

『誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現』の指導法の提案

東京都中学校数学教育研究会 研究部 導入法委員会

1 研究主題設定の理由

第3学年領域A「数と式」における「誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現」の指導において、本委員会では、以下のような課題があると考えた。

- ・前後の学習内容とのつながりを持たせにくく、「誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現」を学習する必然性、必要性を生徒が実感しにくいのではないかと。
- ・真の値がある範囲の表し方、近似値、数を $a \times 10^n$ の形で表すことなどの技能面に指導が偏り、日常の場面と関連付けて問題解決したり説明し合ったりさせにくいのではないかと。
- ・単元指導計画において「平方根」に位置付けられている教科書と「相似な図形」に位置付けられている教科書とがあり、領域が異なる場合では指導方法も異なるのかなどの戸惑いが生じやすいのではないかと。

学習指導要領（平成29年、告示）には「誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現」に関して以下のように記されている。

[内容の取扱い] (1) 内容の「A 数と式」の(1)などに関連して、誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現を取り扱うものとする。

正の数の平方根

[解説] (中略) なお、誤差や近似値、数を $a \times 10^n$ の形で表すことについては、第3学年の「A 数と式」の(1)での学習の他、直接測定することが困難な高さや距離を相似な図形の性質や三平方の定理を用いて求める学習の場面など「B図形」の(1)や(3)などの学習と関連付けて指導することが考えられる。

図形の相似

三平方の定理

そこで、現在発行されている7社の教科書（東京書籍、大日本図書、学校図書、教育出版、啓林館、数研出版、日本文教出版）において、「誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現」がどのように扱われているかを調べ、比較した。

教科書会社	内容	単元	前時の指導内容	本時の題材
東京書籍	近似値	平方根	面積が 2cm^2 の正方形を作る	正方形の1辺を求める
	誤差、 $a \times 10^n$	相似な図形	縮図を利用して、長さを求める	重さを測定する
大日本図書	近似値、誤差 $a \times 10^n$	平方根	平方根の大小	正方形の1辺を求める りんごの重さを表す
学校図書	近似値	平方根	面積が 2cm^2 の正方形を作る	正方形の1辺を求める
	誤差、 $a \times 10^n$	相似な図形	縮図を利用して、長さを求める	定規で長さを測る
教育出版	近似値	平方根	面積が 2cm^2 の正方形を作る	正方形の1辺を求める
	誤差、 $a \times 10^n$		平方根の活用	正方形の対角線を測る

啓林館	近似値、誤差、 $a \times 10^n$	平方根	有理数と無理数	ある線分の長さを測る
数研出版	近似値、誤差 $a \times 10^n$	平方根	平方根のいろいろな計算	正方形の田んぼの 1辺の長さを求める
日本文教 出版	近似値 ----- 誤差、 $a \times 10^n$	平方根	面積が 2 cm^2 の正方形を作る ----- 平方根の活用	1辺の長さを求める ----- ある線分の長さを表す

これらを受けて、本委員会では、「誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現」などについて生徒が目的意識を持ちながら主体的に学習し、実感を伴って理解できるような指導方法を開発した。そのための手立てとして、相似な図形の場面で、実際に測定する活動を取り入れることを提案する。

2 研究のねらいと研究方法

(1) 研究のねらい

本研究のねらいとして、以下のことに重点を置く。

- ア 導入場面で、様々な「長さを測るための道具」を使用して実際に測定することで、使用する道具によって真の値の範囲が異なることや目的によって必要な精度（有効数字）が異なることなどに気付き、本時の学習内容の必要性を実感することができる。
- イ 測定する道具の精度によって、日常の場面では目的に応じて有効数字を使い分けていることに気付き、誤差、近似値の意味、表し方などについて主体的に知ろうとすることができる。
- ウ 本時を受けて、以降の領域や単元においても近似値について有効数字を考えようとしたり、誤差に着目するなどして批判的に考察したりできる。

(2) 研究の方法

(1) 研究のねらいを受けて指導案を作成し、検証授業を行う。検証授業後の生徒へのアンケート結果を基に振り返りを行い、成果と課題を検討し、改善指導案を作成する。尚、本集録には改善指導案のみ記載している。

