Q間を結ぶ道路を、A、Bの2つの車が走ったようすを示している。 $x$ 軸に時間を、 $y$ 軸にP地点からの道のりをとり、時間と2つの車の位置関係を表している。このグラフからわかることをあげなさい。



9 (IV-B-1 <表>)  
9 次の表は、 $y$  が  $x$  の1次関数であることを表している。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。  
①

$x$	-1	0	1	2	3	4
$y$	3	5	7	9	11	13

$x$	3	4	5	6	7
$y$	15	11	7	3	-1

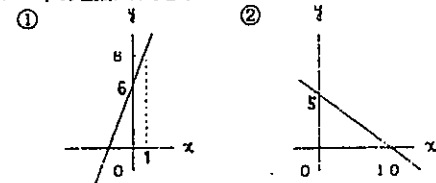
10 (IV-B-1 <QとI組のx,y>)  
10 変化の割合が3で、 $x = 1$  のとき  $y = 5$  である1次関数の式を求めなさい。

11 (IV-B-1 <QとI組のx,y>)  
11  $x$  の値が1増加するときの  $y$  の増加量が-2で、 $x = 3$  のとき  $y = 1$  である1次関数の式を求めなさい。

12 (IV-B-1 <QとI組のx,y>)  
12 直線  $y = 4x - 3$  に平行で、 $(-2, -1)$  を通る直線の式を求めなさい。

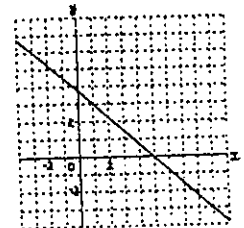
13 (IV-B-1 <bとI組のx,y>)  
13  $x = 0$  のとき  $y = 5$  で、 $x = 2$  のとき  $y = -3$  となる直線の式を求めなさい。

14 (IV-B-1 <グラフ>)  
14 下の直線の式を求めなさい。



15 (IV-B-1 <2組のx,y>)  
15 2点  $(-1, -2)$ 、 $(2, 10)$  を通る直線の式を求めなさい。

16 (II-C)  
16 次の直線の式を求めなさい。



年 組 番/氏名 \_\_\_\_\_

年 組 番/氏名 \_\_\_\_\_

(9) 評価問題の結果

(8) の評価問題を、都内の地域が異なる中学校5校の3年生に実施した。実施時期は今年の5月で、検査時間は25分ぐらいである。

評価問題(その1)

問題番号	正答	主な誤答	3年生(232人)			
			正答率	誤答率	無答率	
1	(1)	① ③ ⑤	①③(42%)	15	79	6
	(2)	⑤	②⑤(10%), ④, ④⑤	35	59	6
2	比例式	$0.04x$	$0.04(13\%)$	6	35	59
	ことば	ばねののび	ばねの長さ(7%)	17	21	62
	一定式	15	$0.04(5\%)$	24	15	61
	ことば	はじめのばねの長さ	lgにつき伸びる長さ(5%)	14	23	63
3		② ③	②(53%), ③(22%)	11	84	5
4	①	$y=5x+20$		69	14	17
	②	12秒後		73	16	11
	③	xの変域 $0 \leq x \leq 12$	$1 \leq x \leq 12(4\%)$	32	34	34
		yの変域 $20 \leq y \leq 80$	$20 < y < 80(5\%)$	38	26	36
5		4	$1/4(3\%)$	43	28	29
6		① ④	①(12%), ②(12%), ②③	29	64	7
7	ア	5	3(31%), 2(17%)	35	55	10
	イ	11	5(21%), 6(12%)	30	60	10
8	①	5	3(4%), -2(4%)	51	18	31
	②	$1/4$	1(6%)	50	17	33
	③	-2	0(3%), 2(2%)	53	13	34
9	①	2	6(18%)	52	29	19
	②	$3/5$	$-2/5(13\%)$	37	36	27
	③	-3	-1(18%)	41	36	23
10	表	省略		64	28	8
11	①	x増加量 3	4(12%)	52	33	15
		y増加量 6	3(6%), 2(6%)	49	35	16
	②	2		69	18	13
	③	4		68	20	12
	④	6		66	21	13
12	①	2	6(16%), 9(6%)	24	42	34
	②	-2	-6(14%), -11(6%)	20	44	36
	③	$1/3$	1(11%)	19	44	37
13		10	6(35%)	23	54	23
14	①	47cm	36(7%)	45	28	27
	②	11cm	3(4%), 8(3%)	47	26	27