(3) 研究経過

- 5月19日（金）研究テーマの検討及び活動年間計画の立案
- 6月16日（金）教材の検討1
- 7月28日（金）教材の検討2
- 8月25日（金）指導案の検討1
- 9月15日（金）指導案の検討2
- 10月24日（火）検証授業・研究発表集録原稿の検討1
- 11月24日（金）研究発表集録原稿の検討2
- 12月27日（水）研究発表集録原稿の検討3・完成
- 2月17日（土）東京都中学校数学教育研究発表大会

3 検証授業における指導計画

(1) 概要

- ア 授業日 令和5年10月24日
 イ 対象 小平市立小平第二中学校 第3学年E組35名
 ウ 指導者 小平市立小平第二中学校 主任教諭 岩崎 航太
 エ 教科書 東京書籍「新しい数学3」
 オ 単元名 5章「相似な図形」 1節「相似な図形」

(2) 単元指導計画 (全25時間扱い)

節	項	時数	学習内容
1 相似な図形	相似な図形	4	<ul style="list-style-type: none"> 第5章で扱う用語の意味を理解する。 相似な図形の性質や表し方を理解する。 相似比を使って、辺の長さを計算する。
	三角形の相似条件	3	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の相似条件を理解する。 三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明する。
	相似の利用 (本時は2時間目)	2	<ul style="list-style-type: none"> 相似を利用して、距離や高さを求める。 有効数字の意味や表し方を理解し、真の値の範囲を求める。(本時)
	問題演習	1	<ul style="list-style-type: none"> 第1節の理解を深める。
2 平行線と比	三角形と比	5	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比の定理について、理解する。 三角形と比の定理を利用して、線分の長さを求める。 三角形と比の定理を利用して、図形の性質を証明する。 三角形と比の定理の逆について、理解する。 中点連結定理について、理解する。 中点連結定理を利用して、線分の長さを求める。 中点連結定理を利用して、証明する。
	平行線と比	2	<ul style="list-style-type: none"> 平行線と比の性質を理解する。 平行線と比の性質を利用して、線分の長さを求める。 平行線と比の性質を利用して、図形の性質を証明する。
	問題演習	1	<ul style="list-style-type: none"> 第2節の理解を深める。
3 相似な図形の面積と体積	相似な図形の相似比と面積比	3	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の相似比と面積比の関係について、理解する。 平面図形の周の長さや面積を、相似比を利用して求める。
	相似な立体の表面積の比や体積比	2	<ul style="list-style-type: none"> 相似な立体の相似比と表面積の比、体積比の関係について、理解する。 立体の表面積や体積を、相似比を利用して求める。
	問題演習	1	<ul style="list-style-type: none"> 第3節の理解を深める。
章の問題		1	<ul style="list-style-type: none"> 第5章の総合問題を解き、理解を深める。

(3) 本時のねらい

ア 有効数字の必要性を実感する。(主体的に学習に取り組む態度)

イ 誤差や近似値の意味、 $a \times 10^n$ の形の表現について理解する。(知識・技能)

(4) 指導に当たって

身近な数量を測定し、道具の目盛りの大きさによって測定値の正確さに差が生じることに気付かせ、誤差や近似値の意味を理解し、有効数字の必要性を感じられるようにする。また、測定時の精度によって必然的に決まるのが有効数字であり、小学校で学習した概数と混同しないように注意する。

(5) 本時の展開 (25時間中の9時間目)