評価問題(その2)

問題番号	正答	主な誤答	3年生(232人)			
			正答率	誤答率	無答率	
1		① ③	③(38%), ①(20%)	29	69	2
2		③	②(11%)	72	24	4
3	①	傾き 3	$3x(9\%), -4(6\%)$	74	20	6
		切片 -4	3(7%)	84	11	5
	②	傾き $-3/2$	$-3x/2(8\%), 6(6\%)$	72	22	6
		切片 6	$-3/2(4\%)$	85	10	5
4		① ④	④(29%)	45	52	3
5	①	傾き 3	1(13%), 2, -2	54	37	9
		切片 -2	2(6%), 1, 3	69	21	10
	②	傾き -2	-1(7%), 1, 2	53	36	11
		切片 1	-1(5%), 3	68	22	10
6	①	グラフ 略		58	37	5
	②	グラフ 略		55	40	5
	③	グラフ 略		60	29	11
	④	グラフ 略		56	33	11
7		グラフ 略		29	45	26
8		同時に到着したなど	時間と道のりが比例する	37	11	52
9	①	$y=2x+5$	$y=x+2(8\%)$	48	33	19
	②	$y=-4x+27$		36	38	26
10		$y=3x+2$	$y=2x+3(3\%)$	44	26	30
11		$y=-2x+7$	○傾き-2(5%) ×切片-2(7%)	30	34	36
12		$y=4x+7$	○傾き4(8%)			
		$y=4x-7(4\%)$		34	26	40
13		$y=-4x+5$	○切片5(4%)	39	22	39
14	①	$y=2x+6$	○切片6(16%) $y=8x+6(8\%)$	48	25	27
	②	$y=-x/2+5$	○切片5(23%) $y=10x+5(7\%), y=x/2+5$	38	32	30
15		$y=4x+2$		41	18	41
16		$y=-3x/4+15/4$	×切片4(34%) ○傾き-3/4(4%)	15	53	32

○傾き：誤答の中で「傾きのみができている」という意味

(10) 評価問題の考察と改訂評価問題

昨年度の神奈川大会において発表した評価問題は、各評価規準につき1つずつ問題を作成した。その後、すべての評価問題を生徒に実施し、分析・考察を行った。今年度は、その考察した評価問題をさらに生徒に実施、考察することにより、よりよい評価問題を作成する。

改訂の主旨としては、

- ・問題文の意味がとりにくい、数値がわかりにくいとき、問題文を検討する。
- ・1つの問題で他の問題の評価規準も評価できるとき、問題を精選する。
- ・正答率が低い理由が、その問題で評価しにくいとき、新たな問題を作成する。

である。

《評価問題 その1》の考察

1について・・・(1)と(2)を分けて考えてしまう生徒がいるようなので、比例を選ぶ問題を削除する。削除しても、比例が1次関数の特別な場合であることを理解しているかは、判断できる。

2について・・・誤答率、無答率とも高い。普段の授業で、言葉で確認する指導が不足しているからだと考えられる。

3について・・・選ばせるだけでなく、「yをxの式で表し、yがxの1次関数である場合は○、そうでないものには×をつけなさい。」とする。1次関数であるかどうか式から判断させる。

4について・・・xの変域を $1 \leq x \leq 12$ としている生徒がいる。授業の際、しっかりと確認が必要な部分である。

5について・・・無答が多い。変化の割合の定義が理解されていないのか、増加量が計算できないのか、判断できないので、問題5の前に、xとyの増加量がわかっている問題を入れる。

6について・・・1次関数の表の特徴や表の見方が十分理解されていない。

7について・・・xが1ずつ増えていると考えてしまう生徒がいるようなので、次のように点(…)を入れる、yの値も一部変える。

x	1	2	...	4	...	7
y	-2	1	...	ア	...	イ

8について・・・変化の割合の理解を評価するのに、①のみでよい。

9について・・・増加量は②を削除して、分数係数ではみない。

12について・・・①は問題10、11と同じ式なので、下のようにし、分数係数の③を削除する。

①  $y = 4x - 3$       ②  $y = -2x + 5$

13について・・・正答率が19%と悪い。1/3の生徒は、 $x = 15$ を代入した値を求めている。問題13の前に、xの増加量が1のときのyの増加量を求める問題を入れ、変化の割合の意味が理解されているかをみる。

《評価問題 その2》の考察

1について・・・①のみ、③のみを選ぶ生徒が多い。1つだけ選ぶ生徒を意識して、「1次関数である場合は○、そうでないものには×をつけなさい。」とする。

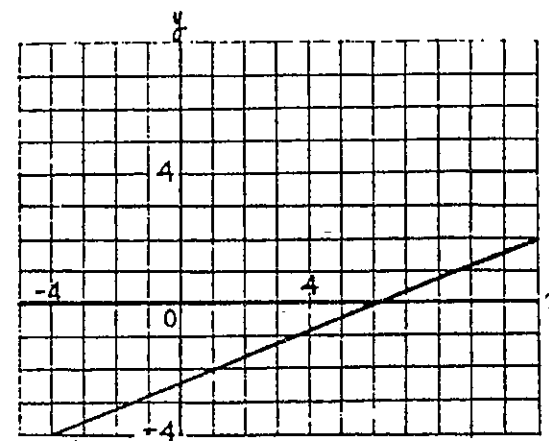
4について・・・右上がりの直線になるときは、傾きと切片の両方が正の数るときであると考えられる生徒が多い。問題文を「すべて選びなさい」としなくても、右上がりかどうかは傾きによって決まることを理解していれば、正解が見つけられるはずである。

6について・・・①～④の正答率がほぼ同じなので、③を削除する。

7について・・・誤答が多い。指導の徹底が必要と考えられる。

8について・・・無答が多い。このような条件がゆるやかな問題にやり慣れていないためと考えられる。「わかる」を「読み取れる」に変える。

16について・・・グラフが通る格子点(x, yの座標が整数である点)がはっきりしない。



改訂評価問題:

評価問題 その1

1 (I-AB-1-2) 次の式の中から、 $y$ が $x$ の1次関数になっているものをすべてあげなさい。

- ①  $y=2x-5$       ②  $y=3x^2$   
 ③  $y=-x+3$       ④  $y=\frac{6}{x}$   
 ⑤  $y=4x$

2 (I-AB-3)

長さ15cmのばねがある。おもりの重さが200gまでの範囲では、ばねの伸びはおもりの重さに比例し、1gにつき0.04cmずつのびる。 $x$ gのおもりをつるしたときのばねの長さを $y$ cmとすると、 $x$ と $y$ との関係は、 $y=0.04x+15$ と表すことができる。

このとき、 $x$ に比例する量と一定の量をそれぞれ答えなさい。

3 (I-C)

次の①~③について、 $y$ を $x$ の式で表し、 $y$ が $x$ の1次関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

- ① 1辺が $x$ cmの正方形の面積が $y$ cm<sup>2</sup>  
 ② 1本30円の鉛筆を $x$ 本と1個50円の消しゴムを1つ買ったときの代金が $y$ 円  
 ③ 90cmのひもから、1本 $x$ cmのひもを3本切り取ったときのひもの長さが $y$ cm

4 (I-C)

深さ80cmの直方体の容器に、底から20cmの高さまで水が入っている。この中に、毎分5cmの割合で水面が高くなるように水を入れる。 $x$ 分後の水面の高さを $y$ cmとすると、次の問に答えなさい。

- ①  $y$ が $x$ の式で表しなさい。  
 ② 容器がいっぱいになるのは、何分後ですか。  
 ③  $x$ 、 $y$ の変域をそれぞれ求めなさい。

5 (I-A-1)

$x$ の値が4増加すると、それに対応して $y$ の値が20増加する。このときの変化の割合を求めなさい。

6 (II-A-1)