	指導内容	学習内容 (『』発問、▶ 指示説明、・ 予想される生徒の反応)	・ 指導上の留意点 ◇ 評価																																				
導入 (10分)	目盛りの大きさが違うものさしで長さを測る	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 導入問題 先生の身長を測ってみよう。 </div> <p>『今日は皆さんに、先生の身長を測ってもらいます。と言っても直接身体を測るわけにはいかないので、私の分身を用意しました。また、測る道具もこちらで用意しました。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ 3～4名程度の班を作り、班ごとに取り組む。 (リーダー、発表係、道具係、など、役割分担しておくが良い。) ▶ 自分の身長と同じ長さに切った紙テープを班ごとに配布する。 ▶ 目盛りが 0.1 cm、1 cm、10 cm の 3 種類のものさしを同数ずつ準備しておき、各班に 1 種類ずつ配布する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 「ウエスト」や「足のサイズ」等でも良いが、生徒の興味をひきやすく、道具による測定値の違いが分かりやすいものを選ぶと良い。 ・ ものさしは工作用紙などで自作する。十分な長さや硬さがあると良い。 																																				
展開 (35分)	長さを測定し、測定結果を全体で共有する	<ul style="list-style-type: none"> ▶ 班ごとに、与えられた道具でできるだけ正確に測定するよう指示する。例えば、0.1 cm のものさしを使用する場合は、小数第一位までの測定値を出すようにする。 ▶ 測った身長を班ごとに板書させる。 <p>《板書例》</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">0.1</td> <td style="padding: 5px;">7 班</td> <td style="padding: 5px;">0.1</td> <td style="padding: 5px;">4 班</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">1 班</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px;">159.8</td> <td></td> <td style="padding: 5px;">161</td> <td></td> <td style="padding: 5px;">161</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">0.1</td> <td style="padding: 5px;">8 班</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">5 班</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="padding: 5px;">2 班</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px;">160.2</td> <td></td> <td style="padding: 5px;">161.2</td> <td></td> <td style="padding: 5px;">160</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">9 班</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="padding: 5px;">6 班</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="padding: 5px;">3 班</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px;">168</td> <td></td> <td style="padding: 5px;">159</td> <td></td> <td style="padding: 5px;">160</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> ▶ 上の例のように、どんな目盛りのものさしで測ったかわかるように板書する。 	0.1	7 班	0.1	4 班	1	1 班		159.8		161		161	0.1	8 班	1	5 班	10	2 班		160.2		161.2		160	1	9 班	10	6 班	10	3 班		168		159		160	<ul style="list-style-type: none"> ・ 測るのが困難な道具だと、測り方の工夫の探求になってしまうので注意する。 ・ 必要に応じて、測定時の目盛りを写真に撮らせ、振り返られるようにしておくとうい。
0.1	7 班	0.1	4 班	1	1 班																																		
	159.8		161		161																																		
0.1	8 班	1	5 班	10	2 班																																		
	160.2		161.2		160																																		
1	9 班	10	6 班	10	3 班																																		
	168		159		160																																		

目盛りの違いによる測定値の違いを考える

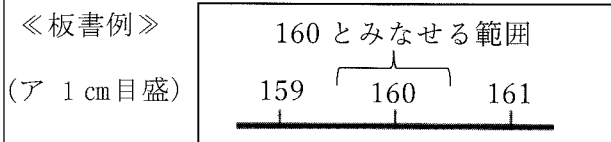
課題1 測る目盛りごとに、どこまでの数値が正確か考えてみよう。

- 『どんなふうに数値を読み取りましたか？』
 『どうしてこの数字になったのかな？』
- ・代表していくつかの班に問いかける。
 - ・目盛りが 10 cm ずつしかなかったので目分量で測りました。
 - ・161 cm と 162 cm の間だったけど、161 に近かったのでも 161 cm にしました。
 - ・『その値ちょうどだったのかな？』『その数値は正確なのかな？』『どの位までが正確なのかな？』などの補助発問で、目盛りの違いにより正確に読み取れる数値に違いがあることに気付かせていく。
 - ・正解を発表し、紙テープとものさしを回収する。
 『ものさしの目盛りの大きさによる違いはなんでしょう。』
 - ・細かい目盛りのほうが細かい数値まで正確に測れている。
 - ・使ったものさしの目盛りによって、同じ数値で書かれていても信頼できる桁が違う。
 - ・生徒の言葉を引き出し、目盛りの違いによる差をまとめていく。
- 『今回はどの目盛りが適切だったでしょう』
- ・場面ごとに必要な精度は違うことに気付かせる。
 (山の高さや湖の深さ、髪の毛の太さなどで考えさせるとよい。)