$x$ の値が2から5まで増加すると、それに対応して $y$ の値が4から16まで増加する。このときの変化の割合を求めなさい。

7 (II-A-2)

次の表から、 $y$ が $x$ の1次関数になっているものをすべて選びなさい。

- ① 

$x$	1	2	3	4
$y$	2	5	8	11

      ② 

$x$	1	2	3	4
$y$	1	4	9	16

  
 ③ 

$x$	1	2	3	4
$y$	12	6	4	3

      ④ 

$x$	1	2	3	4
$y$	13	9	5	1

8 (II-C)

$y$ は $x$ の1次関数で、次のような値をとっている。空らんにあてはまる数を答えなさい。

$x$	1	2	...	4	...	7
$y$	-2	1	...	ア	...	イ

9 (II-A-2)

1次関数 $y=5x-2$ について、変化の割合を答えなさい。

10 (II-A-3)

次の1次関数について、 $x$ の値が1ずつ増加したときの $y$ の増加量を求めなさい。

- ①  $y=2x+4$       ②  $y=-3x+2$

11 (II-B-1)

1次関数 $y=2x+3$ について、次の表を完成させなさい。

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$							

12 (II-B-2)

1次関数 $y=2x+3$ について、10の表を見ながら次の空らんにあてはまる数を入れなさい。

- ①  $x$ の値が1から4まで増加するとき、 $x$ の増加量は ア であり、 $y$ の増加量は イ である。  
 ②  $x$ の値が1ずつ増加するごとに $y$ は ウ ずつ増加する。  
 ③  $x$ の値が2ずつ増加するごとに $y$ は エ ずつ増加する。  
 ④  $x$ の値が3ずつ増加するごとに $y$ は オ ずつ増加する。

13 (II-B-3)

$x$ の値が1から4まで増加するとき、次の1次関数の変化の割合を求めなさい。

- ①  $y=4x-3$       ②  $y=-2x+5$

14 (II-B-4)

1次関数 $y=3x+7$ において、 $x$ の増加量が1のときの $y$ の増加量を求めなさい。

15 (II-B-4)

1次関数 $y=\frac{2}{3}x-4$ において、 $x$ の値が15増加するときの $y$ の増加量を求めなさい。

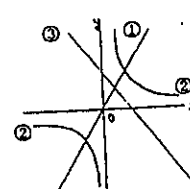
16 (II-C)

高さ50cmの容器に水を一定の割合で入れている。3分後の水の高さが20cm、7分後の水の高さが32cmのとき、次の問に答えなさい。

- ① 12分後の水の高さを求めなさい。  
 ② はじめの水の高さを求めなさい。

評価問題 その2

1 (III-A-1) 次のグラフの①~③の中で、1次関数であるものに○、そうでないものに×を付けなさい。



2 (III-A-2)

次の式の中から、 $y=2x$ のグラフを $y$ 軸の正の向きに3だけ平行移動したグラフになるものを選びなさい。

- ①  $y=2x-3$       ②  $y=5x$   
 ③  $y=2x+3$       ④  $y=-2x+3$

3 (III-A-3)

次の1次関数について、グラフの傾きと切片を答えなさい。

- ①  $y=3x-4$       ②  $y=-\frac{3}{2}x+6$

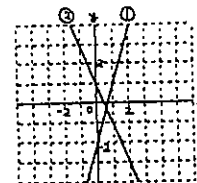
4 (III-A-4)

次の1次関数の中で、グラフが右上がりの直線になっているものを選びなさい。

- ①  $y=3x-5$       ②  $y=-2x+3$   
 ③  $y=-x-1$       ④  $y=2x+5$

5 (III-B-2)

次のグラフの傾きと切片を求めなさい。



6 (III-B-3)

次の1次関数のグラフをかきなさい。

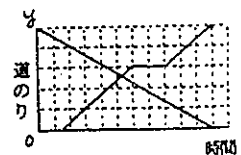
- ①  $y=2x+1$       ②  $y=-3x+5$   
 ③  $y=-\frac{4}{3}x-3$

7 (III-C)

1次関数 $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$ のグラフをかきなさい。

8 (III-C)