- ・測り方の工夫を聞いているのではなく、数値の読み取り方に注目していることが生徒にも伝わるような発問を意識する。
 - ・《板書例》の5班や6班のように、与えられた目盛りよりも細かい数値を示している班はその理由を引き出すと良い。それにより、どこまでが有効数字であるのか考えさせたり、真の値の範囲を考えさせたりすることができる。
 - ・《板書例》4班と1班のように、目盛りが違うのに同じ数値を出した班があれば比較すると考えが深まりやすい。
- ◇有効数字の必要性を実感する。(主体的に学習に取り組む態度)

数直線によりものさしごとの値の範囲を考える

課題2 測る目盛りごとに、真の値の範囲を比べてみよう。



- 『どこまでが 160 cm とみなせますか』
- ・159.5 から 160.5 までは、160 cm とみなせる。
 - ・アの場合、真の値 A の範囲は、
 $159.5 \leq A < 160.5$ と表す。

- ・数学における「その数とみなせる範囲」は四捨五入してその値となる範囲であることを確認する。
- ・課題1における気付きから、真の値の範囲を考えさせる。

		<p>・同様にして他の目盛りの場合も考えさせる。</p> <p>(イ 0.1 cm目盛) (ウ 10 cm目盛)</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;"> 160 とみなせる範囲 159.9 160.0 160.1 </td> <td style="width: 50%;"> 160 とみなせる範囲 150 160 170 </td> </tr> </table> <p>・イの場合、真の値Aの範囲は、 $159.95 \leq A < 160.05$ と表す。</p> <p>・ウの場合、真の値Aの範囲は、 $155 \leq A < 165$ と表す。</p> <p>・測定値 160 cm は、</p> <p>アの場合 1.60×10^2 cm と表す。 イの場合 1.600×10^2 cm と表す。 ウの場合 1.6×10^2 cm と表す。</p> <p>・「誤差」「有効数字」の定義について確認する。</p> <p>・知識・技能を確認する問題演習をする。</p>	160 とみなせる範囲 159.9 160.0 160.1	160 とみなせる範囲 150 160 170	<p>・目盛ごとに数直線を用いて真の値の範囲を示した後に、それぞれの場合における測定値の表し方 ($a \times 10^n$ の形の表現)を確認する。</p> <p>◇ 誤差や近似値の意味、$a \times 10^n$ の形の表現について理解する。(知識・技能)</p> <p>・どこまでが信頼できる値なのか示すために、「有効数字」がわかるような表し方として、$a \times 10^n$ の形を用いることを押さえる。</p>
160 とみなせる範囲 159.9 160.0 160.1	160 とみなせる範囲 150 160 170				
<p>まとめ (5分)</p>	<p>まとめ</p>	<p>・測定する道具によって数値の正確さは変わるので、それらの違いが分かるような表し方が必要だ。</p> <p>・信頼できる桁の数を有効数字といい、有効数字がわかりやすい表し方として、$a \times 10^n$ の形の表現がある。</p>	<p>・教師がまとめるのではなく、本時のねらいを受けて、生徒の意見からまとめを引き出す。</p>		

4 検証授業における成果と課題

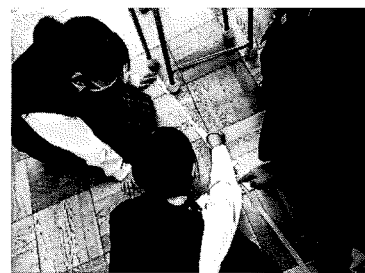
(1) 成果

ア 単元指導計画を基にした授業のねらいの設定

本時では、単元指導計画における位置付けを相似の利用の学習後とした。この場面で生徒は測定値の表し方を学習する。測定に使う道具の正確さによる真の値の範囲の違いや、その違いを有効数字により明確に表すことができることを、生徒が実感をもって学習することができた。

イ 実際に生徒が測定する活動

先生の身長という身近な題材を実際に測定することで、どの生徒も意欲的に学習に参加することができた。振り返りアンケートでは98%の生徒が「授業に意欲的に取り組みましたか。」という質問に対して肯定的に答えている。また、間隔の異なる目盛りのものさしを使用することで測定値の正確性やあいまいさを実感することができていた。