下のグラフは、P、Q間を結ぶ道路を、A、Bの2つの車が走ったようすを示している。 $x$ 軸に時間を、 $y$ 軸にP地点からの道のりを取り、時間と2つの車の位置関係を表している。このグラフから読み取れることをあげなさい。



9 (IV-B-1<表>)

次の表は、 $y$ が $x$ の1次関数であることを表している。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

① 

$x$	-1	0	1	2	3	4
$y$	3	5	7	9	11	13

② 

$x$	3	4	5	6	7
$y$	15	11	7	3	-1

10 (IV-B-1<A比1組のx,y>)

変化の割合が3で、 $x=1$ のとき $y=5$ である1次関数の式を求めなさい。

11 (IV-B-1<A比1組のx,y>)

$x$ の値が1増加するときの $y$ の増加量が-2で、 $x=3$ のとき $y=1$ である1次関数の式を求めなさい。

12 (IV-B-1<A比1組のx,y>)

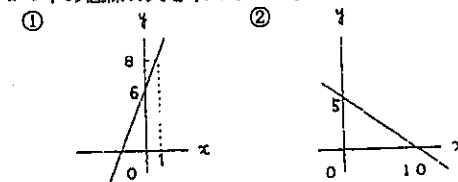
直線 $y=4x-3$ に平行で、 $(-2, -1)$ を通る直線の式を求めなさい。

13 (IV-B-1<B比1組のx,y>)

$x=0$ のとき $y=5$ で、 $x=2$ のとき $y=-3$ となる直線の式を求めなさい。

14 (IV-B-1<グラフ>)

下の直線の式を求めなさい。

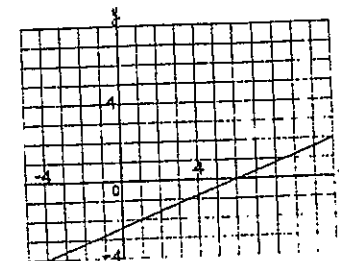


15 (IV-B-1<2組のx,y>)

2点 $(-1, -2)$ 、 $(2, 10)$ を通る直線の式を求めなさい。

16 (IV-C)

次の直線の式を求めなさい。





### 3. 今後の課題

中学校関数指導の評価について、それぞれの観点の評価規準を明かにし、評価問題を作成、検討を重ねてきた。今後も、授業を主体に次の研究を続けるつもりである。

- (1) 評価規準を見直したわけであるが、その規準をさらに考察し、それらに沿った評価問題の作成を続ける。
- (2) 「V 利用」の評価については、今後もいろいろな授業を行い、考察・改善に努め、さらに規準を明らかにしていく考えである。
- (3) 「D 関心・意欲・態度」の内容について評価規準を明確にし、考察する。
- (4) 第1、3学年についても、第2学年と同様の研究を進める。
- (5) 評価問題を生徒に実施し、分析・考察を行う。それをもとに、関数指導をどのように改善すべきかを考察する。

参考文献	※1	石田 恒好	評価目標の規定とその具体化
	※2	片桐 重男	数学的思考方の具体化
	※3	元木 靖則	「数学への関心・意欲・態度」を育てる指導と評価に関する研究

#### 東京都中学校数学研究会 研究部 関数委員会

岩木敬二郎	(元 板橋区立中台中)	半田 進	(東学大附属小金井中)
遠藤 国雄	(板橋区立向原中)	須藤 哲夫	(品川区立伊藤中)
小澤 慶晃	(品川区立大崎中)	風間喜美江	(墨田区立本所中)
五島 芳夫	(港区立御成門中)	山田 武司	(保谷市立ひばりが丘中)
橋爪 昭男	(中央区立日本橋中)	関 富美雄	(港区立御成門中)
浜仲 章	(国分寺市立第五中)	高村 真彦	(練馬区立開進第四中)
吉田 直樹	(調布市立神代中)	近藤 和夫	(世田谷区立桜木中)
船越 泰	(練馬区立大泉南小)	小林 博	(練馬区立大泉中)
山本 恵悟	(足立区立谷中中)	高山 康史	(江戸川区立西葛西中)
大沢 弘典	(品川区立城南中)	吉田 裕行	(品川区立伊藤中)