ウ 実際の測定値を学習の題材としたこと

実際に生徒が測定した値を比較することで、道具の違いによる誤差に注目し、同じ値であっても道具によってその値の表している意味が異なることを学習することができた。振り返りアンケートでは、「問題を解く、説明を読むだけでは分からない分野だと思うので、実際に調べてみて言葉の意味を理解することができた。」や「先生の身長が知れてとても楽しかったです。はっきりとした数字とあいまいな数字を使い分けることで分かりやすくなっていくことがわかった。」といった回答が見られた。



(2) 課題

ア 平方根における近似値の扱いについて

本時では測定値として近似値を扱うことで、測定の正確性を表すことを学習のねらいとした。一方で、平方根で近似値を扱う場合にはねらいが変わる。大きな数や細かい数を目的に応じておおまかにとらえるために近似値を用いる。この場合にはまた違った教材を考える必要がある。

イ 近似値の具体例

近似値を扱う例には身近な物がいくつもあり、それらの例を生徒に紹介することは、本時の学習内容の理解を深めるために効果的である。例えば、山の標高や洋服のサイズなどを具体例として示すことも適切だと考える。しかし、50m 走などのスポーツテストの記録は切り捨ての概数として扱われることが多いので、近似値ではない。これらのことは小学校四年次で学習している。このような既習事項について教師がよく理解する必要がある。また、人口をおおまかに表す方法として近似値を用いることがある。これは、測定値ではなく、今回の授業のねらいとは異なる題材である。授業のねらいに合わせて適切な具体例を準備するとよい。

5 研究のまとめと今後の課題

「誤差や近似値、 $a \times 10^n$ の形の表現」について、生徒にとって身近であり興味をもてる題材を扱い、実験や操作を取り入れることで、生徒自身が実感を伴って理解できるような指導法を研究した。これにより、

- ・生徒にとって関心のある数字を扱うこと
- ・生徒が説明する場面を設けたり、効果的な発問を設定したりすること
- ・学習する必要性を考えられるよう適切な例を示すこと

などといった他の題材の指導場面でも有効な視点を得ることができた。また、授業を構想する際に、多様な教材や題材を想定することも大切だが、単元指導計画や既習事項との関連性を踏まえ、授業のねらいを明確にすることも重要である。生徒の思考が授業のねらいに即したうえで、活発な学習活動になるような指導法の研究を今後も進めていきたい。

令和5年度 導入法委員会 委員名簿 (◎は代表者)

瀧川 英知 (東久留米市立下里中学校)	高木 圭樹 (武蔵村山市立第五中学校)
清水 義彦 (武蔵村山市立第一中学校)	川村 直也 (教育庁指導部義務教育指導課)
太田 謙一 (国分寺市立第三中学校)	渡部 俊明 (昭島市立多摩辺中学校)
西野 嘉一 (稲城市立稲木第六中学校)	茶谷 捷 (調布市立神代中学校)
堀越 義智 (練馬区立南が丘中学校)	岩崎 航太 (小平市立小平第二中学校)
高橋 優太 (練馬区立中村中学校)	朴 元気 (昭島市立清泉中学校)
種田 庸敏 (世田谷区立三宿中学校)	藤原 哲也 (世田谷区立芦花中学校)
◎石川 寛樹 (世田谷区立緑丘中学校)	風間 伸 (杉並区立神明中学校)
辻山 登紀子 (府中市立府中第二中学校)	唐木田 充孝 (杉並区立井草中学校)
須藤 昭彦 (武蔵野市立第五中学校)	佐野 公晃 (町田市立成瀬台中学校)
佐々木 大典 (大田区立東調布中学校)	中村 理 (大田区立大森第八中学校)
溝口 将史 (大田区立東調布中学校)	下向 孝 (足立区立第一中学校)
〈共同研究者〉	
室賀 隆夫 青木 一重 香積 信明 香積 恵子 工藤 彰久 山本 豊彦	